

# Esperienza di ottica

## Diffrazione

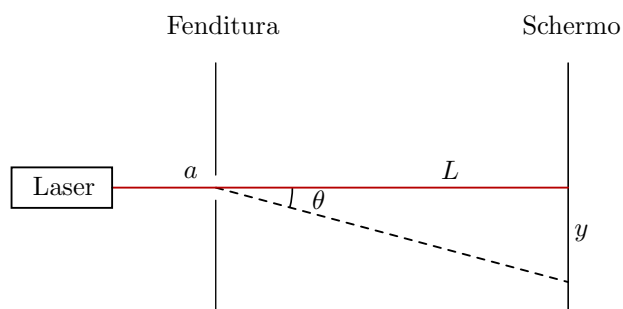
Arianna Genuardi, Matteo Romano, Vittorio Strano, Florinda Tesi

### Indice

1	Introduzione	1
2	Strumentazione	2
2.1	Software . . . . .	2
3	Procedimento	2
4	Risultati	3
4.1	Fenditura 0.02 mm . . . . .	3
4.2	Fenditura 0.04 mm . . . . .	7
4.3	Fenditura 0.08 mm . . . . .	12
5	Conclusioni	14
A	Approssimazione angolo $\theta$	15

## 1 Introduzione

Questo esperimento vuole rilevare il carattere ondulatorio della luce tramite il fenomeno della **diffrazione**, causata dal passaggio del fascio di luce per una fenditura di dimensioni  $a$  comparabili alla sua lunghezza d'onda  $\lambda$ . Per far ciò verrà analizzata la figura d'interferenza formata su uno schermo a distanza  $L$  dalla fenditura (Figura 1).



**Figura 1:** Illustrazione dell'apparato strumentale

La legge che descrive l'intensità della luce su un punto dello schermo a distanza  $y$  dal centro è l'Equazione 1 come ricavato in Appendice A.

$$I(y) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{y}{L} \right) \quad (1)$$

Per trovare i punti di minimo basta porre  $\frac{ay}{\lambda L} \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  ovvero

$$y \in \left\{ m \frac{\lambda L}{a} : m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \right\} \quad (2)$$

## 2 Strumentazione

- **Laser** con lunghezza d'onda  $\lambda = 650 \text{ nm}$
- **Fenditura** di larghezza variabile da 0.02, 0.04 e 0.08 mm con errore di  $\pm 0.005 \text{ mm}$
- **Supporto ottico con riga** di lunghezza pari a 1.2 m e risoluzione 1 mm, su cui montare i vari strumenti
- **Schermo** utile per centrare il laser orizzontalmente
- **Light sensor** in grado di campionare l'intensità luminosa con tre diverse scale (in ordine di fondoscala crescente *candela*, *lampadina*, *sole*) e dotato di fenditura variabile 0.5, 1 e 1.5 mm
- **Rotary motion sensor** capace di misurare la rotazione relativa al punto di avvio della misurazione con una risoluzione di  $0.09^\circ$ . Il fattore di conversione lineare utilizzando la guida dentata, indicato nel manuale, è circa  $0.0126 \text{ m/rad}$
- **Guida dentata** lunga 21 cm su cui è montato il sensore di rotazione
- **Interfaccia** per collegare il sensore ad un computer

### 2.1 Software

- Pasco Capstone per controllare l'interfaccia

## 3 Procedimento

Il laser è stato collocato allo zero del supporto ottico. All'altra estremità, in posizione  $(102.50 \pm 0.05) \text{ cm}$ , sono presenti i due sensori di luminosità e movimento solidali tra loro e collegati ad un computer tramite l'interfaccia, che servirà a registrare i dati.

Sono state spente le luci della stanza e tramite le manopole poste dietro al laser il puntatore è stato allineato orizzontalmente al centro dello schermo posto di fronte ad esso. Una volta rimosso lo schermo, il laser è stato allineato verticalmente al centro dell'apertura del detector per evitare l'interazione con il bordo di quest'ultima.

Successivamente è stata inserita la fenditura, regolata a  $0.02 \text{ mm}$ , in posizione  $(4.00 \pm 0.05) \text{ cm}$  ottenendo così una distanza fenditura-detector pari a  $L = (98.5 \pm 0.1) \text{ cm}$

Prima di effettuare le misurazioni di ogni set è stata selezionata l'apertura del detector ed è stato impostato il giusto fondoscala. Dopo aver posto i sensori ad un estremo della guida dentata, sono state avviate le misurazioni ed sono stati mossi i sensori fino alla parte opposta della guida e indietro fino a tornare al punto di partenza. Così facendo si vuole scoprire un'eventuale dipendenza delle misure dal tempo.

Con l'apertura del detector a  $1.5 \text{ mm}$  sono stati effettuati più set per ciascuna fenditura in modo da verificare la ripetibilità dei dati raccolti. Successivamente è stata variata l'apertura del sensore per analizzare l'effetto delle variabili al contorno.

Sono anche state raccolte delle misure di intensità con il sensore otturato in modo da stimare la corrente di buio per i fondoscala utilizzati, ottenendo una corrente di buio pari a  $0.030 \pm 0.006$  per il fondoscala *lampadina* e  $0.017 \pm 0.005$  per il fondoscala *candela*.

Avendo preso le misure a partire da un'estremità della guida dentata la curva non ha il picco centrato in  $y = 0$ , quindi si è proceduto con il traslare la posizione delle misure fino a centrare il picco di ciascuna curva.

A partire dai dati raccolti con apertura del sensore pari a  $1.5 \text{ mm}$  è stata stimata la dimensione della fenditura utilizzando due metodi

1. La posizione dei minimi ricavata graficamente che permette di ottenere la dimensione della fenditura utilizzando l'Equazione 2
2. Il fit tramite l'Equazione 3, in cui è stato inserito un parametro  $c$  che permette di traslare la curva verticalmente in modo da tenere in considerazione la presenza di rumore.

