

Lezione 1: Esercizi ASF e MdT

Programmazione

Modulo 1 - Fondamenti di Programmazione

Unità didattica 1-2 Premesse e Automi

Marco Anisetti

Università degli Studi di Milano - SSRI - CdL Online

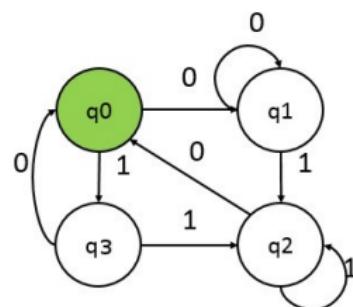
Automa a stati finiti

- Formalmente, un automa finito M su un alfabeto Σ è una quintupla $(K, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- K è un insieme finito e non vuoto di stati in cui si può trovare M
- Σ è un alfabeto finito di simboli di ingresso,
- $\delta: K \times \Sigma \rightarrow K$ è la funzione di transizione di stato
- $q_0 \in K$ è lo stato iniziale
- $F \subseteq K$ è l'insieme degli stati finali

Automi a stati finiti deterministici: esempio

Un esempio di automa deterministico con la relativa tabella di transizione

Stato	Input	Stato prossimo
q0	0	q1
q0	1	q3
q1	0	q1
q1	1	q2
q2	0	q0
q2	1	q2
q3	0	q0
q3	1	q2



Esercizi semplici

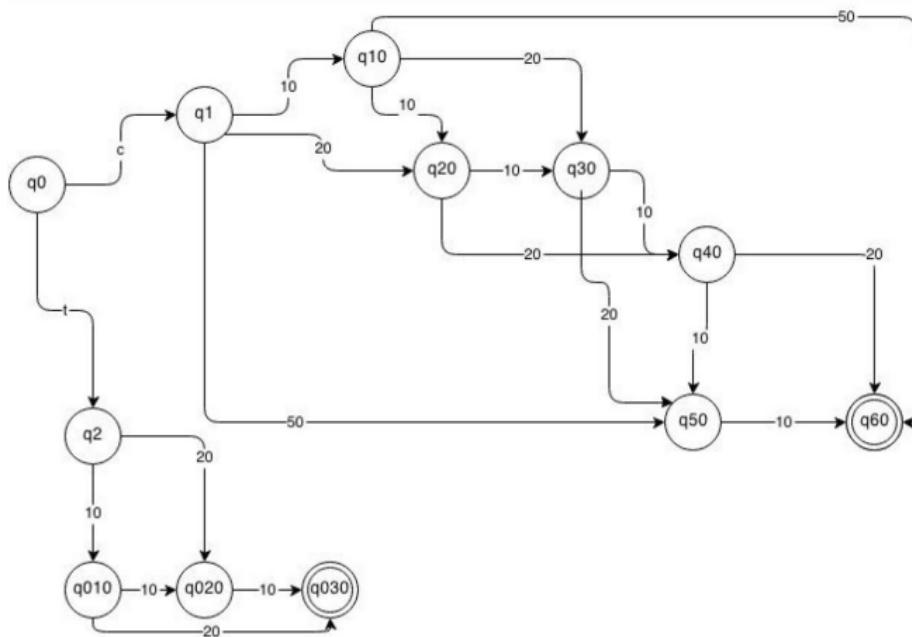
alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$

1. Insieme di tutte le stringhe che terminano con 00
2. Insieme di tutte le stringhe con tre zeri consecutivi
3. Insieme delle stringhe con 011 come sottostringa
4. Insieme delle stringhe che cominciano o finiscono (o entrambe le cose) con 01

Esercizio

- Sviluppare una macchina a stati per il funzionamento di un distributore di bevande:
- Il distributore ha due pulsanti, tè (t) o caffè (c).
- Il tè costa 30 centesimi, il caffè costa 60 centesimi.
- Il distributore accetta monete da 10,20,50 centesimi ed eroga il prodotto solo se si raggiunge la cifra esatta, dopo aver premuto il pulsante della bevanda scelta.

Soluzione



Automi a stati finiti: esercizio

- Considerando il linguaggio definito sull'alfabeto {a,b,c} descrivere la macchina a stati che riconosce tutte le parole che contengono **acb**.

Automi a stati finiti: esercizio

- Supponiamo di voler modellare un sistema che riconosce delle firme semplici di un virus all'interno di un file. Tale firma è costituita sull'alfabeto $\{a,b,c\}$ e determinata dalla sequenza **aabb** oppure **abcc**, all'interno di un file.
- Descrivere la macchina a stati che identifica i file contenenti questa firma. Considerare un file come una sequenza di caratteri. La firma non può essere all'inizio del file ma solo all'interno o alla fine.

Automi a stati finiti: esercizio

- Supponiamo di voler modellare un sistema Big Data Streaming in cui arriva un flusso di dati dai sensori di una catena di produzione di cui serve monitorarne l'andamento. I simboli dello stream appartengono all'alfabeto $\{a,b,c\}$, il carattere $*$ indica uno e un solo carattere qualsiasi dell'alfabeto.
- Descrivere la macchina a stati che identifica flussi contenenti la sequenza **ab*c**, che identifica un malfunzionamento.

