

Chapter: 1

Q.1 जोडी जुळवा.

2

I	II	III
i. गुरुत्व त्वरण	m/s ²	केंद्राजवळ शून्य
ii. गुरुत्व स्थिरांक	kg	जडत्वाचे माप
	Nm ² /kg ²	संपूर्ण विश्वात सारखे
	N	उंचीवर अवलंबून आहे.

I	II	III
i. गुरुत्व त्वरण	m/s ²	उंचीवर अवलंबून आहे.
ii. गुरुत्व स्थिरांक	Nm ² /kg ²	संपूर्ण विश्वात सारखे

I	II	III
i. वस्तुमान	N	केंद्राजवळ शून्य
ii. वजन	kg	जडत्वाचे माप

I	II	III
i. वस्तुमान	kg	जडत्वाचे माप
ii. वजन	N	केंद्राजवळ शून्य

Q.2 गणितीय उदाहरण सोडविणे.

8

1 जर एका ग्रहावर एक वस्तू 5m वरून खाली येण्यास 5 सेकंद घेत असेल तर त्या ग्रहावरील गुरुत्व त्वरण किती?

Ans दिलेली माहिती : वस्तूने कापलेले अंतर = उंची = S = 5 m
अंतर कापण्यास लागलेला वेळ = t = 5 s
साध्य : ग्रहावरील गुरुत्वत्वरण = किती ?
वस्तू उंचीवरून मुक्त पतनाने खाली येते.
∴ वस्तूचा आरंभीचा वेग = 0 = u
∴ न्युटनच्या गतीविषयक दुसऱ्या समीकरणानुसार,
 $S = ut + \frac{1}{2}at^2$.
संबंधित किंमत ठेवून, (S = 5m, u = 0, t = 5s, a = g)
∴ $5 = 0 + \frac{1}{2}g \times (5)^2$
∴ $5 = 0 + \frac{25}{2}g$
∴ $\frac{25}{2}g = 5$
∴ $g = \frac{5 \times 2}{25} = \frac{2}{5}$.
∴ $g = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ m/s}^2$
∴ $g = 0.4 \text{ m/s}^2$

2 एका वस्तूचे वस्तुमान व पृथ्वीवरील वजन अनुक्रमे 5 kg व 49 N आहेत. जर चंद्रावर g चे मूल्य पृथ्वीच्या $\frac{1}{6}$ असेल तर त्या वस्तूचे

वस्तुमान व वजन चंद्रावर किती असेल?

Ans

$$\text{पृथ्वीवरील वस्तुमान} = m_e = 5 \text{ kg}$$

$$\text{पृथ्वीवरील वजन} = w_e = 49 \text{ N.}$$

दिलेली माहिती :

$$\begin{aligned} \text{चंद्रावरील गुरुत्वत्वरण} &= g_m = \frac{1}{6} \times \text{पृथ्वीवरील गुरुत्वत्वरण} \\ &= \frac{1}{6} \times g_e \end{aligned}$$

साध्य :

$$\text{चंद्रावरील वस्तुमान} = m_m = ?$$

$$\text{चंद्रावरील वजन} = w_m = ?$$

1. वस्तुमान सर्व ठिकाणी (विश्वामध्ये) कायम राहते, त्यात बदल होत नाही.

वस्तू उंचीवरून मुक्त पतनाने खाली येते.

∴

$$\text{चंद्रावरील वस्तुमान} = 5 \text{ kg}$$

∴

$$2. \text{चंद्रावरील गुरुत्वत्वरण} = \frac{1}{6} \times \text{पृथ्वीवरील गुरुत्वत्वरण}$$

$$g_m = \frac{1}{6} \times 9.8$$

$$g_m = 1.633 \text{ m/s}^2$$

आता, चंद्रावरील वजन = वस्तुमान त्वरण

$$W_m = m_m \times g_m$$

$$5 \times 1.633.$$

$$8.165 \text{ N.}$$

∴

$$\text{चंद्रावरील वस्तुमान} = 5 \text{ kg}$$

$$\text{चंद्रावरील वजन} = 8.17 \text{ N}$$

3

ता-यापासून 'R' अंतरावर असलेल्या ग्रहाचा परिभ्रमणकाल 'T' आहे. जर तोच ग्रह '2R' अंतरावर असेल, तर सिद्ध करा. त्याचा परिभ्रमणकाल $\sqrt{8T}$ असेल.