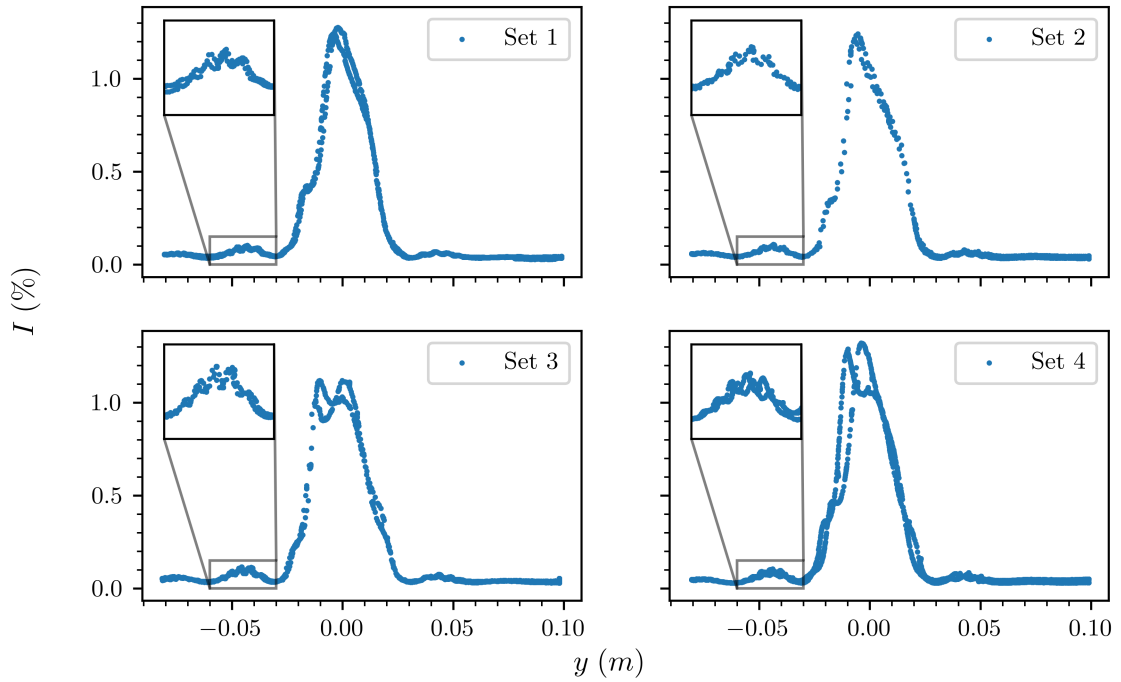
$$I_{I_0,a,c}(y) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{y}{L}\right) + c \quad (3)$$

Infine le misure effettuate variando l'apertura del sensore sono state confrontate, l'effetto atteso è una riduzione dell'intensità luminosa ed un conseguente restringimento del picco centrale derivante dalla diminuzione della superficie investita dalla luce.

## 4 Risultati

### 4.1 Fenditura 0.02 mm

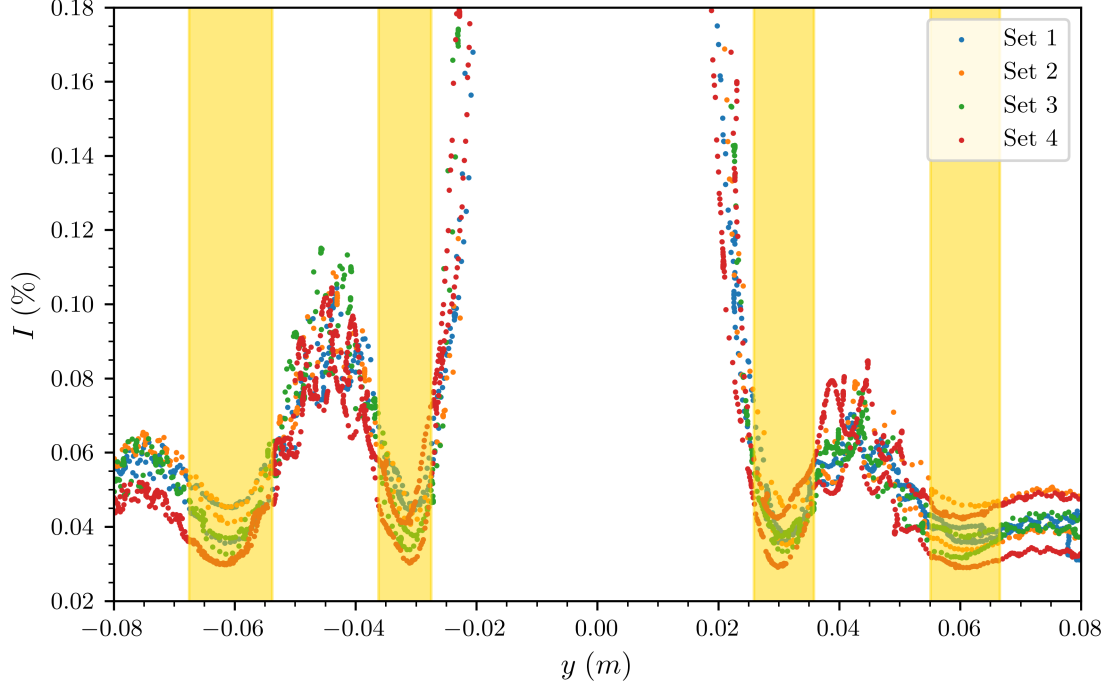
Per la fenditura da 0.02 mm ed apertura del sensore pari a 1.5 mm sono stati raccolti 4 set di dati che sono riportati in Figura 2.



**Figura 2:** Misure dell'intensità luminosa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) del sensore. In tutti i set è possibile notare una deformazione del picco centrale che tende verso sinistra; a partire dal picco centrale del Set 3 si può ipotizzare la presenza di un segnale sinusoidale che si sovrappone alla figura di diffrazione causando la biforcazione del picco centrale. La presenza di un segnale "parassita" è visibile anche nelle code della curva come mostrato nello zoom del picco laterale sinistro. Infine è presente un'asimmetria nelle code per cui l'intensità luminosa risulta essere maggiore a sinistra.

Sovrapponendo i set si è proceduto ad individuare la posizione dei minimi attribuendogli una barra d'errore sufficientemente grande da rendere la misura compatibile con tutti i set. Le posizioni dei minimi ottenute dalla Figura 3 sono riportate in Tabella 1 di fianco ai valori della fenditura ricavati utilizzando l'Equazione 2.

Intersecando le barre d'errore degli  $a$  così ricavati si ottiene  $a_g = (0.021 \pm 0.002)$  mm che risulta compatibile con il valore teorico.



