МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский Авиационный Институт»
(Национальный Исследовательский Университет)

Институт: №8 «Информационные технологии и прикладная математика»
Кафедра: 806 «Вычислительная математика и программирование»

Курсовая работа
по курсу «Фундаментальная информатика»
I семестр
Задание 3
«Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций»

Группа	М8О-109Б-22
Студент	Моравская В.И.
Преподаватель	Сысоев М.А.
Оценка	
Дата	

Москва, 2022

Задание

Составить программу на Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных функций языка программирования. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения отрезка [a, b] на n равных частей (n+1 точка включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью ε * k, где ε - машинное эпсилон аппаратно реализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а k - экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

Вариант

4	$\ln 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2^3} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n \cdot 2^n}$	-1.0	1.0	$\ln(2+x)$

Теоретическая часть

Формула Тейлора — формула разложения функции в бесконечную сумму степенных функций. Формула широко используется в приближённых вычислениях, так как позволяет приводить трансцендентных функций к более простым. Сама она является следствием теоремы Лагранжа о среднем значении дифференцируемой функции. В случае a=0 формула называется рядом Маклорена.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{k} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

Машинное эпсилон — числовое значение, меньше которого невозможно задавать относительную точность для любого алгоритма, возвращающего вещественные числа. Абсолютное значение для машинного эпсилон зависит от разрядности сетки применяемой ЭВМ и от разрядности используемых при расчёте чисел. Формально это машинное эпсилон определяют как число, удовлетворяющее равенству 1 + ε = 1. Фактически, два отличных от нуля числа являются равными с точки зрения машинной арифметики, если их модуль разности меньше или не превосходит машинное эпсилон.

В языке Си машинные эпсилон определено для следующих типов:

- float – 1.19 * 10-7
- double – 2.20 * 10-16
- long double – 1.08 * 10-19

Алгоритм решения

Для каждой строки таблицы нужно просуммировать все члены формулы Тейлора до тех пор, пока члены больше/равны эпсилон (ε) по модулю. Чтобы это сделать, каждый новый член суммируем со всеми предыдущими, пока новые не станут меньше эпсилон по модулю.

Используемые переменные

Название переменной	Тип переменной	Смысл переменной
a	double	Начало отрезка
b	double	Конец отрезка
x	double	Значение части отрезка
sum_t	double	Сумма ряда Тейлора
chln_t	double	Член ряда Тейлора
f	double	Значение функции
n	int	Разбиение отрезка на n частей
iter	int	Кол-во членов ряда Тейлора
e	long double	Эпсилон
i	int	Номер части отрезка

Код программы

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main(){

    double a = (-1.0), b = 1.0, x = -1.0;
    double sum_t, chln_t, f;
    int n, iter;
    long double e = 1.0f;

    while (1.0f + e / 2.0f > 1.0f){
        e /= 2.0f;
    }

    printf("Write n: ");
    scanf("%d", &n);
    printf("n = %d \n", n);
    printf("Machine eps double = %.16Le\n", e);
    printf("Table of Teylor values and stand f(x) = ln(2 + x)\n");

printf("=====================================================
===================\n");
    printf("| x \t | Taylor\t\t | Function\t        | Iters  |\n");

printf("=====================================================
===================\n");

    for (int i = 1; i <= n+1; i++) {
        iter = 1;
        chln_t = 1;
        f = log(2+x);
        sum_t = log(2);
        while (fabs(chln_t) > e && iter < 100) {
            chln_t = pow((-1), iter-1) * ( pow(x, iter) / iter / pow(2, iter) );
            sum_t += chln_t;
            iter++;
        }
```

```
        printf("| %.3f | %.18lf | %.18lf |   %d   |\n", x, sum_t, f, iter);
        printf("------------------------------------------------------------\n");
        x += (b - a) / n;
    }

    return 0;

}
```

Входные данные

На вход подается число n – количество частей, на которое разбивается отрезок.

Выходные данные

Программа выводит n, значение машинного эпсилон; функцию, для которой высчитывается ряд Тейлора. Далее выводится таблица из n+1 строк, в каждой из которых выводится значение x, для которого вычисляется функция; значение, вычисленное с помощью формулы Тейлора; значение, вычисленное с помощью встроенных функций языка; количество итераций, требуемых для вычисления.

Протокол исполнения и тесты

№ 1

Входные данные:

1

Результат:

```
C:\ырс√\ъя\3\КР3_|юЁртёър .exe
Write n: 1
n = 1
Machine eps double = 3.17284214729048450-317
Table of Teylor values and stand f(x) = ln(2 + x)
===================================================================
| x      | Taylor                   | Function                | Iters  |
===================================================================
| -1.000 | -0.000000000000000021 | 0.000000000000000000 |   59   |
-------------------------------------------------------------------
| 1.000 | 1.098612288668110700 | 1.098612288668109800 |   59   |
-------------------------------------------------------------------

