|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
| Федеральное государственное бюджетное  образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» | | |
|  | | |
| Кафедра прикладной математики | | |
| Практическое задание № 1 | | |
| по дисциплине «Численное моделирование динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями» | | |
| **Явные методы Эйлера** | | |
|  | | |
|  |  |  |
| Группа ПМ-12 | лойченко данила |
|  | овчинников иван |
|  | березенцев тимофей |
|  |  |
| Преподаватель | вагин денис владимирович |
|  | Сивенкова Анастасия Павловна |
|  |  |
| Новосибирск, 2023 | | |

# Задание

На трёх сетках решить задачу с помощью трёх схем Эйлера

,

# Математическая модель

Решим дифференциальное уравнение методами Эйлера.

Тогда – функция из правой части уравнения, т.е. .

Существует три метода решения задачи:

Явный метод Эйлера

Модифицированный метод Эйлера (метод Эйлера-Коши, метод Хьюна)

Усовершенствованный метод Эйлера

Точным значением функции является (с учетом начального условия):

# **Текст программы**

Программа была реализована на языке программирования С++

#include <iostream>

#include <vector>

#include <iomanip>

double Func(double t, double y) {

return 2 \* t \* y;

}

int main()

{

using namespace std;

vector<double> grid;

double step = 0;

cin >> step;

grid.push\_back(0);

for (int i = 1; i < 1 / step; i++)

{

grid.push\_back(step \* i);

}

grid.push\_back(1);

cout << endl;

// Первый метод

double prevY = 1;

double currY = 0;

for (int i = 0; i < grid.size() - 1; i++)

{

currY = prevY + step \* Func(grid[i], prevY);

cout << grid[i + 1] << "\t" << setprecision(15) << currY << endl;

prevY = currY;

}

cout << endl;

// Второй метод

prevY = 1;

currY = 0;

for (int i = 1; i < grid.size(); i++)

{

currY = prevY + step / 2 \* (Func(grid[i-1], prevY) + Func(grid[i], prevY + step \* Func(grid[i-1], prevY)));

cout << grid[i] << "\t" << setprecision(15) << currY << endl;

prevY = currY;

}

cout << endl;

// Третий метод

prevY = 1;

currY = 0;

for (int i = 1; i < grid.size(); i++)

{

currY = prevY + step \* Func(grid[i-1] + step/2, prevY + step/2 \* Func(grid[i-1], prevY));

cout << grid[i] << "\t" << setprecision(15) << currY << endl;

prevY = currY;

}

return 0;