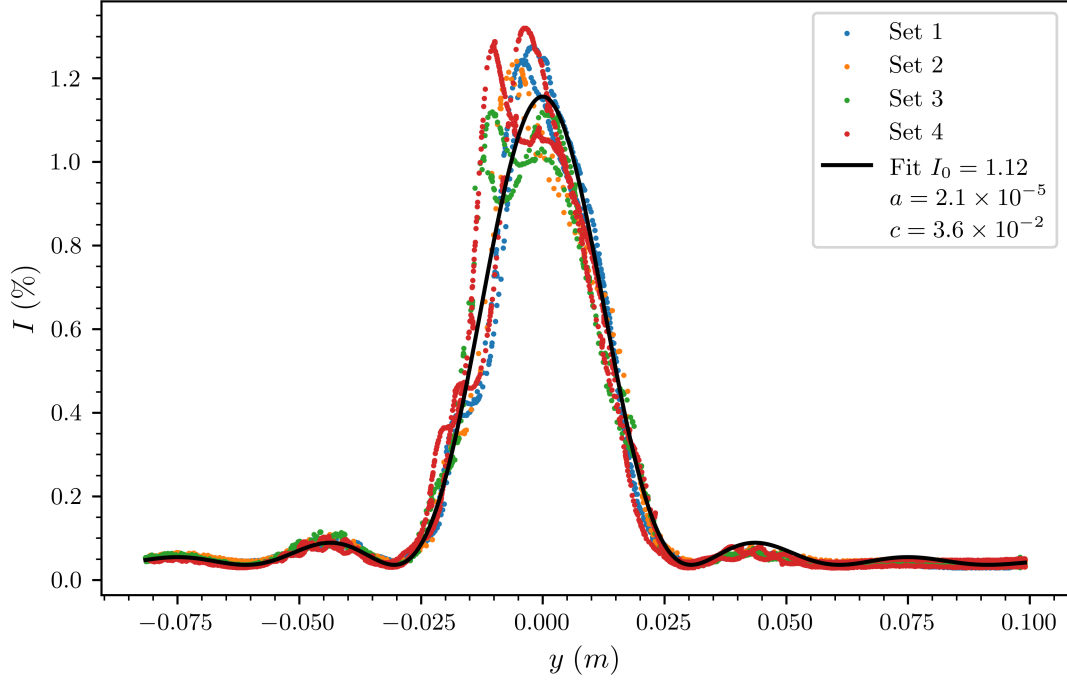
**Figura 3:** Intensità luminosa  $I$  in funzione della posizione  $y$  del sensore (in metri) per la fenditura a 0.02 mm. In figura sono segnati i minimi ricavati graficamente con i relativi errori. È possibile notare un segnale sinusoidale che si sovrappone alla figura di diffrazione causando una deformazione dei picchi laterali i quali risultano essere asimmetrici rispetto al centro, infatti l'intensità luminosa  $I$  è inferiore per valori positivi della posizione.

**Tabella 1:** Posizione dei minimi, ottenuta graficamente dalla Figura 3, riportata di fianco al proprio indice  $m$  ed al valore  $a$  (in mm) stimato seguendo la relazione esposta in Equazione 2. Il valore di  $a$  derivato da ciascun minimo è stato ricavato ponendo  $\lambda = 650$  nm ed  $L = (98.5 \pm 0.1)$  cm. Per l'errore  $\delta a$  sono stati sommati in quadratura  $\delta y$  e  $\delta L$ , che permette di considerare trascurabile il contributo di  $\delta L$ .

$m$	$y$ (m)	$a$ (mm)
-2	$-0.061 \pm 0.007$	$0.021 \pm 0.002$
-1	$-0.032 \pm 0.004$	$0.020 \pm 0.003$
1	$0.031 \pm 0.005$	$0.021 \pm 0.003$
2	$0.061 \pm 0.006$	$0.0210 \pm 0.0020$

Successivamente si è proceduto con il fit utilizzando l'Equazione 3 e ottenendo un valore della fenditura  $a_f = (0.021 \pm 0.002)$  mm, il grafico del fit è riportato in Figura 4.

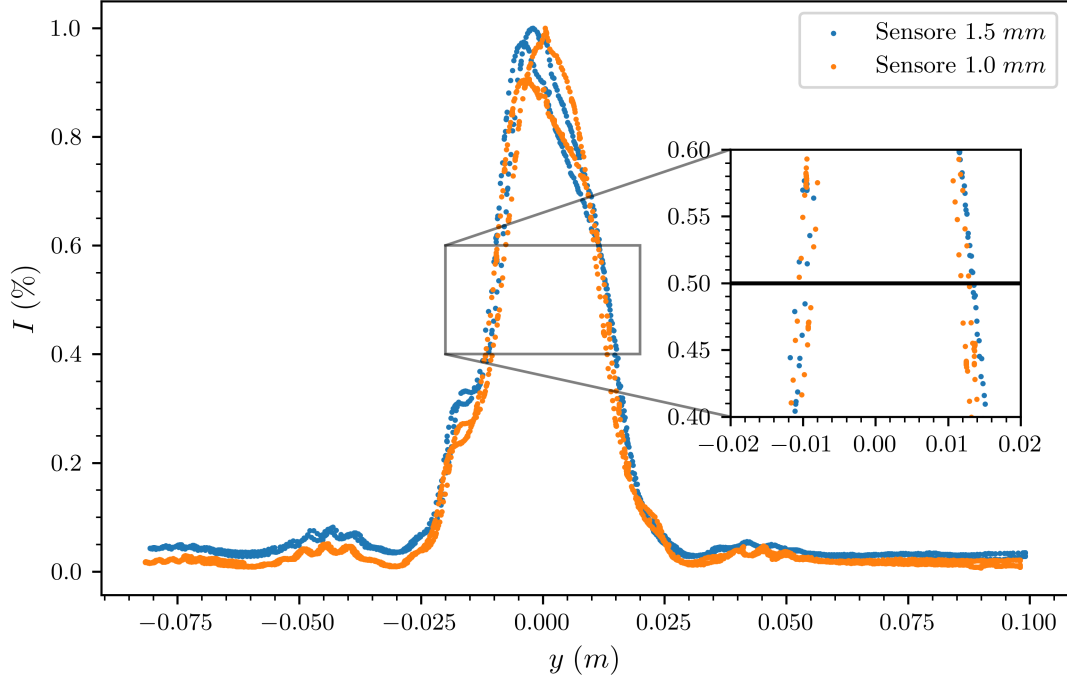
Entrambi  $a_g$  e  $a_f$  risultano compatibili con il valore teorico di  $a = 0.02$  mm.



**Figura 4:** Intensità luminosa  $I_0$  in funzione della posizione  $y$  del sensore (in metri) per la fenditura a 0.02 mm. In figura è riportato il fit fatto utilizzando l'Equazione 3. I valori dei parametri ottenuti sono  $I_0 = 1.12 \pm 0.15$ ,  $a = (0.021 \pm 0.002)$  mm e  $c = (3.6 \pm 0.8) \times 10^{-2}$ .

Per confrontare le misure ottenute con diverse aperture del sensore si è scelto di utilizzare il set 1, corrispondente alle misure con apertura 1.5 mm, in quanto è quello che meno presenta deformazioni lungo il picco centrale: questo permette un miglior confronto dell'ampiezza. Dopo aver scalato le intensità dei set utilizzati in modo che il valore massimo di  $I$  risultasse pari ad 1 per tutti i set, essi sono stati riportati sovrapposti in Figura 5.

