Architettura degli elaboratori

Lezione 3 - teoria

Prof.ssa Valentina Ciriani
Università degli Studi di Milano
www.di.unimi.it/ciriani

Contenuto

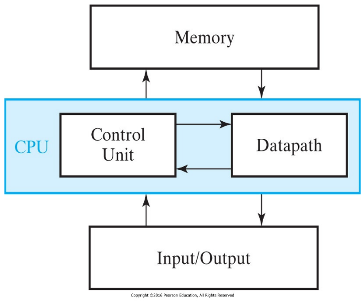
1. Struttura di un calcolatore [MKM 1.1, 1.2]
2. Porte logiche [MKM 2.1]
3. Algebra booleana [MKM 2.2]

-MKM = M. Morris Mano, C.R. Kime, T. Martin, Reti logiche, Pearson
-PH = D.A. Patterson, J.L. Hennessy, Struttura e Progetto dei Calcolatori, Zanichelli

2

Struttura di un calcolatore

- Memoria contiene:
  - programmi
  - dati di ingresso uscita ed intermedi
- Datapath esegue:
  - le operazioni aritmetiche
  - altre operazioni di elaborazioni dati
- Unità di controllo:
  - supervisiona il flusso delle informazioni
- La CPU (Central Processing Unit) è:
  - datapath
  - unità di controllo
- Dispositivi di ingresso uscita
  - tastiera, mouse
  - monitor



Livelli di astrazione del progetto di un calcolatore

- Algoritmi:
  - descrivono i passi necessari per risolvere un problema
  - livello di astrazione più alto
- Linguaggi di programmazione (C, Go, java):
  - i passi degli algoritmi vengono descritti in un linguaggio di programmazione ad alto livello
- Sistema operativo:
  - quando il programma viene eseguito utilizza le risorse del computer sotto il controllo del SO
- Architettura dell'insieme delle istruzioni (ISA)
  - istruzioni eseguite dal processore
  - registri disponibili al programmatore
- Microarchitettura
  - è l'architettura del processore
- Gestore dei trasferimenti dei dati
- Porte logiche (che vedremo nella prima parte)
- Transistor

Algorithms
Programming Languages
Operating Systems
Instruction Set Architecture
Microarchitecture
Register Transfers
Logic Gates
Transistor Circuits

Progettazione dei sistemi digitali

- Messa a punto delle specifiche:
  - descrizione delle specifiche del comportamento del circuito
- Formalizzazione:
  - ricavare formalmente la funzione che rappresenta il circuito (tabelle di verità, forma algebrica, ecc.)
- Ottimizzazione:
  - applicare tecniche di ottimizzazione per ricavare il circuito migliore (in termini di area, velocità o dissipazione energetica)
- Mappatura tecnologica:
  - trasformare il circuito logico in un nuovo circuito utilizzando la tecnologia disponibile
  - si ottiene quindi un circuito elettronico che realizza i comportamenti previsti
- Verifica:
  - si verifica la correttezza del progetto finale

5

Logica binaria e porte logiche

- I circuiti elettronici digitali
  - trattano informazioni binarie
  - sono composti di transistor connessi tra loro
- I circuiti elettronici digitali di base sono chiamati **porte logiche**
- I circuiti sono modellati come una rete di porte logiche
- per descrivere la rete di porte logiche usiamo una notazione matematica:
  - la logica binaria
  - algebra booleana (da George Boole)

6

Logica binaria

- Variabili: possono avere valore 0 o 1
- Operatori logici fondamentali: AND, OR, NOT
- La logica binaria è simile all'aritmetica binaria
  - AND simile al prodotto
  - OR simile alla somma
- Per questo motivo spesso si usano gli stessi simboli
  - X · Y è l'AND tra X e Y (a volte si usa anche XY)
  - X+Y è l'OR tra X e Y

La negazione (NOT)

- $\overline{X}$ è vera quando X è falsa e viceversa
- Rappresentazione con la tavola di verità:

NOT

X	$Z = \overline{X}$
0	1
1	0

Congiunzione (AND)

- XY è vera se e solo se X è vera e Y è vera
- Rappresentazione con la tavola di verità:

