

Modelisation de systèmes périodiques & pseudo-périodiques

Cavazzoni Christophe

2024-2025 - Institut Champollion

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

1.0.1 Définitions

Dans ce rapport, nous allons nous pencher sur l'étude et la modélisation de **systèmes dynamiques** particuliers appelés **systèmes périodiques**. Tout d'abord nous définissons les concepts en jeu.

- On appelle **système dynamique** un ensemble d'éléments qui interagissent entre eux et dont l'évolution dans le temps est décrite par une loi, qui pourra être soit physique, soit chimique, etc... Nous nous intéresseront au cas particulier des systèmes périodiques qui sont des systèmes dynamiques régis par les lois physiques élémentaires, et dont les interactions varient **continument**, ie ce sont des **systèmes dynamiques à temps continu**.
- On appelle **systèmes périodiques** un système dynamique tel qu'il évolue de part et d'autres d'un point d'équilibre donné.
- On appelle **systèmes pseudo-périodiques** un système dynamique tel qu'il évolue de part et d'autres d'un point d'équilibre donné mais dont **l'amplitude décroît** avec le temps. Ces systèmes modélisent parfaitement les phénomènes de frottement ou d'amortissement que nous modéliserons.

1.0.2 Cas étudiés

Nous étudieront principalement 2 cas de systèmes périodiques :

- Le cas du **système masse-ressort**.
- Le cas du **pendule simple non-linéaire**.

L'objectif étant d'identifier les paramètres du système, modéliser leur mouvement via des équations différentielles, et étudier ces équations et les propriétés de leurs solutions (portrait de phase, points d'équilibre, solutions périodiques et si le temps le permet, stabilité.).

1.0.3 Techniques de modélisation utilisées

Les systèmes que l'on veut modéliser sont des systèmes basées sur les lois de la physique, on utilisera donc principalement les concepts suivants pour modéliser les phénomènes :

- Le **principe fondamental de la dynamique** qui nous permettra d'établir que $a = \frac{1}{m} \sum \vec{F}$.
- On devra donc souvent effectuer le **bilan des forces** qui s'appliquent à notre objet.
- Certains objets ont des propriétés particulières qui demanderont d'autres concepts physiques (ressorts notamment).

Ces techniques nous permettront alors de nous ramener à l'étude d'une équation différentielle de la forme :

$$y''(t) = F(t, y(t), y'(t))$$

Et on pourra alors utiliser l'arsenal mathématique à notre disposition pour l'étudier.