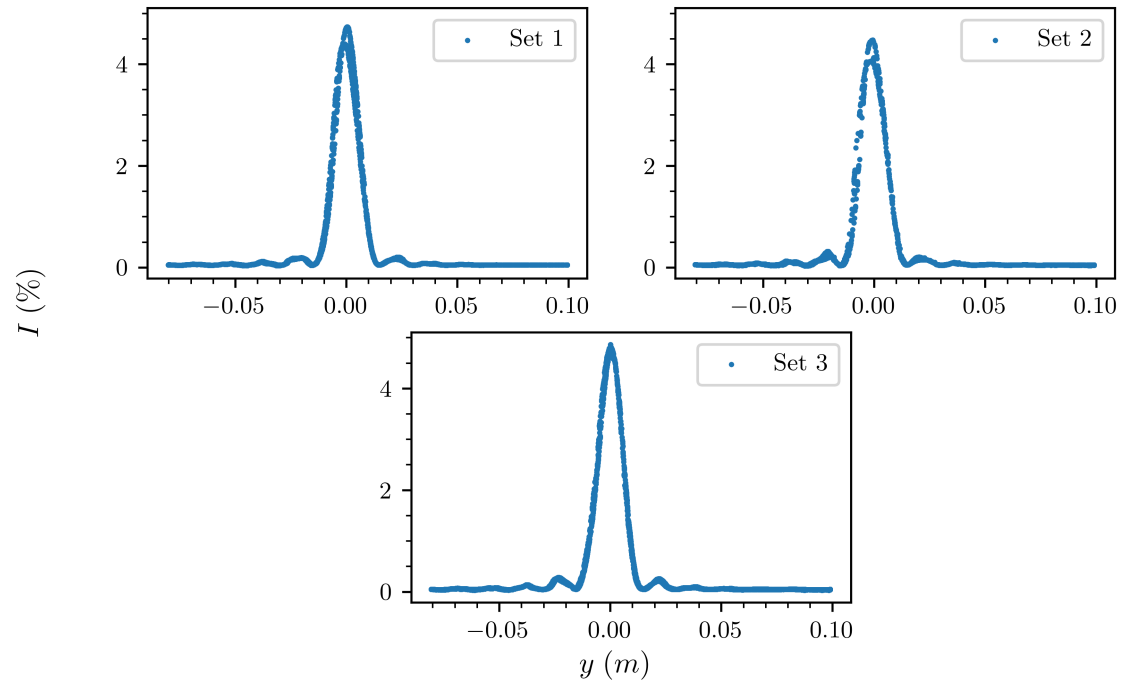
Si può notare che anche nel grafico 5 persiste il segnale parassita: questo potrebbe essere dato da un difetto della fenditura stessa, che causa un'interferenza la quale si sovrappone alla figura di diffrazione.



**Figura 5:** Grafico dell'intensità luminosa relativa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) per ciascuna delle due aperture del sensore. Riducendo l'apertura del sensore l'intensità misurata diminuisce permettendo di passare al fondo-scala più piccolo (*candela*) per l'apertura da 1.0 mm. I valori delle intensità sono stati scalati in modo che l'altezza del picco centrale fosse pari a 1, permettendo di confrontare i picchi con più semplicità. È possibile notare come la curva tracciata dalle misure con un'apertura più stretta abbia un picco centrale leggermente più schiacciato, tuttavia questo potrebbe essere dovuto ad un fattore di scala errato per l'intensità di una delle due curve in quanto esse non presentano un'intensità del picco centrale netta. Inoltre nelle code delle curve è evidente come il rumore di fondo diminuisca notevolmente, in particolar modo nel set di dati con il sensore a 1.0 mm. Questo potrebbe essere dovuto alla riduzione della luce che entra nel sensore o al cambio di fondo-scala, che porta ad una corrente di buio notevolmente inferiore. Come sarà possibile vedere in seguito la seconda ipotesi è quella che più si adatta ai dati raccolti.

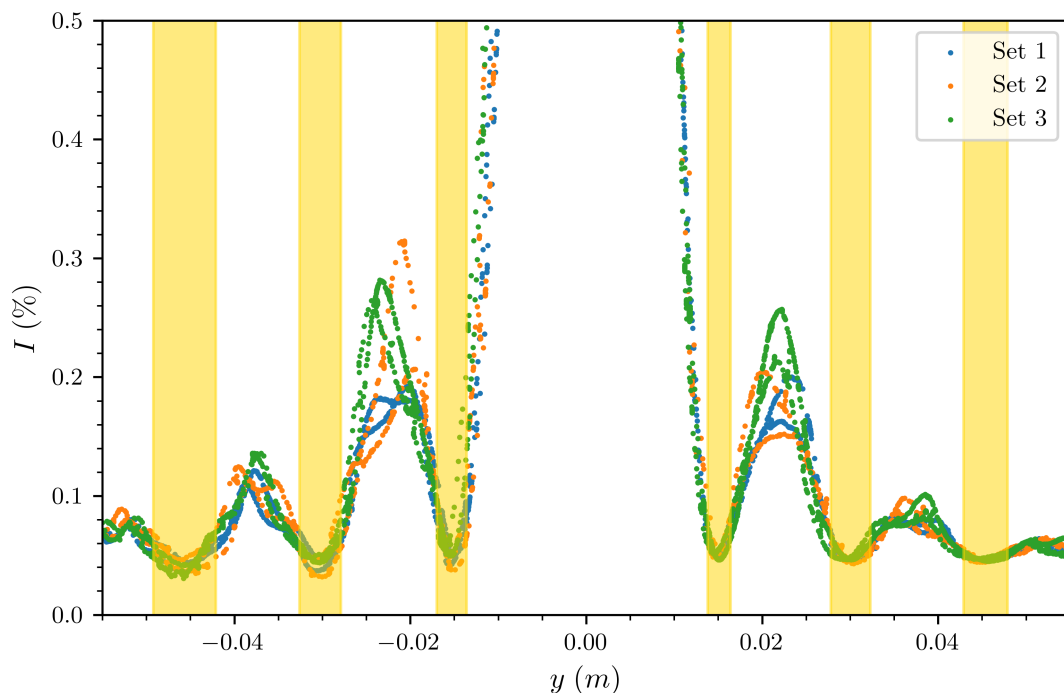
## 4.2 Fenditura 0.04 mm

Per la fenditura da 0.04 mm ed apertura del sensore pari a 1.5 mm sono stati raccolti 3 set di dati che sono riportati in Figura 6.



**Figura 6:** Misure dell'intensità luminosa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) del sensore.

Sovrapponendo i set si è proceduto ad individuare la posizione dei minimi attribuendogli una barra d'errore sufficientemente grande da rendere la misura compatibile con tutti i set. Le posizioni dei minimi ottenute dalla Figura 7 sono riportate in Tabella 2 di fianco ai valori della fenditura ricavati utilizzando l'Equazione 2.



**Figura 7:** Intensità luminosa  $I$  in funzione della posizione  $y$  del sensore (in metri) per la fenditura a 0.04 mm. In figura sono segnati i minimi ricavati graficamente con i relativi errori. È possibile notare come i picchi laterali presentino varie deformazioni da cui non è tuttavia possibile individuare un segnale sovrapposto come nel caso della fenditura da 0.02 mm; si è invece ipotizzato che ciò dipenda dalla variazione del rumore di fondo.

