UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS
Matemática para Computação
Profª. Patrícia Pícolo Gil Noga

Lista 1: Teoria dos Conjuntos

1) Determine os conjuntos A e B tais que:

A' = { f, g, h, l }, A $\cap$ B = { d, e } e A $\cup$ B = { a, b, d, e, f }.

2) Determine o conjunto das partes do conjunto $X = \{1,2,\{2\}\}$.

3) É possível encontrar um conjunto A tal que o conjunto das partes de A não possua nenhum elemento? Ou seja, $\exists A$ tal que $P(A) = \phi$?

4) Seja $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid -1 < x \leq 2\}$. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?

(a) $0 \in B$ **(b)** $-1 \in B$ **(c)** $\sqrt{2} \in B$ **(d)** $-0{,}87 \in B$ **(e)** $2 \in B$

5) Seja $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2 \}$. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?

(a) $0 \in B$ **(b)** $-1 \in B$ **(c)** $\sqrt{2} \in B$ **(d)** $-0{,}87 \in B$ **(e)** $2 \in B$

6) Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos (isto é, *por extensão*):

(a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}\,,\ x^2 < 25\}$

(b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}\,,\ x\ é\ par\ e\ 2 < x < 11\}$

(c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}\,,\ x^2 = -1\}$

(d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}\,, x^2 - 5x + 6 = 0\}$

(e) $E = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x^2 = 7\}$

7) Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 3\} = (1,3]$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 5\} = [2,5]$. Determine:

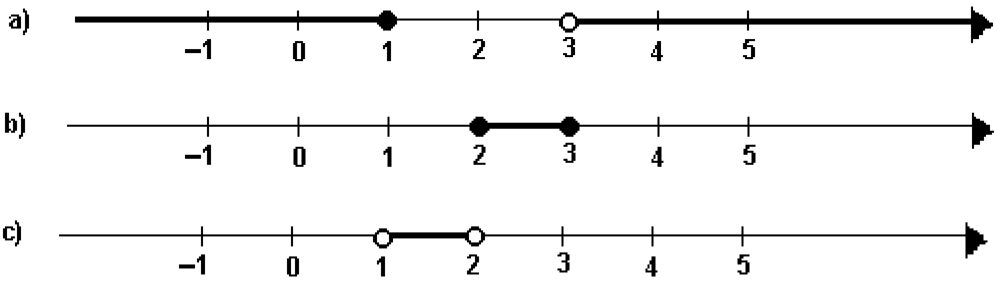
(a) $A \cup B$ **(b)** $A \cap B$ **(c)** $A - B$ **(d)** $B - A$ **(e)** $(A \cup B)'$

8) Sejam $U = \{a,b,c,d,e\}$, $A = \{a,b,d\}$ e $B = \{b,d,e\}$. Escrever:

(a) $A \cup B$ **(b)** $B \cap A$ **(c)** B' **(d)** $B - A$ **(e)** $A' \cap B$

(f) $A \cup B'$ **(g)** $A' \cap B'$ **(h)** $B' - A'$ **(i)** $(A \cap B)'$ **(j)** $(A \cup B)'$

9) Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 3\} = (1,3]$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 5\} = [2,5]$. Utilizando as operações definidas nos conjuntos, descreva cada um dos conjuntos ilustrados abaixo em termos de A e B.



10) Trace o diagrama de Venn para os três conjuntos não vazios A, B e C, de tal maneira que A, B e C tenham as seguintes propriedades:

(a) $A \subseteq B,\ C \subseteq B,\ A \cap C = \phi$ **(b)** $A \subseteq B,\ C \not\subset B,\ A \cap C \neq \phi$

(c) $A \subseteq C,\ A \neq C,\ B \cap C = \phi$ **(d)** $A \subseteq (B \cap C),\ B \subseteq C,\ C \neq B,\ A \neq C$

11) Sejam A, B e C conjuntos. Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, justificando a sua resposta.

(a) $\{1\} \subseteq C$ se $C = \{\{1\}\}$

(b) Existem conjuntos A e B tais que $(A \cap B) \cup (A - B) \neq A \cup B$.

(c) Existem conjuntos A e B tais que $(A \cap B) \cup (A - B) = A \cup B$.