AND

X	Y	$Z = X \cdot Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disgiunzione (OR)

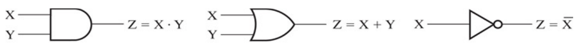
- X+Y è vera se almeno una tra X e Y è vera
- rappresentazione con la tavola di verità:
- attenzione: 1+1=1 e non 1+1=10 come nell'aritmetica binaria

OR

X	Y	$Z = X + Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

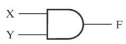
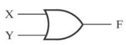
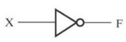
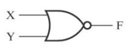
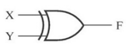
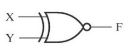
Porte logiche

- Le porte logiche:
  - sono circuiti di base che calcolano funzioni semplici
  - hanno uno o più segnali in entrata
  - hanno un segnale in uscita



11

Porte logiche

AND		$F = XY$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR		$F = X + Y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
NOT (inverter)		$F = \overline{X}$	X | F 0 | 1 1 | 0
NAND		$F = \overline{X \cdot Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOR		$F = \overline{X + Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
Exclusive-OR (XOR)		$F = X\overline{Y} + \overline{X}Y = X \oplus Y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
Exclusive-NOR (XNOR)		$F = XY + \overline{X}\overline{Y} = \overline{X \oplus Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1

12

Algebra booleana

- L'algebra booleana è l'algebra delle variabili binarie e degli operatori logici
- Un'espressione booleana è composta da
  - variabili booleane e costanti 0,1
  - operatori logici
  - parentesi
  - Es: (A+B)·C
- Una funzione booleana è espressa con Y=E dove Y è una variabile booleana e E un'espressione booleana
  - Es: Y =(A+B)·C
  - associa un valore di output (Y) a tutti i possibili valori di input
  - Se ho n valori di input, la funzione booleana Y è quindi Y: $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ (2^n possibili input)

13

Esempio funzione booleana

- Es Y =(A+B)·C
- associa un valore di output (Y) a tutti i possibili valori di input di A, B e C (che sono 2^3)

A	B	C	Y =(A+B)·C
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

14

Esempio

Controllo serrande capannone

- L = alimentazione motore
  - 1 abbassamento serrande
  - 0 innalzamento serrande
- D = pulsante richiesta
  - 1 richiesta di abbassamento
  - 0 richiesta di innalzamento
- X = segnalatore fine corsa
  - 1 le serrande sono a fine corsa (tutte su o tutte giù)
  - 0 le serrande non sono a fine corsa
- A = abbassamento automatico di tutte le serrande (sistema di allarme)
  - 1 abbassamento completo e automatico delle serrande
  - 0 sistema di allarme non attivo

Logica di controllo delle serrande:

$$L = D\overline{X}+A$$

Se si attiva il sistema di allarme (A=1) allora si abbassano le serrande (L=1)
Altrimenti (A=0)
    Se le serrande sono a fine corsa ($\overline{X}$=0) allora si innalzano le serrande (L=0)
    Altrimenti ($\overline{X}$=1)
        Se viene data la richiesta di abbassamento (D=1) allora si abbassano le serrande (L=1)
        Altrimenti (richiesta di innalzamento D=0) si innalzano le serrande (L=0)

15

Esempio

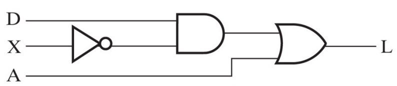
Possiamo rappresentare il controllo delle serrande

$$L = D\overline{X}+A$$

Con una tabella di verità oppure con un circuito logico combinatorio:

$$L = D\overline{X} + A$$

D	X	A	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



16

Tabelle di verità

- Una tabella di verità
  - è composta da
    - n colonne che corrispondono alle variabili indipendenti
    - una colonna (finale) che è la variabile dipendente (la funzione booleana)
  - contiene 2^n righe
  - è unica per ogni funzione booleana

3 variabili indipendenti D,X,A

$L = D\overline{X} + A$

1 funzione booleana: L

2^3 righe

D	X	A	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

17

Circuiti logici

- Una funzione booleana può essere rappresentata anche con
  - un'espressione algebrica
  - che corrisponde a un circuito logico combinatorico
    - composto di porte logiche
    - collegate tra loro da fili che veicolano i segnali logici
- La rappresentazione con espressione algebrica (e quindi circuito logico) non è unica