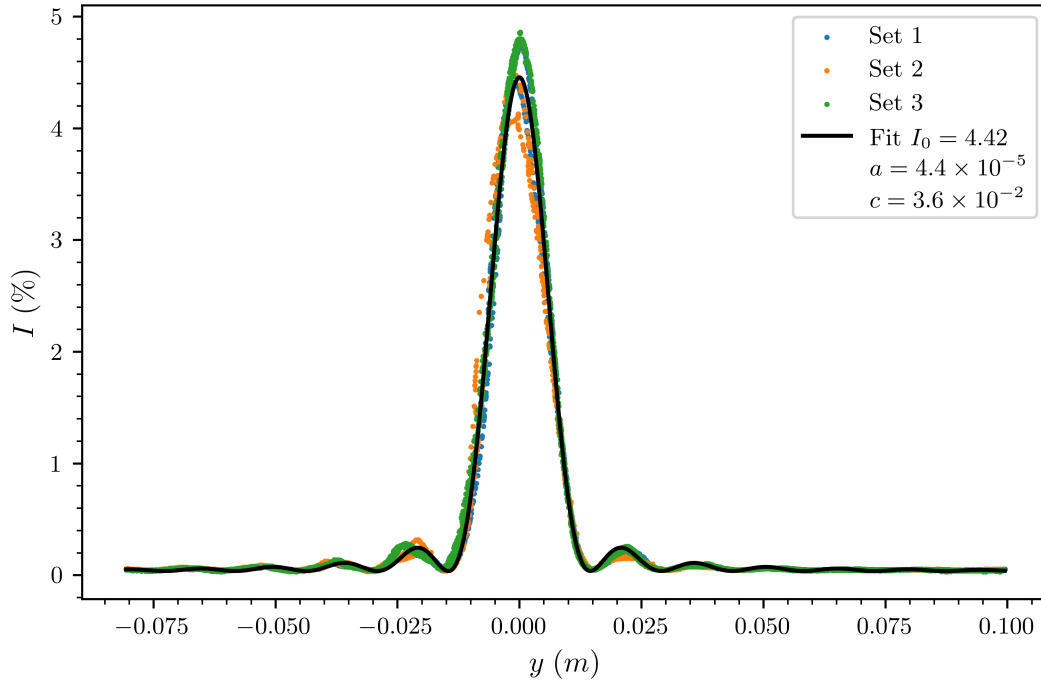
**Tabella 2:** Posizione dei minimi, ottenuta graficamente dalla Figura 7, riportata di fianco al proprio indice  $m$  ed al valore  $a$  (in mm) stimato seguendo la relazione esposta in Equazione 2. Il valore di  $a$  derivato da ciascun minimo è stato ricavato ponendo  $\lambda = 650$  nm ed  $L = (98.5 \pm 0.1)$  cm, per l'errore  $\delta a$  sono stati sommati in quadratura i contributi di  $\delta y$  e  $\delta L$ , anche qui rendendo  $\delta L$  pressochè trascurabile.

$m$	$y$ (m)	$a$ (mm)
-3	$-0.046 \pm 0.004$	$0.042 \pm 0.003$
-2	$-0.030 \pm 0.002$	$0.042 \pm 0.003$
-1	$-0.0153 \pm 0.0017$	$0.042 \pm 0.005$
1	$0.0151 \pm 0.0013$	$0.042 \pm 0.004$
2	$0.030 \pm 0.002$	$0.043 \pm 0.003$
3	$0.045 \pm 0.002$	$0.042 \pm 0.002$

Intersecando le barre d'errore dei valori ottenuti si ha  $a_g = (0.043 \pm 0.003)$  mm che risulta appena compatibile con il valore teorico.



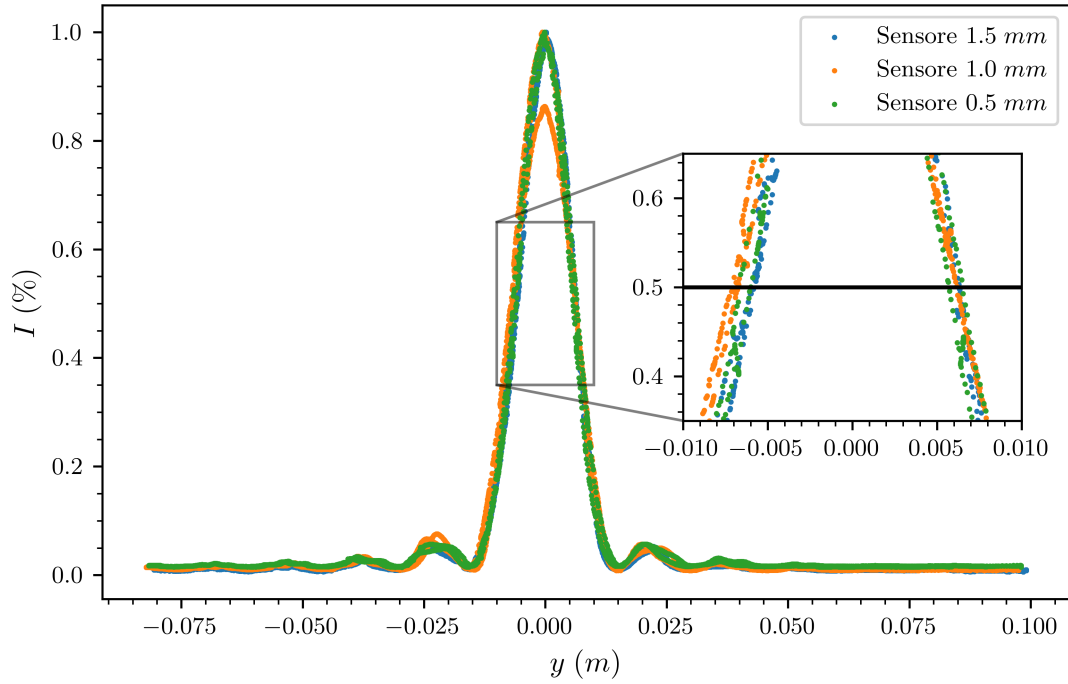
Successivamente si è proceduto con il fit utilizzando l'Equazione 3 e ottenendo un valore della fenditura  $a_f = (0.044 \pm 0.005)$  mm. Il grafico del fit è riportato in Figura 8.