(d) $A \cap B = A \cap C \leftrightarrow B = C$

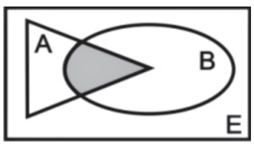
(e) $(A \cup B) - C = A \cup (B - C)$

(f) $A - B = A - C \leftrightarrow B = C$

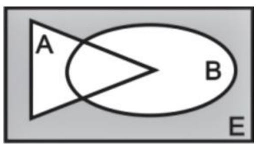
(g) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$

12) A alternativa que representa na região sombreada a operação $(A \cup B) - (A \cap B)$ é:

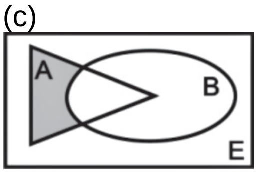
(a)



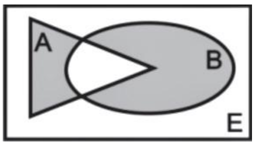
(b)



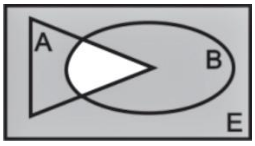
(c)



(d)

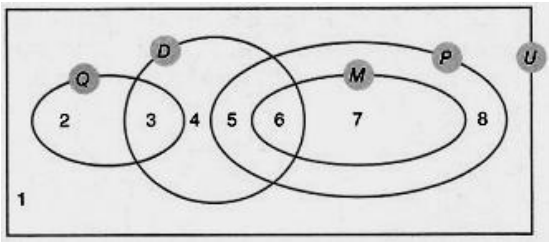


(e)



13) (INSPER-SP) No diagrama abaixo, U representa o conjunto de todos os alunos de uma escola. Estão também representados os seguintes subconjuntos de U:

Q: alunos da escola que gostam de quiabo;
D: alunos da escola com mais de dezesseis anos de idade;
P: alunos da escola que gostam do professor Pedro;
M: alunos da escola que gostam de Matemática.



Em todas as regiões do diagrama, identificadas com um número de 1 a 8, há pelo menos um aluno representado. Então, é correto concluir que:

a) Se um aluno gosta de quiabo, então ele não tem mais do que dezesseis anos
b) Pelo menos um aluno que gosta de Matemática tem mais do que dezesseis anos e gosta de quiabo.
c) Se um aluno gosta do professor Pedro, então ele gosta de Matemática.
d) Todo aluno que gosta de Matemática e tem mais do que dezesseis anos gosta do professor Pedro.
e) Se um aluno com mais de dezesseis anos não gosta do professor Pedro, então ele não gosta de quiabo.

14) Uma prova com três questões foi dada a uma classe de 50 alunos. Dez alunos acertaram as três questões, 15 alunos acertaram a primeira e a segunda questão, 12 alunos acertaram a segunda e a terceira, 20 acertaram a primeira e a terceira, 30 alunos acertaram a primeira questão, 21 alunos acertaram a segunda e 25 alunos acertaram a terceira questão. Com base nesses dados quantos alunos erraram as três questões?

15) (Unifap) O dono de um canil vacinou todos os seus cães, sendo que 80% contra parvovirose e 60% contra cinomose. Determine o porcentual de animais que foram vacinados contra as duas doenças.

16) Numa pesquisa sobre as emissoras de tevê a que habitualmente assistem, foram consultadas 450 pessoas, com o seguinte resultado: 230 preferem o canal A; 250 o canal B; e 50 preferem outros canais diferentes de A e B. Pergunta-se:

a) Quantas pessoas assistem aos canais A e B?
b) Quantas pessoas assistem ao canal A e não assistem ao canal B?
c) Quantas pessoas assistem ao canal B e não assistem ao canal A?
d) Quantas pessoas não assistem ao canal A?

Respostas:

1) A = {a, b, d, e}, B = {d, e, f}

2) $P(X) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{\{2\}\}, \{1,2\}, \{1, \{2\}\}, \{2, \{2\}\}, \{1,2, \{2\}\}\}$

3) Não, pois como o conjunto vazio é um subconjunto de todos os conjuntos, ele é um elemento do conjunto das partes de qualquer conjunto: $\forall A, \emptyset \subseteq A \Rightarrow \emptyset \in P(A)$.

4) **(a)**, **(d)**, **(e)**.

5) **(a)**, **(c)**, **(d)**, **(e)**.

