

# Aproksymacja w bazie wielomianów Grama

Tomasz Chwiej

30 listopada 2015

Naszym zadaniem jest wykonanie aproksymacji funkcji

$$f_{szum}(x) = f(x) + C_{rand}(x) \quad (1)$$

przy użyciu wielomianów Grama w przedziale  $x \in [x_{min}, x_{max}]$  na siatce równoodległych węzłów, gdzie funkcja  $f(x)$  jest zdefiniowana następująco:

$$f(x) = \sin\left(\frac{14\pi x}{x_{max} - x_{min}}\right) \left( \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x + x_0)^2}{2\sigma^2}\right) \right) \quad (2)$$

a  $C_{rand}$  jest niewielkim zaburzeniem stochastycznym (zdefiniowanym poniżej). Zadania do wykonania:

1. Zaprogramować metodę aproksymacji przy użyciu wielomianów Grama na siatce 201 równoodległych węzłów. Liczbę generowanych wielomianów należy zmieniać tylko w jednym miejscu w programie.

Dla wielomianów dobrze jest utworzyć tablicę dwuwymiarową, w której można je zapisać (wierszowo). Dwa pierwsze wiersze tablicy to  $\varphi_{-1}(x) = 0$  oraz  $\varphi_0(x) = 1$ , pozostałe wielomiany generujemy przy użyciu wzoru rekurencyjnego z wykładu. Proszę pamiętać że przy generowaniu  $\varphi_1(x)$  należy przyjąć  $\beta = 0$ .

Przyjąć następujące parametry:  $x_{min} = -4$ ,  $x_{max} = 4.0$ ,  $\sigma = \frac{x_{max} - x_{min}}{16}$ ,  $x_0 = 2.0$ ,

2. Liczbę  $C_{rand}$  definiujemy jako

$$C_{rand} = \frac{Y - 0.5}{5} \quad (3)$$

gdzie:  $Y \in [0, 1]$  jest liczbą pseudolosową o rozkładzie równomiernym, którą można generować np. przy użyciu poniższego makra

```
#define frand() ((double)rand())/ (RAND_MAX+1.0)
```

Wówczas  $Y = frand()$ ;

3. Sporządzić rysunek na którym pokazane będzie pierwsze 7 wielomianów Grama. Uwaga: wielomiany są nieunormowane, więc przy zapisywaniu ich wartości do pliku proszę podzielić przez wartość  $\varphi_j(x_{min})$ , j-numer wielomianu - teraz wartości wielomianów będą zmieniać się w zakresie  $[-1, 1]$ .
4. Przeprowadzić aproksymację funkcji przy użyciu  $m = 10, 30, 50$  wielomianów. Przyjąć wagę równą  $w(x) = 1.0$ . Dla każdego m sporządzić oddzielny rysunek na którym znajdą się wartości funkcji  $f_{szum}(x)$ ,  $f(x)$  (funkcja bez szumu) oraz funkcja aproksymująca  $F(x) = \sum_{j=0}^m \frac{c_j}{s_j} \varphi_j(x)$ .

5. W sprawozdaniu proszę umieścić dodatkowo także rysunki aproksymacji funkcji  $f(x)$  dla  $m = 10, 30, 50$ . Na podstawie uzyskanych wyników proszę przeanalizować wykonaną aproksymację: a) czy wykresy ulegają wygładzeniu?, b) jak można ocenić czy aproksymacja została dobrze przeprowadzona?, c) jaki jest związek pomiędzy liczbą wielomianów użytych w aproksymacji a oscylacjami funkcji aproksymującej?