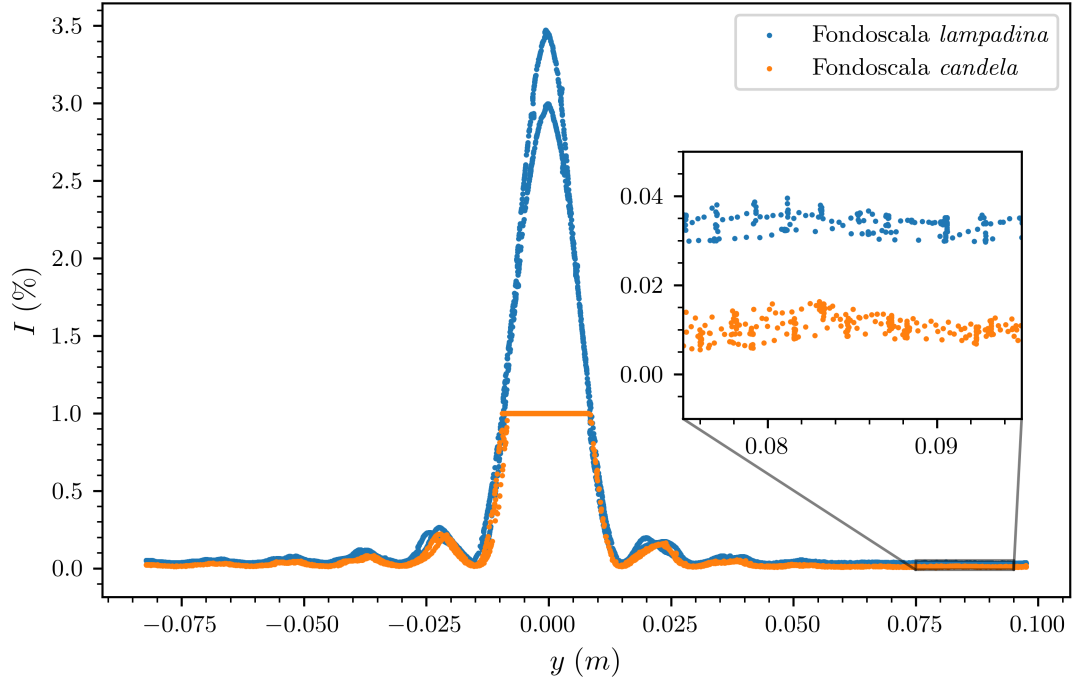
**Figura 8:** Intensità luminosa  $I_0$  in funzione della posizione  $y$  del sensore (in metri) per la fenditura a 0.04 mm. In figura è riportato il fit fatto utilizzando l'Equazione 3. I valori dei parametri ottenuti sono  $I_0 = 4.42 \pm 0.40$ ,  $a = (0.044 \pm 0.005)$  mm e  $c = 3.60 \pm 0.02$ .

Entrambi  $a_g$  e  $a_f$  risultano compatibili con il valore teorico di  $a = 0.04$  mm.

Per confrontare le misure ottenute con diverse aperture del sensore si è scelto di utilizzare il set 3 delle misure con apertura 1.5 mm, in quanto presenta una alta densità di misure l'uno il picco e una variazione trascurabile dell'intensità massima. Dopo aver scalato le intensità dei set utilizzati in modo che il valore massimo di  $I$  risultasse pari ad 1 per tutti i set, essi sono stati riportati sovrapposti in Figura 9.



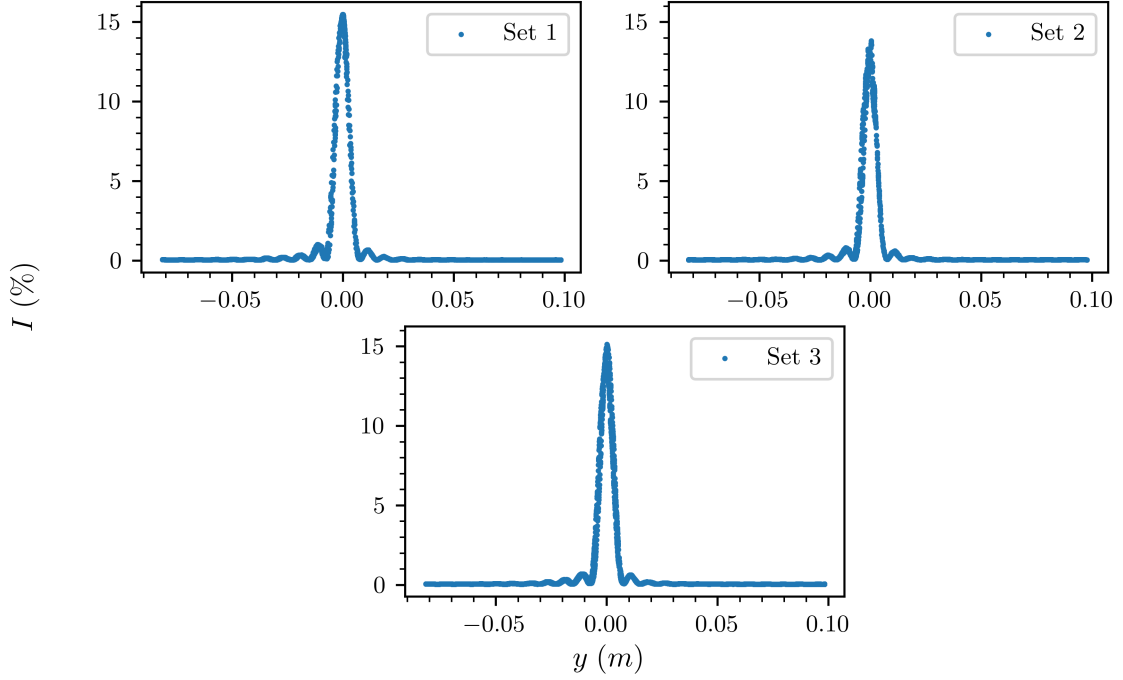
**Figura 9:** Grafico dell'intensità luminosa relativa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) per ciascuna delle due aperture del sensore. Tutti i set sono stati misurati con il fondoscala intermedio (*lampadina*). I valori delle intensità sono stati scalati in modo che l'altezza del picco centrale fosse pari a 1, permettendo di confrontare i picchi con più semplicità. Non è possibile evidenziare alcuna correlazione tra l'ampiezza del sensore e la larghezza del picco centrale.



**Figura 10:** Grafico dell'intensità luminosa relativa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) con apertura del sensore fissata a 1.0 mm e variando il fondoscala. È possibile osservare come il rumore registrato all'estremo della coda della curva sia minore quando si utilizza un fondoscala differente, questo è stato attribuito alla variazione della corrente di buio per i diversi che risulta essere  $0.030 \pm 0.006$  per il fondoscala *lampadina* e  $0.017 \pm 0.005$  per il fondoscala *candela*.

### 4.3 Fenditura 0.08 mm

Per la fenditura da 0.08 mm ed apertura del sensore pari a 1.5 mm sono stati raccolti 3 set di dati che sono riportati in Figura 11.