Ans

$$\text{ग्रहाचे पहिले अंतर} = d_1 = R$$

दिलेली माहिती : ग्रहाचा पहिला परिभ्रमण काळ = $t_1 = T$

$$\text{ग्रहाचे दुसरे अंतर} = d_2 = 2R$$

सिद्ध करणे :

$$\text{ग्रहाचा दुसरा परिभ्रमण काळ} = t_2 = \sqrt{8T}$$

केप्लरच्या तिसऱ्या नियमानुसार,

$$\frac{t_1^2}{d_1^3} = \text{स्थिर} = K \quad \dots(1)$$

$$\frac{t_2^2}{d_2^3} = \text{स्थिर} = K \quad \dots(2)$$

∴

$$\frac{t_1^2}{d_1^3} = \frac{t_2^2}{d_2^3} \quad \dots(3) \quad (1) \text{ व } (2) \text{ वरून}$$

दिलेल्या माहितीवरून,

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{t_2^2}{(2R)^3}$$

∴

$$\frac{T^2}{1} = \frac{t_2^2}{8} \quad \dots(\text{दोन्ही बाजूचे } R^3 \text{ नाहिसे करून})$$

∴

$$t_2^2 = 8T^2$$

∴

$$t^2 = \sqrt{8T} \quad \dots(\text{सिद्ध})$$

4

ग्रह 'क' ची त्रिज्या 'ख' ग्रहाच्या त्रिज्येच्या अर्धी आहे. 'क' चे वस्तुमान M_A आहे. जर 'ख' ग्रहावरील g चे मूल्य 'क' ग्रहावरील मूल्याच्या अर्धे असेल तर 'ख' ग्रहाचे वस्तुमान किती असेल?

Ans

$$\text{'क' ग्रहाची त्रिज्या} = R_A, \text{'ख' ग्रहाची त्रिज्या} = R_B$$

$$\text{'क' ग्रहाचे वस्तुमान} = M_A, \text{'ख' ग्रहाची वस्तुमान} = M_B = ?$$

दिलेल्या माहितीनुसार

$$R_A = \frac{R_B}{2}; g_B = \frac{1}{2} g_A$$

$$g = \frac{GM}{R^2};$$

∴

$$g_A = \frac{GM_A}{R_A^2};$$

∴

$$g_B = \frac{GM_B}{R_B^2}$$

$$\frac{GM_B}{R_B^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{GM_A}{R_A^2} \right)$$

$$\frac{M_B}{R_B^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{GM_A}{\left(\frac{R_B}{2} \right)^2} \right)$$

$$\frac{M_B}{R_B^2} = \frac{1}{2} \left(4 \frac{GM_A}{(R_B)^2} \right)$$

$$M_B = 2 M_A$$

Q.3 शास्त्रीय कारणे लिहा.

4

1 समजा की g चे मूल्य अचानक दुप्पट झाले तर एका जड वस्तूला जमिनीवरून ओढून नेणे दुपटीने अधिक कठीण होईल का ? का ?

Ans i. एखादया वस्तूचे वजन म्हणजे वस्तुवर कार्य करणारे गुरुत्वबल होय.

सुत्रानुसार, वजन = वस्तुमान × त्वरण (गुरुत्वत्वरण)

$$W = m \times g = mg.$$

वस्तुमान कायम असल्याने वजन गुरुत्वत्वरणाच्या (g) मूल्यावर अवलंबून असते. वजन गुरुत्वाकर्षणाच्या समानुपाती असते. 'g' चे मूल्य वाढले की वजन पण वाढते.

ii. 'g' चे मूल्य दुप्पट झाल्यास वजनपण दुप्पट होते.

$$W = m \times 2g = 2mg$$

म्हणजेच वस्तु दुप्पट जड होते.

iii. म्हणून दुप्पट जड वस्तु जमिनीवर ओढताना दुप्पट बल लावावे लागते.