Problema dei cannibali e dei missionari

- 3 missionari e 3 cannibali fanno un viaggio insieme e devono attraversare un fiume sfruttando una zattera che può ospitare al massimo 2 persone alla volta. Prima di affrontare la traghettata, i missionari prospettano un pericolo: se su una qualsiasi delle due rive del fiume i cannibali finiscono per essere più numerosi dei missionari, questi ultimi potrebbero essere assaliti e mangiati dai primi.
 - Come far traghettare tutti e sei gli uomini con i missionari sani e salvi?
 - Uno dei due missionari o cannibale governa il traghetto, non esiste un trasportatore

Problema dei cannibali e dei missionari

- Formalizzo il problema usando dei simboli per gli elementi in gioco
- M missionario, C cannibale, B barca, - fiume
- **Stato iniziale:** BMMMCCC- stato finale: - BMMMCC
- **Operatori di trasformazione:** Tm transita missionario
Tc transita cannibale, Tmm transitano due missionari, tcc transitano due cannibali ...
- **Stati non accettati:** non possono esserci sui lati più c di m

MdT rappresentazione

Stati e funzione di transizione

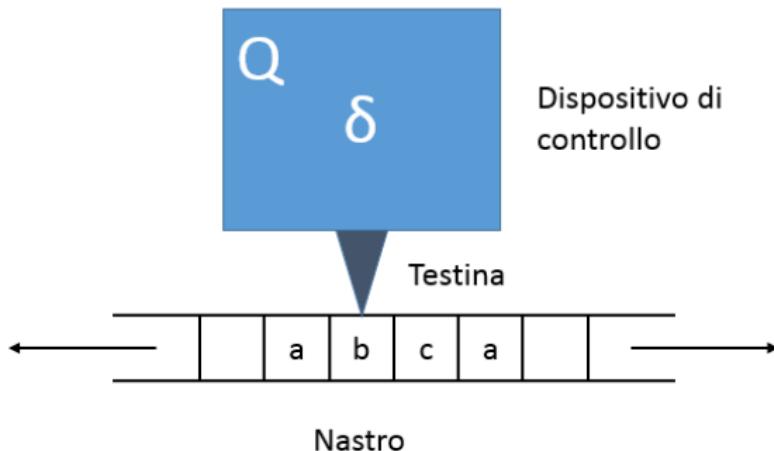


Tabella delle transizioni di stato

- Una **quintupla** di elementi:
 - s : lo stato della macchina all'istante presente
 - i : il simbolo letto all'istante presente
 - $S(s, i)$: lo stato della macchina all'istante successivo
 - $I(s, i)$: il simbolo scritto dalla macchina all'istante successivo
 - $V(s, i)$: il verso del movimento della macchina (destra o sinistra)

Esempio

- Consideriamo ad esempio una MdT che modifica una sequenza di Z rimpiazzando ogni Z in posizione dispari con un A
- Supponiamo di avere sul nastro una sequenza predefinita di Z
- Quali sono le quintuple che definiscono il programma?

Simulatore

- Simulatore
<http://www.turingsimulator.net/>
- Sintassi e ordine della quintupla: "("stato corrente, simbolo-letto, stato prossimo, simbolo scritto, movimento")"
- Finestra a dx le sequenze di quintuple.
- Sotto la sequenza di caratteri sul nastro che inizializza la macchina.

Soluzione

- Ecco delle quintuple per il programma:

(0,Z,1,Z,>)

(1,Z,0,A,>)

(1,-,END,-,-)

(0,-,END,-,-)

Simulatore: Esercizi(1)

- Programmare una macchina di Turing che esegue il complemento dei bit nella posizione pari, e lascia inalterati quelli nella posizione dispari.
- Es. 111 -> 010

Simulatore: Esercizi(2)

- Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di A e B , termina la sua esecuzione lasciando sul nastro una sola T se la sequenza iniziale contiene almeno una B, una sola F altrimenti

Simulatore: Esercizi(3)

- Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di cifre decimali, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza che si ottiene eliminando tutte le cifre 0 alla sinistra della cifra diversa da 0 più a sinistra. Se la sequenza iniziale è composta da sole cifre 0, la macchina deve lasciare sul nastro un solo 0.

Simulatore: Esercizi(4)

- Programmare una macchina di Turing che risolva lo stesso problema del distributore di bevande visto nella sezione delle macchine a stati.

Simulatore: Esercizi(5)

- Dato un numero intero positivo n , $n \text{ div } 2$ è il quoziente della divisione di n per 2. Ad esempio, $6 \text{ div } 2 = 3$, mentre $9 \text{ div } 2 = 4$. Consideriamo il problema di programmare una macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza composta da nA consecutive (con $n > 1$), termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sequenza composta da $n \text{ div } 2 A$ consecutive.
- **Consiglio:** Leggere e scrivere le A in zone differenti
- **ESEMPI**
nastro iniziale , nastro finale
AAAAA , AA
AAAAAA , AA
AAA , A

Simulatore: Esercizi(6)

- Una sequenza si dice palindroma se la sua lettura da sinistra verso destra è uguale alla sua lettura da destra verso sinistra. Programmare una Macchina di Turing che, dato un nastro iniziale contenente una sequenza di A e B, termina la sua esecuzione lasciando sul nastro la sola S se la sequenza iniziale è palindroma.
- L'idea è quella di leggere il primo a sinistra e l'ultimo a destra per vedere se sono lo stesso carattere e nel caso cancellarli.

Tratti da una gara sulla programmazione della Macchina di Turing