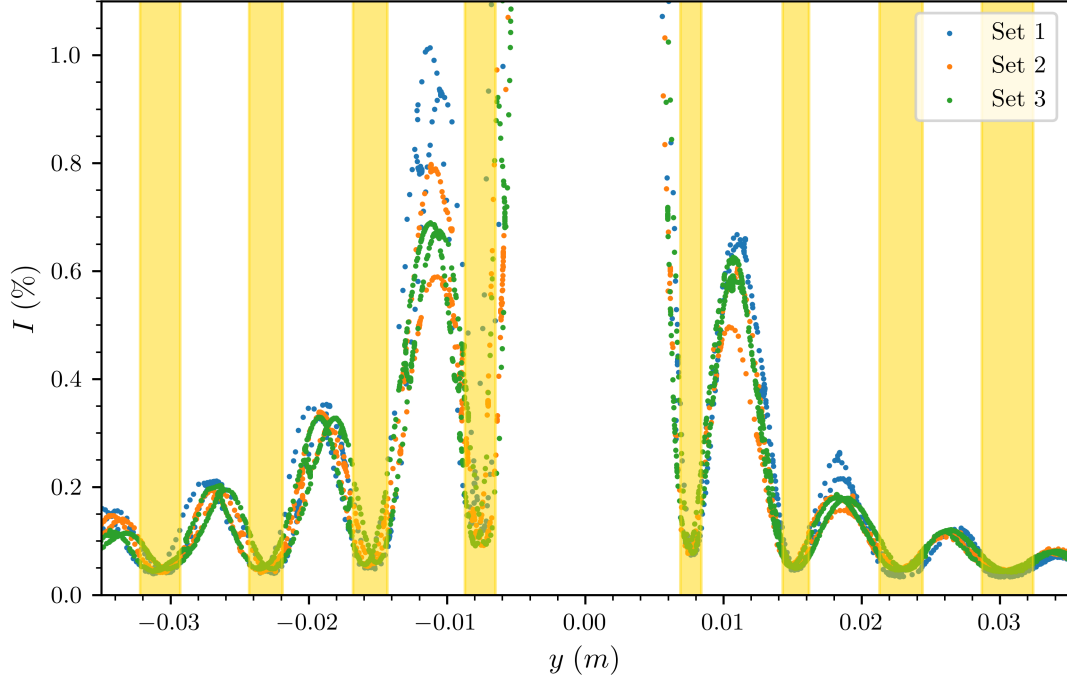
**Figura 11:** Misure dell'intensità luminosa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) del sensore.

Sovrapponendo i set si è proceduto ad individuare la posizione dei minimi attribuendogli una barra d'errore sufficientemente grande da rendere la misura compatibile con tutti i set. Le posizioni dei minimi ottenute dalla Figura 12 sono riportate in Tabella 3 di fianco ai valori della fenditura ricavati utilizzando l'Equazione 2.

**Tabella 3:** Posizione dei minimi, ottenuta graficamente dalla Figura 12, riportata di fianco al proprio indice  $m$  ed al valore  $a$  (in mm) stimato seguendo la relazione esposta in Equazione 2. Il valore di  $a$  derivato da ciascun minimo è stato ricavato ponendo  $\lambda = 650$  nm ed  $L = (98.5 \pm 0.1)$  cm, per l'errore  $\delta a$  sono stati sommati in quadratura i contributi di  $\delta y$  e  $\delta L$ , così facendo il contributo di  $\delta L$  risulta essere trascurabile.

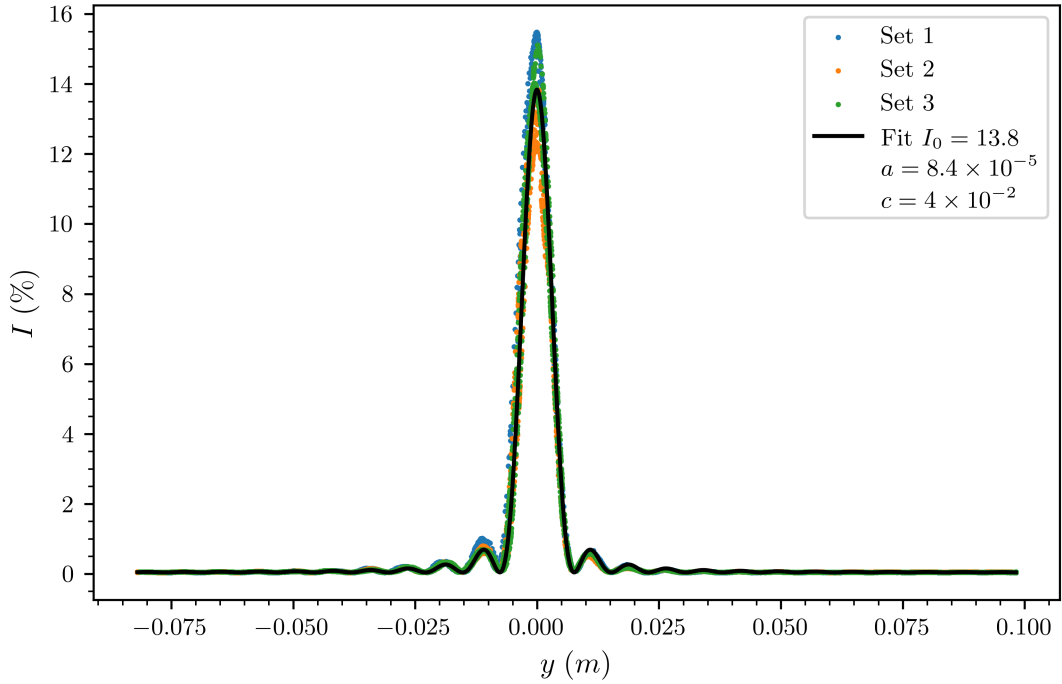
$m$	$y$ (m)	$a$ (mm)
-4	$-0.0307 \pm 0.0014$	$0.083 \pm 0.004$
-3	$-0.0231 \pm 0.0012$	$0.083 \pm 0.004$
-2	$-0.0155 \pm 0.0012$	$0.082 \pm 0.007$
-1	$-0.0076 \pm 0.0011$	$0.084 \pm 0.012$
1	$0.0076 \pm 0.0007$	$0.084 \pm 0.008$
2	$0.0152 \pm 0.0009$	$0.084 \pm 0.005$
3	$0.0229 \pm 0.0016$	$0.084 \pm 0.006$
4	$0.0306 \pm 0.0018$	$0.084 \pm 0.005$

Intersecando le barre d'errore dei valori ottenuti si ha  $a_g = (0.084 \pm 0.005)$  mm che risulta compatibile con il valore teorico.



**Figura 12:** Intensità luminosa  $I$  in funzione della posizione  $y$  del sensore (in metri) per la fenditura a 0.08 mm. Si può notare una forte asimmetria dei picchi laterali che risultano essere più bassi nella parte destra della curva.