2 पृथ्वीच्या केंद्रावर 'g' चे मूल्य शून्य असते याविषयी स्पष्टीकरण लिहा.

Ans i. पृथ्वीचे गुरुत्वत्वरण पृथ्वीच्या वस्तुमानाच्या समप्रमाणात तर पृथ्वीच्या केंद्रापासून अंतराच्या वर्गाच्या व्यस्तप्रमाणात असते.

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (M = \text{वस्तुमान}, R = \text{त्रिज्या})$$

ii. पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून केंद्राकडे जाताना R चे मूल्य कमी होते. त्यानुसार g चे मूल्य वाढले पाहिजे.

iii. पण जसे केंद्राच्या जवळ जातो तसे पृथ्वीचे वस्तुमान पण कमी कमी होत जाते, ज्यामुळे गुरुत्वीय बल कमी होते.

iv. केंद्राच्या ठिकाणी पृथ्वीचे गुरुत्वीय बल निर्माण करणारे वस्तुमान शून्य असते.

v. वरील सूत्रानुसार $M = 0$, $\therefore g = 0$.

म्हणून पृथ्वीच्या केंद्रस्थानी गुरुत्वत्वरणाचे मूल्य (g) शून्य असते.

Q.4 गणितीय उदाहरणे सोडविणे.

12

1 एक दगड u वेगाने वर फेकल्यावर h उंचीपर्यंत पोचतो व खाली येतो. सिद्ध करा की चेंडूला वर जाण्यास जितका वेळ लागतो तितकाच वेळ खाली येण्यास लागतो.

Ans i. चेंडू वर जातानाचा वेळ = t_1

चेंडू खाली येतानाचा वेळ = t_2

ii. ज्यामध्ये अंतर, वेग व वेळ आहे असे समीकरण वापरूया.

गतीविषयक दुसऱ्या समीकरणानुसार

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots(1)$$

iii. चेंडू वर जाताना, $S = h$, $t = t_1$, $a = -g$

$$h = ut_1 + \frac{1}{2} (-g) t_1^2 \quad \text{समीकरण I वरून,}$$

$$\therefore h = ut_1 + \frac{1}{2} (-g) t_1^2 \quad \dots(1)$$

iv. चेंडू खाली येताना, $S = h$, $t = t_2$, $a = g$, $u = 0$

$$h = 0 \times t_2 + \frac{1}{2} gt_2^2. \quad \dots(2)$$

v. समीकरणे (1) व (2) वरून

$$ut_1 - \frac{1}{2} gt_1^2 = \frac{1}{2} gt_2^2 \quad \dots(3)$$

vi. गतीविषयक पहिल्या समीकरणानुसार,

$$V = u + at \quad \dots(2)$$

चेंडू वर जाताना, $V = 0$, $a = -g$, $t = t_1$

$$0 = u + (-g)t_1$$

$$\therefore 0 = u - gt_1$$

$$\therefore u = gt_1 \quad \dots(4)$$

vi. समीकरणे (3) व (4) वरून

$$(gt_1)t_1 - \frac{1}{2} gt_1^2 = \frac{1}{2} gt_2^2$$

$$\therefore gt_1^2 - \frac{1}{2} gt_1^2 = \frac{1}{2} gt_2^2$$

$$\therefore \frac{1}{2} gt_1^2 = \frac{1}{2} gt_2^2$$

$$\therefore t_1^2 = t_2^2$$

($\frac{1}{2}g$ दोन्ही बाजूंनी रद्द करून)

$$\therefore t_1 = t_2 - (\text{सिद्ध.})$$

- 2 एक चेंडू टेबलवरून खाली पडतो व 1 सेकंदात जमिनीवर पोचतो. $g = 10 \text{ m/s}^2$ असेल तर टेबलाची उंची व चेंडूचा जमिनीवर पोहोचतानाचा वेग किती असेल?