$L = D\overline{X}+A$ $\qquad$ $L = D\overline{X}+\overline{D}A+DA$

18

Le identità dell'algebra booleana

- La rappresentazione algebrica corrisponde ad un circuito
- La stessa funzione ha più rappresentazioni algebriche (e più circuiti)
- Come faccio ad avere la migliore rappresentazione algebrica (ovvero il miglior circuito)?
- Cosa vuol dire miglior circuito?
  - minor numero di porte (più piccolo)
  - miglior tempo di calcolo (più veloce)
  - minore dissipazione di potenza (basso consumo)

Le identità dell'algebra booleana

- Vediamo delle tecniche che ci aiutano a trasformare la rappresentazione algebrica per ottenerne una migliore

Somma	Prodotto	Legge
$X + 0 = X$	$X \cdot 1 = X$	Elemento neutro
$X + 1 = 1$	$X \cdot 0 = 0$	Elemento nullo
$X + X = X$	$X \cdot X = X$	Idempotenza
$X + \overline{X} = 1$	$X \cdot \overline{X} = 0$	Inverso
$X + Y = Y + X$	$X \cdot Y = Y \cdot X$	Commutatività
$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$	Associatività
$X \cdot (Y + Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	Distributività
$X \cdot (X + Y) = X$	$X + (X \cdot Y) = X$	Assorbimento
$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$	De Morgan
$\overline{\overline{X}} = X$		Doppia negazione

De Morgan

- E' una proprietà molto importante:

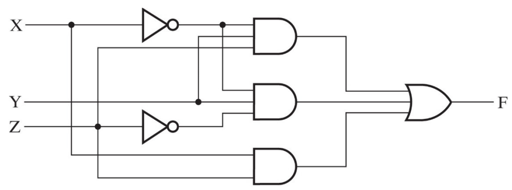
(a) X	Y	X + Y	$\overline{X + Y}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

(b) X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0

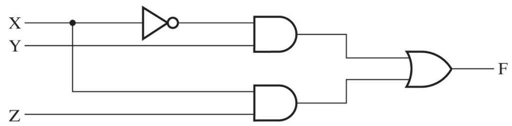
Manipolazioni algebriche

- Usiamo l'algebra booleana per semplificare i circuiti digitali
- Esempio: la funzione F può essere rappresentata nei seguenti modi

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



(a) $F = \overline{X}YZ + \overline{X}Y\overline{Z} + XZ$



(b) $F = \overline{X}Y + XZ$

Trasformazioni

- Usiamo le identità per trasformare una forma algebrica in una più semplice (per esempio con meno operatori)

Esempio:

$F = \overline{X}YZ + \overline{X}Y\overline{Z} + XZ$

$= \overline{X}Y(Z+\overline{Z}) + XZ$ [distributiva]

$= \overline{X}Y\cdot 1 + XZ$ [inverso]

$= \overline{X}Y + XZ$ [elemento neutro]

- **Equivalenza:** due espressioni che hanno la stessa tabella di verità sono equivalenti

23

Costo di un circuito

- Come misuriamo il costo di un circuito?
- Noi utilizziamo due funzioni costo molto semplici:
  - numero di termini (porte AND)
  - numero di letterali nel circuito
- Letterale è una variabile o il negato di una variabile

Esempio:

- $F = \overline{X}YZ + \overline{X}Y\overline{Z} + XZ$
  - 3 termini e 8 letterali
- $F = \overline{X}Y + XZ$
  - 2 termini e 4 letterali

24

Trasformazioni esempi

Somma	Prodotto	Legge
$X + 0 = X$	$X \cdot 1 = X$	Elemento neutro
$X + 1 = 1$	$X \cdot 0 = 0$	Elemento nullo
$X + X = X$	$X \cdot X = X$	Idempotenza
$X + \overline{X} = 1$	$X \cdot \overline{X} = 0$	Inverso
$X + Y = Y + X$	$X \cdot Y = Y \cdot X$	Commutatività
$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$	Associatività
$X \cdot (Y + Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	Distributività
$X \cdot (X + Y) = X$	$X + (X \cdot Y) = X$	Assorbimento
$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$	De Morgan
$\overline{\overline{X}} = X$		Doppia negazione