6) **(a)** $A = \{0,1,2,3,4\}$ **(b)** $B = \{4,6,8,10\}$ **(c)** $C = \emptyset$

(d) $D = \{2,3\}$ **(e)** $E = \sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$

7) **(a)** $(1,5]$ **(b)** $[2,3]$ **(c)** $(1,2)$ **(d)** $(3,5]$ **(e)** $(-\infty, 1] \cup (5, +\infty)$

8) **(a)** $A \cup B = \{a, b, d, e\}$ **(b)** $B \cap A = \{b, d\}$ **(c)** $B' = \{a, c\}$

(d) $B - A = \{e\}$ **(e)** $A' \cap B = \{e\}$ **(f)** $A \cup B' = \{a, b, c, d\}$

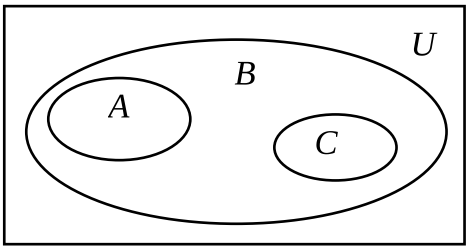
(f) $A' \cap B' = \{c\}$ **(h)** $B' - A' = \{a\}$ **(i)** $(A \cap B)' = \{a, c, e\}$

(j) $(A \cup B)' = \{c\}$

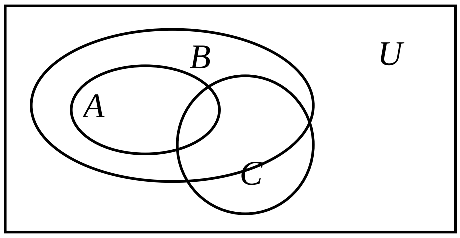
9) **(a)** A' **(b)** $A \cap B$ **(c)** $A - B$

10)

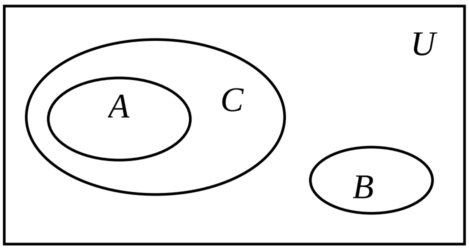
(a)



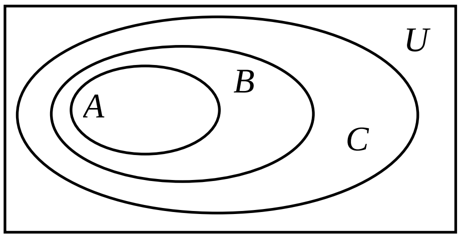
(b)



(c)



(d)



11)

(a) A proposição é falsa, pois $1 \in \{1\}$ e $1 \notin C$. Na verdade, $\{1\} \in C$.

(b) A proposição é verdadeira. Basta escolher dois conjuntos A e B tais que $B - A \neq \emptyset$. Por exemplo, se A = { 1, 2 } e B = { 2, 3 }, então A ∪ B = {1, 2, 3}, mas
(A ∩ B) ∪ (A – B) = {1, 2}.

(c) A proposição é verdadeira. Basta escolher dois conjuntos A e B tais que $B \subseteq A$. Por exemplo, se A = { 1, 2, 3 } e B = { 2, 3 }, então (A ∩ B) ∪ (A – B) = {1, 2,3} = A ∪ B.

(d) A proposição é falsa. Por exemplo, existem os conjuntos A = {1, 2}, B = {1, 3, 4} e C = {1, 5, 9} tais que A ∩ B = {1} = A ∩ C, mas B ≠ C.

(e) A proposição é falsa. Por exemplo, existem os conjuntos A = {1, 2, 3}, B = {4, 5} e C = {1, 5} tais que
A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5}, (A ∪ B) - C = {2, 3, 4}, B - C = {4} e A ∪ (B - C) = {1, 2, 3, 4}
Então, neste caso, (A ∪ B) - C ≠ A ∪ (B - C).

(f) A proposição é falsa. Por exemplo, existem os conjuntos A = {1, 2}, B = {2, 3} e C = {2, 4} tais que A - B = {1} = A – C, mas B ≠ C.

(g) A proposição é falsa. Por exemplo, existem os conjuntos A = {1, 2}, B = {3, 4} e C = {4, 5} onde
A ∪ B = {1, 2, 3, 4}, (A ∪ B) ∩ C ={4}, B ∩ C = {4} e A ∪ (B ∩ C) = {1,2,4}.
Então, (A ∪ B) ∩ C ≠ A ∪ (B ∩ C).

12) **(d)**

13) d)

14) 11 alunos

15) 40%

16) a) O número de pessoas que assistem aos canais A e B é 80.
b) O número de pessoas que assistem ao canal A e não assistem ao canal B é 150.
c) O número de pessoas que assistem ao canal B e não assistem ao canal A é 170.
d) O número de pessoas que não assitem ao canal A é 220.