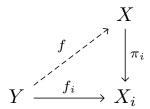
## CATÉGORIES

## **Produit:**

On considère une catégorie  $\mathcal{C}$  (penser **Set**) et une famille d'objets  $(X_i)$  de celle-ci, alors on appelle **produit** des  $X_i$ , si il existe, un objet X de  $\mathcal{C}$  ainsi que  $\pi_i: X \longrightarrow X_i$  des morphismes qu'on appelera à bon escient **projections** tels que:

Pour tout autre objet Y de C et  $f_i: Y \longrightarrow X_i$ , il existe un unique morphisme f tel que  $\pi_i \circ f = f_i$ En particulier, cela équivaut à la commutation du diagramme suivant:



Maintenant qu'elle est l'idée derrière cette horreur? Et finalement:

Qu'est qu'un produit (cartésien) ?

Fondamentalement un produit de **deux** ensembles A, B c'est un autre ensemble  $A \times B$  qu'on peut munir de projections canoniques trivialement et tels que si on prends une fonction d'un ensemble Y dans A (ou B), alors on peut **la faire passer** par  $A \times B$ .

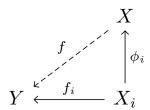
En d'autres termes, n'importe quelle fonction de  $Y \longrightarrow A$  est égale à une (unique) fonction  $Y \longrightarrow A \times B$  suivie de la projection canonique, avec la suite de transformations:

$$Y \dashrightarrow A \times B \hookrightarrow A$$

## Coproduit:

On considère une catégorie  $\mathcal{C}$  (penser **Set**) et une famille d'objets  $(X_i)$  de celle-ci, alors on appelle **coproduit** des  $X_i$ , si il existe, un objet X de  $\mathcal{C}$  ainsi que  $\phi_i: X_i \longrightarrow X_i$  des morphismes qu'on pour appeler à bon escient **injections** tels que:

Pour tout autre objet Y de C et  $f_i: X_i \longrightarrow Y$ , il existe un unique morphisme f tel que  $f \circ \phi_i = f_i$ En particulier, cela équivaut à la commutation du diagramme suivant:



Maintenant qu'elle est l'idée derrière cette (deuxième) horreur ? Et finalement:

Qu'est qu'un union disjointe ?

Fondamentalement une union disjointe de **deux** ensembles A, B c'est un autre ensemble  $A \bigsqcup B$  qu'on peut munir d'injections canoniques trivialement et tels que si on prends une fonction de A (ou B) dans un ensemble Y, alors on peut la faire passer par  $A \bigsqcup B$ .

En d'autres termes, n'importe quelle fonction de  $A \longrightarrow Y$  est égale à une (unique) fonction  $A \bigsqcup B \longrightarrow Y$  précédée de l'injection canonique avec la suite de transformations:

$$A \hookrightarrow A \bigsqcup B \dashrightarrow Y$$

On remarque bien l'intéressante dualité produit/coproduit, on a d'une certaine manière assez peu claire conceptuellement "seulement changé le sens des fleches", il y a une symétrie évidente.