Ans दिलेली माहिती : चेंडूने घेतलेला वेळ = $t = 1 \text{ s}$

$$\text{गुरुत्वत्वरण} = g = 10 \text{ m/s}^2$$

साध्य : टेबलची उंची = चेंडूने कापलेले अंतर = $S = ?$

चेंडूचा जमिनीवरील वेग = अंतिम वेग = $V = ?$

1. न्युटनच्या गतीविषयक दुसऱ्या समीकरणानुसार

$$S = Ut + \frac{1}{2}gt^2 \quad \dots(1)$$

चेंडूचे मुक्त पतन असल्यामुळे,

चेंडूचा टेबलवरील आरंभीचा वेग = 0

संबंधित किंमती, समीकरण (1) मध्ये ठेवून,

$$(u = 0, t = 1 \text{ s}, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

$$\therefore S = 0 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 10 \times (1)^2$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5 \text{ m}$$

2. न्युटनच्या गतीविषयक पहिल्या समीकरणानुसार

$$8.165 \text{ N.}$$

$$\therefore V = u + gt$$

$$\therefore V = 0 + 10 \times 1$$

$$\therefore V = 10 \text{ m/s}$$

$$\therefore \text{टेबलची उंची} = 5 \text{ m}$$

$$\text{चेंडूचा जमिनीवरील वेग} = 10 \text{ m/s}$$

- 3 सरळ वर फेकलेली एक वस्तु 500 मिटर उंचीपर्यंत जाते. तर, वस्तुचा आरंभीचा वेग किती असेल ? तसेच, वस्तुला वर जाऊन परत खाली येण्यास किती वेळ लागेल ? (g चे मूल्य 10 m/s^2 माना)

Ans दिलेली माहिती : वस्तुने कापलेले अंतर = उंची = $h = s = 500 \text{ m}$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

काय पाहिजे : वस्तूचा आरंभीचा वेग = $u = ?$

वस्तुला वर जाऊन खाली येण्यास लागणारा वेळ = $t + t = ?$

(1) गतिविषयक तिसऱ्या समीकरणानुसार :

$$V^2 = u^2 + 2as \quad \dots(1)$$

वस्तु सरळ, गुरुत्वबलच्या विरुद्ध वर जाते,

$$a = -g = -10 \text{ m/s}^2 \quad \text{आणि } V = 0$$

∴ समीकरण (1) वरून,

$$(0)^2 = u^2 + 2(-10) \times 500$$

$$\therefore 0 = u^2 - 2 \times 10 \times 500$$

$$\therefore 0 = u^2 - 10000$$

$$\therefore u^2 = 10,000 = 10^4$$

$$\therefore u = \sqrt{10^4} = 10^2 = 100$$

$$\therefore u = 100 \text{ m/s} \quad \dots(2)$$

(2) गतिविषयक पहिल्या समीकरणानुसार,

$$\therefore V = u + at \quad \dots(3)$$

समीकरण (3) वरून,

$$0 = 100 + (-10) \times t.$$

$$\therefore 0 = 100 - 10t.$$

$$\therefore 10t = 100$$

$$\therefore t = 10$$

∴ वस्तुला 500 m वर जाण्यासाठी लागणारा वेळ = $t = 10 \text{ s}$

(3) वस्तुला खाली येण्यासाठी पण तेवढाच वेळ लागतो.

$$\therefore \text{वस्तुला वर जाऊन खाली येण्यासाठी लागणारा वेळ} = 10 + 10 \\ = 20 \text{ s}$$

उत्तर : आरंभीचा वेग = 100 m/s

वर जाऊन खाली परत येण्यास लागणारा वेळ = 20 s

- 4 पृथ्वीचे वजन $6 \times 10^{24} \text{ Kg}$ आहे. पृथ्वीचे सूर्यापासूनचे अंतर $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ आहे. दोघांमधील गुरुत्वबल $3.5 \times 10^{22} \text{ N}$ आहे, तर सूर्याचे वस्तुमान किती ? ($G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$)