Process returned 0 (0x0)   execution time : 3.630 s
Press any key to continue.
```

№ 2

Входные данные:

3

Результат:

```
C:\ырс√\ъя\3\КР3_|юЁртёър .exe
Write n: 3
n = 3
Machine eps double = 3.17284214729048445e-317
Table of Teylor values and stand f(x) = ln(2 + x)
==================================================================
| x      | Taylor                  | Function               | Iters |
==================================================================
| -1.000 | -0.000000000000000021 | 0.000000000000000000 |   59   |
------------------------------------------------------------------
| -0.333 | 0.510825623765990720 | 0.510825623765990610 |   24   |
------------------------------------------------------------------
| 0.333 | 0.847297860387203230 | 0.847297860387203450 |   24   |
------------------------------------------------------------------
| 1.000 | 1.098612288668110400 | 1.098612288668109800 |   59   |
------------------------------------------------------------------

Process returned 0 (0x0)   execution time : 2.653 s
Press any key to continue.
```

№ 3

Входные данные:

10

Результат:

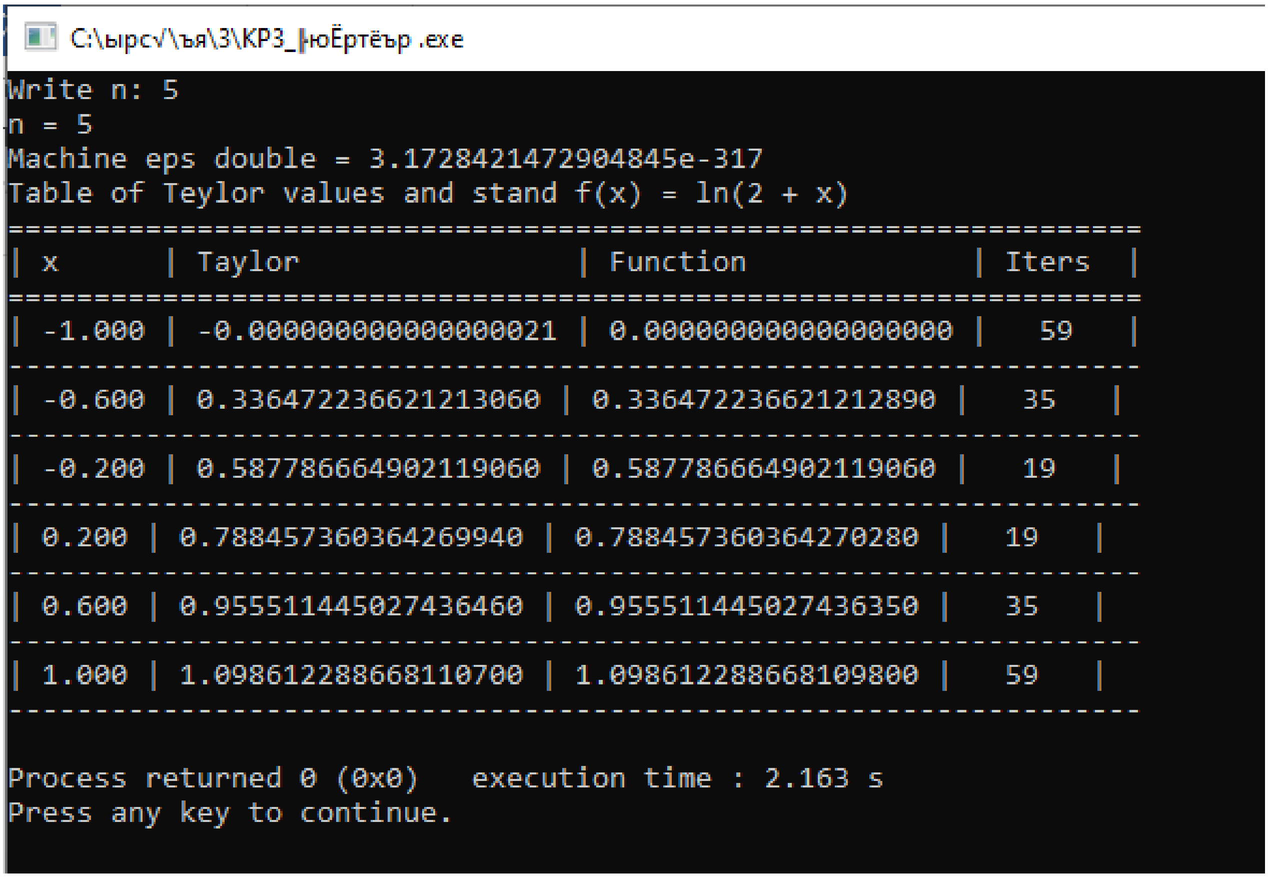
```
Выбрать C:\ырс√\ъя\3\КР3_╠юЁртёър .exe
Write n: 10
n = 10
Machine eps double = 3.1728421472904845e-317
Table of Teylor values and stand f(x) = ln(2 + x)
==================================================================
| x      | Taylor                  | Function               | Iters |
==================================================================
| -1.000 | -0.000000000000000021 | 0.000000000000000000 |   59   |
------------------------------------------------------------------
| -0.800 | 0.182321556793954510 | 0.182321556793954590 |   45   |
------------------------------------------------------------------
| -0.600 | 0.336472236621212950 | 0.336472236621212890 |   35   |
------------------------------------------------------------------
| -0.400 | 0.470003629245735470 | 0.470003629245735470 |   27   |
------------------------------------------------------------------
| -0.200 | 0.587786664902119060 | 0.587786664902118950 |   19   |
------------------------------------------------------------------
| -0.000 | 0.693147180559945290 | 0.693147180559945290 |   3   |
------------------------------------------------------------------
| 0.200 | 0.788457360364269940 | 0.788457360364270280 |   19   |
------------------------------------------------------------------
| 0.400 | 0.875468737353899960 | 0.875468737353899850 |   27   |
------------------------------------------------------------------
| 0.600 | 0.955511445027436350 | 0.955511445027436350 |   35   |
------------------------------------------------------------------
| 0.800 | 1.029619417181157900 | 1.029619417181158100 |   45   |
------------------------------------------------------------------
| 1.000 | 1.098612288668110700 | 1.098612288668109800 |   59   |
------------------------------------------------------------------