1. $(X + XY) + \overline{X}$
   $= X + \overline{X}$ [assorbimento]
   $= 1$ [inverso]
2. $XY + X\overline{Y}$
   $= X(Y + \overline{Y})$ [distributiva]
   $= X \cdot 1$ [inverso]
   $= X$ [elemento neutro]
3. $X + \overline{X}Y$
   $= (X + \overline{X})(X + Y)$ [distributiva] $(X+YZ=(X+Y)(X+Z))$
   $= 1 \cdot (X + Y)$ [inverso]
   $= X + Y$ [elemento neutro]

25

Trasformazioni esempi

Somma	Prodotto	Legge
$X + 0 = X$	$X \cdot 1 = X$	Elemento neutro
$X + 1 = 1$	$X \cdot 0 = 0$	Elemento nullo
$X + X = X$	$X \cdot X = X$	Idempotenza
$X + \overline{X} = 1$	$X \cdot \overline{X} = 0$	Inverso
$X + Y = Y + X$	$X \cdot Y = Y \cdot X$	Commutatività
$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$	Associatività
$X \cdot (Y + Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	Distributività
$X \cdot (X + Y) = X$	$X + (X \cdot Y) = X$	Assorbimento
$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$	De Morgan
$\overline{\overline{X}} = X$		Doppia negazione

1. $X(X + Y)$
   $= X$ [assorbimento]
4. $(X+Y)(X+\overline{Y})$
   $= X + (Y\overline{Y})$ [distributiva]
   $= X + 0$ [inverso]
   $= X$ [elemento neutro]
5. $X(\overline{X} + Y)$
   $= X\overline{X} + XY$ [distributiva]
   $= 0 + XY$ [inverso]
   $= XY$ [elemento neutro]

26

Trasformazioni esempi

7. $\overline{\overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}\,\overline{Y}Z}$
   $= \overline{(\overline{X}Y\overline{Z})} \cdot \overline{(\overline{X}\,\overline{Y}Z)}$ [De Morgan]
   $= (\overline{\overline{X}}+\overline{Y}+\overline{\overline{Z}}) \cdot (\overline{\overline{X}}+\overline{\overline{Y}}+\overline{Z})$ [De Morgan]
   $= (X+\overline{Y}+Z) \cdot (X+Y+\overline{Z})$ [doppia negazione]
8. $\overline{X(\overline{Y}\,\overline{Z} + YZ)}$
   $= \overline{X}+\overline{(\overline{Y}\,\overline{Z} + YZ)}$ [De Morgan]
   $= \overline{X}+(\overline{\overline{Y}\,\overline{Z}} \cdot \overline{YZ})$ [De Morgan]
   $= \overline{X}+(\overline{\overline{Y}}+\overline{\overline{Z}})(\overline{Y}+\overline{Z})$ [De Morgan]
   $= \overline{X}+(Y+Z)(\overline{Y}+\overline{Z})$ [doppia negazione]

Somma	**Prodotto**	**Legge**
$X + 0 = X$	$X \cdot 1 = X$	Elemento neutro
$X + 1 = 1$	$X \cdot 0 = 0$	Elemento nullo
$X + X = X$	$X \cdot X = X$	Idempotenza
$X + \overline{X} = 1$	$X \cdot \overline{X} = 0$	Inverso
$X + Y = Y + X$	$X \cdot Y = Y \cdot X$	Commutatività
$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$	Associatività
$X \cdot (Y + Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	Distributività
$X \cdot (X + Y) = X$	$X + (X \cdot Y) = X$	Assorbimento
$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$	$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$	De Morgan
$\overline{\overline{X}} = X$		Doppia negazione

27

Esercizi da fare a casa 1

1. Costruire la tabella di verità, il circuito logico per le funzioni:
   1. $F = \overline{XY} + \overline{Z}$
   2. $F = X(Y+\overline{Z})$
2. Semplificare le seguenti espressioni booleane al minimo numero di letterali
   1. $\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}BC+\overline{B}C$
   2. $\overline{(A+B+C)} \cdot \overline{ABC}$