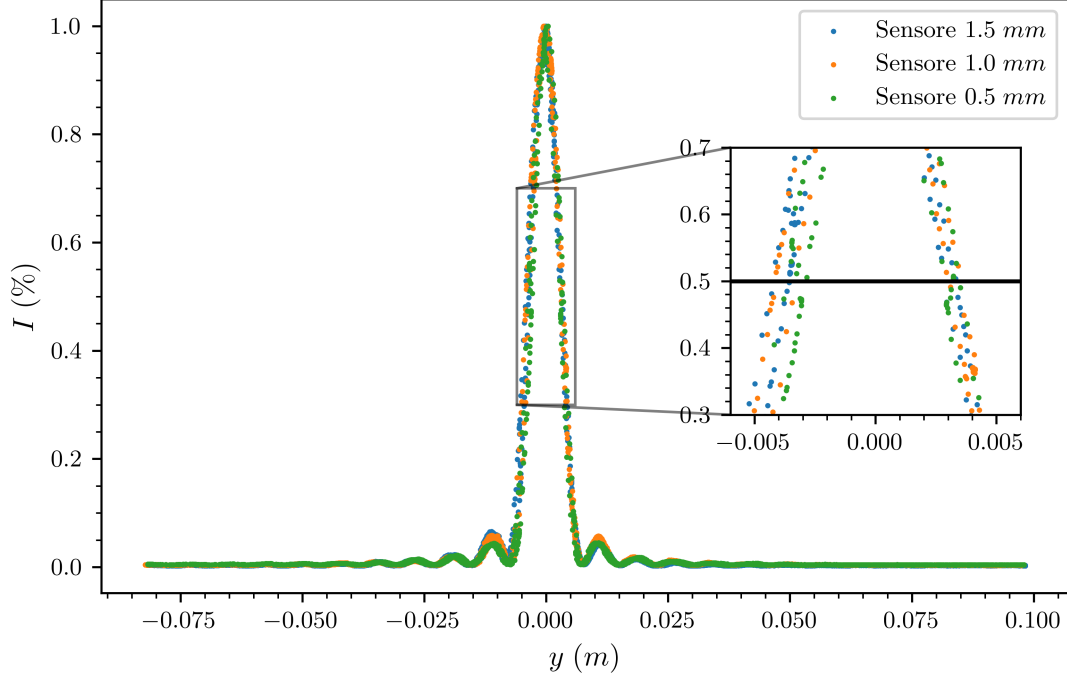
Successivamente si è proceduto con il fit utilizzando l'Equazione 3 e ottenendo un valore della fenditura  $a_f = (0.084 \pm 0.007)$  mm, il grafico del fit è riportato in Figura 13.



**Figura 13:** Intensità luminosa  $I_0$  in funzione della posizione  $y$  del sensore (in metri) per la fenditura a 0.08 mm. In figura è riportato il fit fatto utilizzando l'Equazione 3. I valori dei parametri ottenuti sono  $I_0 = 13.8 \pm 1.6$ ,  $a = (0.084 \pm 0.007)$  mm e  $c = (4.0 \pm 1.2) \times 10^{-2}$ .

Entrambi  $a_g$  e  $a_f$  risultano compatibili con il valore teorico di  $a = 0.08$  mm.

Per confrontare le misure ottenute con diverse aperture del sensore si è scelto di utilizzare il set 1 delle misure con apertura 1.5 mm, in quanto presenta una variazione trascurabile dell'intensità massima. Dopo aver scalato le intensità dei set utilizzati in modo che il valore massimo di  $I$  risultasse pari ad 1 per tutti i set, essi sono stati riportati sovrapposti in Figura 14.



**Figura 14:** Grafico dell'intensità luminosa relativa  $I$  in funzione della posizione  $y$  (in metri) per ciascuna delle due aperture del sensore. Tutti i set sono stati misurati con il fondoscala intermedio (*lampadina*). I valori delle intensità sono stati scalati in modo che l'altezza del picco centrale fosse pari a 1, questo permette di confrontare i picchi con più semplicità. Per quanto il set effettuato con un'apertura pari a 0.5 mm abbia un picco centrale leggermente più stretto rispetto agli altri due, una relazione simile non può essere individuata confrontando i set a 1.5 mm e 1.0 mm. In conclusione non è possibile estrapolare una relazione tra la dimensione dell'apertura e la larghezza del picco centrale.

## 5 Conclusioni

Tramite questo esperimento è stato possibile indagare la natura ondulatoria della luce.

Per la fenditura da 0.02 mm è stata formulata l'ipotesi della presenza di un difetto nella fenditura che causa fenomeni di interferenza i quali si sovrappongono alla figura di diffrazione producendo quelle fluttuazioni di intensità periodiche visibili in Figura 2.

Riguardo l'asimmetria delle curve non si è stati in grado di individuarne la causa, in quanto nonostante la principale fonte di rumore fosse sulla destra della guida dentata le intensità maggiori si registrano alla sinistra di essa.

Variando l'apertura del sensore non si nota alcuna variazione consistente nella larghezza del picco centrale.

Infine è possibile notare come tutti i valori delle fenditure, siano esse ottenute graficamente o tramite fit, risultano essere maggiori del valore nominale della fenditura corrispondente. L'ipotesi è che sia stato utilizzato un valore errato del fattore di conversione per trasformare le misure di rotazione (in rad) ottenute tramite il *rotary motion sensor* in misure di traslazione (in m).

Imponendo il valore nominale delle varie fenditure all'interno dell'Equazione 2 si ottiene che il fattore di conversione dovrebbe essere  $0.01335 \pm 0.00015$ . Non essendoci prove a favore di questa tesi essa rimane unicamente un'ipotesi.

## A Approssimazione angolo $\theta$

La legge che descrive l'intensità della luce su un punto dello schermo a distanza  $y$  dal centro è l'Equazione 4.

$$I(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right) \quad (4)$$

in cui  $\theta$  è l'angolo formato in corrispondenza della fenditura tra la retta perpendicolare allo schermo, passante per il suo centro, e quella passante per il punto dello schermo preso in analisi.

La distanza massima dal centro dello schermo raggiunta dal sensore è di  $y = 10$  cm e la distanza fenditura-sensore è pari a  $L = 98.5$  cm il che implica che il massimo angolo  $\theta$  raggiunto è pari a

$$\theta_{max} = \arctan \left( \frac{y}{L} \right) \approx 5.8^\circ$$

valore per il quale è possibile applicare l'approssimazione in Equazione 5.

$$\sin(\theta) \approx \theta = \arctan \left( \frac{y}{L} \right) \approx \frac{y}{L} \quad (5)$$

Quindi in Equazione 4 è possibile sostituire a  $\sin(\theta)$  il rapporto  $\frac{y}{L}$  giungendo all'Equazione 1.