Ans दिलेली माहिती : पृथ्वीचे वस्तुमान = $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ Kg}$

$$\text{पृथ्वीचे सूर्यापासूनचे अंतर} = d = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{पृथ्वी व सूर्य यातील गुरुत्वबल} = F = 3.5 \times 10^{22} \text{ N}$$

$$\text{गुरुत्वीय स्थिरांक} = G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$$

काय काढायचे : सूर्याचे वस्तुमान = $M_s = ?$

सूर्य व पृथ्वी यामधील बल खालील सूत्राने काढता येते,

$$F = \frac{G \times M_e \times M_s}{d^2}$$

$$\therefore M_s = \frac{F \times d^2}{G \times M_e}$$

संबंधित किंमती ठेवून

$$M_s =$$

$$\frac{3.5 \times 10^{22} \text{ N} \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}} \\ = \frac{3.5 \times 1.5 \times 1.5 \times 10^{44}}{6.67 \times 6 \times 10^{13}} \\ = 1.968 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\therefore \text{सूर्याचे वस्तुमान} = 1.96 \times 10^{30} \text{ Kg}$$

Q.5 उत्तरे स्पष्टीकरणासह लिहिणे.

- 1 वजन आणि वस्तुमान यातील फरक काय आहे? एखाद्या वस्तुचे पृथ्वीवरील वस्तुमान आणि वजन मंगळावरही तेवढेच असतील का? का?

Ans

वस्तुमान	वजन
----------	-----

i.	वस्तुमधील द्रव्यसंचयास त्याचे वस्तुमान म्हणतात.	वस्तुवर कार्य करणाऱ्या गुरुत्वीय बलास वजन म्हणतात.
ii.	वस्तुमान ही अदिश राशी आहे.	वजन ही सदिश राशी आहे.
iii.	वस्तुमान सर्वत्र सारखेच असते.	वजन गुरुत्वीय त्वरणाच्या मुल्यानुसार बदलते.
iv.	वस्तुमानाचे SI एकक kg आहे.	वजनाचे SI एकक N आहे.

- i. एखाद्या वस्तुचे पृथ्वीवरील आणि मंगळावरील वस्तुमान समान असेल, मात्र वजन वेगवेगळे असेल.
ii. वस्तुचे वजन हे गुरुत्वीय त्वरणावर अवलंबून असते. मंगळावरील गुरुत्वीय त्वरणाचे मूल्य 3.711 m/s^2 आहे. तर पृथ्वीवरील गुरुत्वीय त्वरणाचे मूल्य 9.8 m/s^2 आहे. त्यामुळे वस्तुचे मंगळावरील वजन पृथ्वीवरील वजनापेक्षा कमी असेल.

Q.6 नियम, सिद्धांत स्पष्ट करून लिहिणे.

3

- 1 केप्लरचे तीन नियम सांगा.
त्यामुळे न्यूटनला आपला गुरुत्व सिद्धांत मांडण्यात केप्लरच्या नियमांची कशी मदत झाली ?

Ans केप्लरचे नियम:

i. केप्लरचा पहिला नियम :

ग्रहाची कक्षा लंबवर्तुळाकार असून सूर्य त्या कक्षेच्या एका नाभीवर असतो.

ii. केप्लरचा दुसरा नियम :

ग्रहाला सूर्याशी जोडणारी सरळ रेषा समान कालावधीत समान क्षेत्रफळ व्यापते.

iii. केप्लरचा तिसरा नियम :

सूर्याची परिक्रमा करणाऱ्या ग्रहाच्या आवर्तकालचा वर्ग ग्रहाच्या सूर्यापासूनच्या सरासरी अंतराच्या घनाच्या समानुपाती असतो.

ग्रहाचा आवर्तकाळ 'T' व सूर्यापासूनचे सरासरी अंतर 'r' असेल तर $T^2 \propto r^3$

$$\therefore \frac{T^2}{r^3} = K \text{ (स्थिर)}$$

नियम (i) व (ii) साठी आकृती