28

Esercizi da fare a casa 2

3. Disegnare il circuito logico per le seguenti espressioni booleane. Il diagramma deve corrispondere esattamente all'equazione assumendo che i complementi degli ingressi non siano disponibili:
    1. $\overline{A}B\overline{C} + B\overline{A} + AC$
    2. $X(Y\overline{Z}+\overline{Y}Z) + \overline{W}(Y+XZ)$
4. Scrivere la tabella di verità e il circuito logico per:
    1. $A(\overline{B}C + B)+\overline{B}$
    2. $B\overline{A} + C$

29

Architettura degli elaboratori

Lezione 3 - esercizi

Prof.ssa Valentina Ciriani

Università degli Studi di Milano

www.di.unimi.it/ciriani

Esercizio 1

Si consideri N=8. Rappresentare i numeri 26_{10} e -26_{10} in binario:

1. modulo e segno
2. complemento a 2
3. complemento a 1

26/2= 13 26%2=0
13/2= 6 13%2=1
6/2= 3 6%2=0
3/2= 1 3%2=1
1/2= 0 1%2=1

1. modulo e segno: $26_{10} = 00011010_2$ $-26_{10} = 10011010_2$
2. complemento a 2: $26_{10} = 00011010_2$ $-26_{10} = 11100110_2$
3. complemento a 1: $26_{10} = 00011010_2$ $-26_{10} = 11100101_2$

31

Esercizio 2

Si consideri N=8. Convertire in decimali, i seguenti numeri in C2

1. $1110\ 0101_2 = (-2^5 + 2^2 + 2^0)_{10}$
   $= (-32 + 4 + 1)_{10} = -27_{10}$
2. $0011\ 0110 = (2^5 + 2^4 + 2^2 + 2^1)_{10}$
   $= (32 + 16 + 4 + 2)_{10} = 54_{10}$

32

Esercizio 3.1

Eseguire la somma e la sottrazione in C2 con N=8 tra la seguente coppia di numeri decimali (ci sono casi di overflow?): -126_{10} e 25_{10}

126/2 = 63	126%2 = 0	25/2 = 12	25%2 = 1
63/2 = 31	63%2 = 1	12/2 = 6	12%2 = 0
31/2 = 15	31%2 = 1	6/2 = 3	6%2 = 0
15/2 = 7	15%2 = 1	3/2 = 1	3%2 = 1
7/2 = 3	7%2 = 1	1/2 = 0	1%2 = 1
3/2 = 1	3%2 = 1		
1/2 = 0	1%2 = 1		

$126_{10} = 01111110_2$ $\quad 25_{10} = 00011001_2$

$-126_{10} = 10000010_2$ $\quad -25_{10} = 11100111_2$

Somma: $-126_{10}+25_{10}$ $\quad$ Differenza: $-126_{10}+(-25_{10})$ con underflow

```
10000010+          10000010+
00011001=          11100111=
10011011           101101001
```

$= -101_{10}$ $\quad = -151_{10}$ underflow

33

Esercizio 3.2

Eseguire la somma e la sottrazione in C2 con N=8 tra la seguente coppia di numeri decimali (ci sono casi di overflow?): -62_{10} e 25_{10}

62/2 = 31	62%2 = 0	25 già calcolato es. 3.1
31/2 = 15	31%2 = 1	
15/2 = 7	15%2 = 1	
7/2 = 3	7%2 = 1	
3/2 = 1	3%2 = 1	
1/2 = 0	1%2 = 1	

$62_{10} = 00111110_2$ $\quad 25_{10} = 00011001_2$

$-62_{10} = 11000010_2$ $\quad -25_{10} = 11100111_2$

Somma: $-62_{10}+25_{10}$ $\quad$ Differenza: $-62_{10}+(-25_{10})$

```
11000010+          11000010+
00011001=          11100111=
11011011           ~~1~~10101001
```

$= -37_{10}$ $\quad = -87_{10}$

34

Esercizio 3.3

Eseguire la somma e la sottrazione in C2 con N=8 tra la seguente coppia di numeri decimali (ci sono casi di overflow?): 115_{10} e -24_{10}

