

# Lezione 5 Esercizi

Programmazione

Modulo 2 – Programmazione e Progettazione

Unità didattica 1 – Dalla programmazione non strutturata alla strutturata

**Marco Anisetti**

---

Università degli Studi di Milano - SSRI - CdL Online

# Esercizio dei doppi

- Eliminazione dei doppi anche non consecutivi: data una sequenza di cifre lette una alla volta in ingresso terminata con 0, scrivere un algoritmo che ritorna come uscita la stessa sequenza in ingresso ma senza cifre ripetute.
- E' una variante dell'algoritmo fatto a lezione
- E' obbligatorio usare solo quello che conosciamo fino ad oggi, ovvero variabili contenenti numeri, NON si possono usare dati strutturati (e.g. vettori)

# Esercizio dei doppi: efficienza

- E' possibile condensare con un numero, la conoscenza relativa all'aver letto o meno un certo numero in modo univoco?
- **Esercizio:** trovare una soluzione che utilizzi meno memoria

# Esercizio Identità di Bezout

- **Identità di Bezout:** se A e B sono interi (non entrambi nulli) e il loro MCD è C, allora esistono due interi x e y tali che  $Ax + By = C$
- Scrivere un programma che trovi x e y dati A B e C, in sostanza rispettando l'identità di Bezout
- **Suggerimento:** provarle tutte è sempre un approccio plausibile
- Esempio  $53669x - 3485y = 16031$  è corretta? se si trovare x e y

# Problema dei secchi

- Sono presenti due secchi con capacità volumetrica rispettivamente di 3 e 4 litri.
- Determinare le operazioni necessarie per far sì che il primo secchio (da 3 litri) sia riempito con 2 litri.
- Possiamo agire sui due secchi attraverso le seguenti operazioni:
  - Riempire completamente un secchio
  - Svuotarlo completamente
  - Trasvasare una certa quantità di liquido da un secchio all'altro

# Problema dei secchi:soluzione

- Si riempie il secchio da 3 litri
- Si travasa il contenuto nel secchio da 4 litri
- Si riempie nuovamente il secchio da 3
- Si rabbocca il secchio da 4 ottenendo due litri nel secchio da 3 come richiesto

# Problema dei secchi

- Consideriamo un secchio da 9 e uno da 4
- Raccogliere 6 litri di acqua in secchio
- Quale è lo spazio degli stati: coppie ordinate  $(a,b)$  relative al contenuto d'acqua dei secchi
- Stato iniziale:  $(0,0)$ , stato finale  $(6,x)$
- **Operazioni:** riempire i contenitori  $R(x)$  svuota il contenitore  $S(x)$ , travasa fino al colmo  $C(x,y)$  travasa completamente  $T(x,y)$
- Provate a generare l'albero delle possibilità a partire da queste operazioni

# Problema dei secchi: soluzione

- Soluzione

9,0

5,4  $C(x,y)$

5,0  $S(y)$

1,4  $C(x,y)$

1,0  $S(y)$

0,1  $T(x,y)$

9,1  $R(x)$

6,4  $C(x,y)$

# Problema dei secchi generalizzato

- Consideriamo il problema dei secchi
- Abbiamo risolto diversi **problemi istanza** (3 e 4, 9 e 4)
- Abbiamo un metodo dinamico che cerca tra tutte le possibilità quelle che portano ad avere in uno dei due contenitori la quantità di liquido richiesta
  - Uno stato per ogni possibile combinazione di quantità nei due secchi
  - Transizioni secondo le operazioni note
  - Evito di transitare in stati già visitati
  - E' un problema di riconoscimento delle stringhe date dalle operazioni
  - Il percorso o i percorsi che portano allo stato voluto sono accettati
  - Posso scrivere il riconoscitore come macchina a stati
  - **Problema:** E' parametrizzato non posso costruire a priori la macchina a stati, non so le quantità dovrei farlo per tutte le possibilità

# Problema dei secchi generalizzato

- Più che un riconoscitore mi servirebbe se possibile un generatore di sequenze accettabili parametrizzato
- Possibile generalizzare come trovare una tripla  $A, B, C$  con  $C$  la quantità da trovare dati  $A, B$  e le operazioni.
- Vediamo se ho degli strumenti matematici che mi possono aiutare
- **Identità di Bezout:** se  $A$  e  $B$  sono interi (non entrambi nulli) e il loro MCD è  $C$ , allora esistono due interi  $x$  e  $y$  tali che  $Ax + By = C$
- E' necessario che  $\text{MCD}(A, B)$  divida  $C$  ma  $C$  non può essere grande a piacere
- Assumiamo  $A < B$  and  $\text{MCD}(A, B) = 1$

# Problema dei secchi generalizzato

- Contenitore da 5 e 3 vogliamo ottenere 4
- $(+3)*3+(-1)*5=4$  oppure  $(-2)*3 + (+2)*5=4$
- La seconda mi dice di riempire il contenitore da 5 2 volte e svuotare quello da 3 2 volte
- **Passi:** Riempio il contenitore da 5 (+1), verso in quello da 3 e lo svuoto (-1), i due rimasti li travaso in quello da 3, riempio quello da 5 (+2) e rabbocco quello da 3 che poi svuoto (-1) ottenendo i 4 litri
- Quali sono i passi della prima soluzione proposta?
- Se non fosse vero che  $\text{MCD}(A,B)=1$  cosa posso aspettarmi di trovare?

# Problema dei secchi generalizzato

- nel caso semplice  $Ax + By = 1$
- si può utilizzare l'algoritmo di Euclide esteso per ricavare x e y senza necessariamente andare per tentativi
- $Ax + By = MCD(A,B)$