Process returned 0 (0x0)   execution time : 3.023 s
Press any key to continue.
```

№ 4

Входные данные:

5

Результат:



```
C:\ырс√\ъя\3\КР3_╟юЁртёър .exe
Write n: 5
n = 5
Machine eps double = 3.17284214729048450e-317
Table of Teylor values and stand f(x) = ln(2 + x)
=================================================================
| x      | Taylor                 | Function               | Iters  |
=================================================================
| -1.000 | -0.000000000000000021 | 0.000000000000000000 |   59   |
-----------------------------------------------------------------
| -0.600 | 0.336472236621213060 | 0.336472236621212890 |   35   |
-----------------------------------------------------------------
| -0.200 | 0.587786664902119060 | 0.587786664902119060 |   19   |
-----------------------------------------------------------------
| 0.200 | 0.788457360364269940 | 0.788457360364270280 |   19   |
-----------------------------------------------------------------
| 0.600 | 0.955511445027436460 | 0.955511445027436350 |   35   |
-----------------------------------------------------------------
| 1.000 | 1.098612288668110700 | 1.098612288668109800 |   59   |
-----------------------------------------------------------------

Process returned 0 (0x0)   execution time : 2.163 s
Press any key to continue.
```

№ 5

Входные данные:

7

Результат:

C:\ырсv\ъя\3\КРЗ_|юЁртёър .exe

```
Write n: 7
n = 7
Machine eps double = 3.17284214729048450e-317
Table of Teylor values and stand f(x) = ln(2 + x)
==================================================================
| x      | Taylor                  | Function               | Iters  |
==================================================================
| -1.000 | -0.000000000000000021 | 0.000000000000000000 |   59   |
------------------------------------------------------------------
| -0.714 | 0.251314428280906000 | 0.251314428280906000 |   40   |
------------------------------------------------------------------
| -0.429 | 0.451985123743057220 | 0.451985123743057220 |   28   |
------------------------------------------------------------------
| -0.143 | 0.619039208406223280 | 0.619039208406223510 |   17   |
------------------------------------------------------------------
| 0.143 | 0.762140052046896720 | 0.762140052046896720 |   17   |
------------------------------------------------------------------
| 0.429 | 0.887303195000902490 | 0.887303195000902710 |   28   |
------------------------------------------------------------------
| 0.714 | 0.998528830111126920 | 0.998528830111127250 |   40   |
------------------------------------------------------------------
| 1.000 | 1.098612288668110400 | 1.098612288668109800 |   59   |
------------------------------------------------------------------

Process returned 0 (0x0)   execution time : 2.656 s
Press any key to continue.
```

Вывод

В данном задании я смогла найти машинное эпсилон, описать формулу Тейлора и составить алгоритм реализации вычисления значений функции для заданного числа на отрезке, благодаря чему была составлена данная программа на языке Си. Программа была протестирована на различных значениях, все результаты были задокументированы.

Данная работа помогла мне еще лучше изучить язык Си, улучшила мои навыки составления алгоритмов и поиска решения поставленной задачи. В ходе выполнения работы я, помимо навыков программирования, улучшила знания в области математического анализа, в курсе которого и проходится ряд Тейлора.

Работа оставила в основном приятные впечатления, даже не смотря на то, что мне пришлось делать ее на каникулах.