

Metoda potęgowa z ortogonalizacją Gramma-Schmidta

Tomasz Chwiej

27 marca 2018

1 Zadania do wykonania

1. Utworzyć macierz symetryczną A rzędu $n = 7$, której elementy są dane wzorem

$$A_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2 + |i - j|}} \quad (1)$$

gdzie: $i, j = 0, 1, \dots, n - 1$. Macierz jest symetryczna więc ma wszystkie wartości własne rzeczywiste, podobnie jak składowe wszystkich wektorów własnych.

2. Wartości własne wyznaczymy iteracyjnie, przy użyciu metody potęgowej (**ale bez modyfikacji macierzy - zastępujemy ją ortogonalizacją wektorów**), zgodnie z poniższym algorytmem

```
for(k = 0; k < K_val; k++) {
     $\mathbf{x}_k^0 = [1, 1, \dots, 1]$     (inicjalizacja wektora startowego)
    for(i = 1; i <= IT_MAX; i++) {
         $\mathbf{x}_k^{i+1} = A\mathbf{x}_k^i$ 
        for(j = 0; j < k; j++) { (ortogonalizacja G-S)
             $\mathbf{x}_k^{i+1} = \mathbf{x}_k^{i+1} - \left[ \left( \mathbf{x}_k^{i+1} \right)^T \mathbf{x}_j \right] \mathbf{x}_j$ 
        }
         $\lambda_k^i = \frac{\left( \mathbf{x}_k^{i+1} \right)^T \mathbf{x}_k^i}{\left( \mathbf{x}_k^i \right)^T \mathbf{x}_k^i}$ 
         $\mathbf{x}_k^i = \frac{\mathbf{x}_k^{i+1}}{\|\mathbf{x}_k^{i+1}\|_2}$ 
    }
}
```

gdzie:

- k - numer wyznaczonej wartości własnej,
- i - numer iteracji dla określonego k ,
- A - macierz,
- λ_k^i - przybliżenie k -tej wartości własnej w i -tej iteracji,
- \mathbf{x}_k^i - i -te przybliżenie k -tego wektora własnego,
- $K_{val} = n$ - liczba wartości własnych do wyznaczenia,
- $IT_MAX = 12$ - maksymalna liczba iteracji dla każdego k .

Dla każdego k zapisać kolejne przybliżenia wartości własnych λ_k^i do pliku. W kolumnach macierzy X zachowujemy wyznaczone wektory własne

$$X = [\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n-1}] \quad (2)$$

3. Wyznaczyć postać macierzy D zdefiniowanej jako iloczyn

$$D = X^T A X \quad (3)$$

Macierz D zapisać do pliku.

4. W sprawozdaniu przedyskutować kolejność znalezionych wartości własnych, liczbę iteracji potrzebną do znalezienia każdej z nich oraz postać macierzy D . Sporządzić rysunek, na którym proszę umieścić kolejne przybliżenia znalezionych wartości własnych.

2 Uwagi

Do wyznaczania iloczynów: macierz-wektor, wektor-wektor, macierz-macierz oraz ortogonalizacji wektorów proszę stworzyć oddzielne funkcje. Dzięki temu kod zyska na przejrzystości.