115/2 = 57	115%2 = 1	24/2 = 12	24%2 = 0
57/2 = 28	57%2 = 1	12/2 = 6	12%2 = 0
28/2 = 14	28%2 = 0	6/2 = 3	6%2 = 0
14/2 = 7	14%2 = 0	3/2 = 1	3%2 = 1
7/2 = 3	7%2 = 1	1/2 = 0	1%2 = 1
3/2 = 1	3%2 = 1		
1/2= 0	1%2 = 1		

$115_{10} = 01110011_2$

$24_{10} = 00011000_2$
$-24_{10} = 11101000_2$

Somma: $115_{10} + (-24)_{10}$

Differenza: $115_{10} - (-24_{10}) = 115_{10} + 24_{10}$ (overflow)

```
 01110011+
 11101000=
101011011
```

$\cancel{1}01011011 = 91_{10}$

```
01110011+
00011000=
10001011
```

$10001011 = 139_{10}$ overflow!

35

Esercizio 4

Rappresentare in virgola mobile

1. $-43,25_{10}$
2. $43,25_{10}$

Soluzione:

1. Conversione in binario di 43,25:
   101011,01
2. Forma normalizzata:
   1. $-1,0101101 \times 2^5$
   2. $1,0101101 \times 2^5$
3. M = 0101101
4. E = 101 $(=5_{10})$
   1. S=1
   2. S=0

36

Esercizio 5.1

Rappresentare i numeri $-12{,}75_{10}$, 0_{10} e 1_{10}

1. in singola precisione standard IEEE 754

1. Conversione in binario di $12{,}75_{10} = 1100{,}11_2$
2. $-1{,}10011 \times 2^3$ (normalizzazione)
3. $E = 127_{10} + y = (127+3)_{10}$ quindi
   $E = 130_{10} = 10000010_2$
4. $(-1)^1 \times (1{,}10011000000000000000000) \times 2^{130-127}$
5. 11000001010011000000000000000000

37

Esercizio 5.1

0_{10} e 1_{10} in singola precisione standard IEEE 754

1. 0_{10}
   00000000000000000000000000000000
2. 1_{10}
   1. In binario $1_{10} = 1_2$
   2. $1{,}0 \times 2^0$ (normalizzazione)
   3. $E = 127_{10} + y = (127+0)_{10}$ quindi
      $E = 127_{10} = 01111111_2$
   4. $(-1)^0 \times (1{,}00000000000000000000000) \times 2^{127-127}$
   5. 00111111100000000000000000000000

38

Esercizio 5.2

Rappresentare i numeri $-12,75_{10}$, 0_{10} e 1_{10}
1. in **doppia** precisione standard IEEE 754

1. Conversione in binario di $12,75_{10} = 1100,11_2$
2. $-1,10011 \times 2^3$ (normalizzazione)
3. $E = 1023_{10} + y = (1023+3)_{10}$ quindi $E = 1026_{10} = 10000000010_2$
4. $(-1)^1 \times (1,100110000000000...00000) \times 2^{1026-1023}$
5. 1100000000101001100000000000000...0000

39

Esercizio 5.2

0_{10} e 1_{10} in doppia precisione standard IEEE 754

1. 0_{10}
   000000000000000000000000000000...000
2. 1_{10}
   1. In binario $1_{10} = 1_2$
   2. $1,0 \times 2^0$ (normalizzazione)
   3. $E = 1023_{10} + y = (1023+0)_{10}$ quindi $E = 1023_{10} = 01111111111_2$
   4. $(-1)^0 \times (1,000000000000000...00000) \times 2^{1023-1023}$
   5. 0011111111110000000000000000000...00000

40

Esercizio 6

Rappresentare in decimale il seguente numero in singola precisione standard IEEE 754

11010110110101010000000000000000

11010110110101010000000000000000

$10101101 = 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 =$
$128 + 32 + 8 + 4 + 1 = 173$

$(-1)^1 \times (1{,}1010101) \times 2^{173-127} =$
$- 1{,}1010101 \times 2^{46} =$

$= -1{,}6640625 \times 70.368.744.177.664$
$= -117.097.988.358.144$

41