}

# Тестирование программы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Простой метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,1 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0.00E+00 |
| 0,1 | 1,00000000000000E+00 | 1,01005016708417E+00 | 1.01E-02 |
| 0,2 | 1,02000000000000E+00 | 1,04081077419239E+00 | 2.08E-02 |
| 0,3 | 1,06080000000000E+00 | 1,09417428370521E+00 | 3.34E-02 |
| 0,4 | 1,12444800000000E+00 | 1,17351087099181E+00 | 4.91E-02 |
| 0,5 | 1,21440384000000E+00 | 1,28402541668774E+00 | 6.96E-02 |
| 0,6 | 1,33584422400000E+00 | 1,43332941456034E+00 | 9.75E-02 |
| 0,7 | 1,49614553088000E+00 | 1,63231621995538E+00 | 1.36E-01 |
| 0,8 | 1,70560590520320E+00 | 1,89648087930495E+00 | 1.91E-01 |
| 0,9 | 1,97850285003571E+00 | 2,24790798667647E+00 | 2.69E-01 |
| 1 | 2,33463336304214E+00 | 2,71828182845904E+00 | 3.84E-01 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простой метод Эйлера | | | | | | |
| Длина шага h: 0,05 | | | | | | |
| t |  | |  | |  | |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | | 1,00000000000000E+00 | | 0.00E+00 | |
| 0,05 | 1,00000000000000E+00 | | 1,00250312760580E+00 | | 2.50E-03 | |
| 0,1 | 1,00500000000000E+00 | | 1,01005016708417E+00 | | 5.05E-03 | |
| 0,15 | 1,01505000000000E+00 | | 1,02275503416445E+00 | | 7.71E-03 | |
| 0,2 | 1,03027575000000E+00 | | 1,04081077419239E+00 | | 1.05E-02 | |
| 0,25 | 1,05088126500000E+00 | | 1,06449445891786E+00 | | 1.36E-02 | |
| 0,3 | 1,07715329662500E+00 | | 1,09417428370521E+00 | | 1.70E-02 | |
| 0,35 | 1,10946789552375E+00 | | 1,13031912007401E+00 | | 2.09E-02 | |
| 0,4 | 1,14829927186708E+00 | | 1,17351087099181E+00 | | 2.52E-02 | |
| 0,45 | 1,19423124274176E+00 | | 1,22446008512191E+00 | | 3.02E-02 | |
| 0,5 | 1,24797164866514E+00 | | 1,28402541668774E+00 | | 3.61E-02 | |
| 0,55 | 1,31037023109840E+00 | | 1,35323767642117E+00 | | 4.29E-02 | |
| 0,6 | 1,38244059380881E+00 | | 1,43332941456034E+00 | | 5.09E-02 | |
| 0,65 | 1,46538702943734E+00 | | 1,52577121960346E+00 | | 6.04E-02 | |
| 0,7 | 1,56063718635077E+00 | | 1,63231621995538E+00 | | 7.17E-02 | |
| 0,75 | 1,66988178939532E+00 | | 1,75505465696030E+00 | | 8.52E-02 | |
| 0,8 | 1,79512292359997E+00 | | 1,89648087930495E+00 | | 1.01E-01 | |
| 0,85 | 1,93873275748797E+00 | | 2,05957571912771E+00 | | 1.21E-01 | |
| 0,9 | 2,10352504187445E+00 | | 2,24790798667647E+00 | | 1.44E-01 | |
| 0,95 | 2,29284229564315E+00 | | 2,46575981160379E+00 | | 1.73E-01 | |
| 1 | 2,51066231372925E+00 | | 2,71828182845905E+00 | | 2.08E-01 | |
| Простой метод Эйлера | | | | | | | |
| Длина шага h: 0,025 | | | | | | | |
| t | |  | |  | |  | |
| 0 | | 1,00000000000000E+00 | | 1,00000000000000E+00 | | 0.00E+00 | |
| 0,025 | | 1,00000000000000E+00 | | 1,00062519535320E+00 | | 6.25E-04 | |
| 0,05 | | 1,00125000000000E+00 | | 1,00250312760580E+00 | | 1.25E-03 | |
| 0,075 | | 1,00375312500000E+00 | | 1,00564085001735E+00 | | 1.89E-03 | |
| 0,1 | | 1,00751719921875E+00 | | 1,01005016708417E+00 | | 2.53E-03 | |
| 0,125 | | 1,01255478521484E+00 | | 1,01574770858669E+00 | | 3.19E-03 | |
| 0,15 | | 1,01888325262244E+00 | | 1,02275503416445E+00 | | 3.87E-03 | |
| 0,175 | | 1,02652487701710E+00 | | 1,03109876933982E+00 | | 4.57E-03 | |
| 0,2 | | 1,03550696969100E+00 | | 1,04081077419239E+00 | | 5.30E-03 | |
| 0,225 | | 1,04586203938791E+00 | | 1,05192834618043E+00 | | 6.07E-03 | |
| 0,25 | | 1,05762798733103E+00 | | 1,06449445891786E+00 | | 6.87E-03 | |
| 0,275 | | 1,07084833717267E+00 | | 1,07855803904705E+00 | | 7.71E-03 | |
| 0,3 | | 1,08557250180879E+00 | | 1,09417428370521E+00 | | 8.60E-03 | |
| 0,325 | | 1,10185608933592E+00 | | 1,11140502146805E+00 | | 9.55E-03 | |
| 0,35 | | 1,11976125078763E+00 | | 1,13031912007401E+00 | | 1.06E-02 | |
| 0,375 | | 1,13935707267641E+00 | | 1,15099294469118E+00 | | 1.16E-02 | |
| 0,4 | | 1,16072001778910E+00 | | 1,17351087099181E+00 | | 1.28E-02 | |
| 0,425 | | 1,18393441814488E+00 | | 1,19796585785400E+00 | | 1.40E-02 | |
| 0,45 | | 1,20909302453046E+00 | | 1,22446008512191E+00 | | 1.54E-02 | |
| 0,475 | | 1,23629761758239E+00 | | 1,25310566253473E+00 | | 1.68E-02 | |
| 0,5 | | 1,26565968599998E+00 | | 1,28402541668774E+00 | | 1.84E-02 | |
| 0,525 | | 1,29730117814998E+00 | | 1,31735376372789E+00 | | 2.01E-02 | |
| 0,55 | | 1,33135533407641E+00 | | 1,35323767642117E+00 | | 2.19E-02 | |
| 0,575 | | 1,36796760576351E+00 | | 1,39183775527414E+00 | | 2.39E-02 | |
| 0,6 | | 1,40729667442921E+00 | | 1,43332941456034E+00 | | 2.60E-02 | |
| 0,625 | | 1,44951557466209E+00 | | 1,47790419541174E+00 | | 2.84E-02 | |
| 0,65 | | 1,49481293637028E+00 | | 1,52577121960346E+00 | | 3.10E-02 | |
| 0,675 | | 1,54339435680232E+00 | | 1,57715879930890E+00 | | 3.38E-02 | |
| 0,7 | | 1,59548391634439E+00 | | 1,63231621995538E+00 | | 3.68E-02 | |
| 0,725 | | 1,65132585341645E+00 | | 1,69151571539587E+00 | | 4.02E-02 | |
| 0,75 | | 1,71118641560279E+00 | | 1,75505465696030E+00 | | 4.39E-02 | |
| 0,775 | | 1,77535590618790E+00 | | 1,82325798059749E+00 | | 4.79E-02 | |
| 0,8 | | 1,84415094755268E+00 | | 1,89648087930495E+00 | | 5.23E-02 | |
| 0,825 | | 1,91791698545479E+00 | | 1,97511179141642E+00 | | 5.72E-02 | |
| 0,85 | | 1,99703106110480E+00 | | 2,05957571912771E+00 | | 6.25E-02 | |
| 0,875 | | 2,08190488120175E+00 | | 2,15033791595230E+00 | | 6.84E-02 | |
| 0,9 | | 2,17298821975433E+00 | | 2,24790798667647E+00 | | 7.49E-02 | |
| 0,925 | | 2,27077268964327E+00 | | 2,35284444891126E+00 | | 8.21E-02 | |
| 0,95 | | 2,37579592653927E+00 | | 2,46575981160379E+00 | | 9.00E-02 | |
| 0,975 | | 2,48864623304989E+00 | | 2,58732623297957E+00 | | 9.87E-02 | |
| 1 | | 2,60996773691107E+00 | | 2,71828182845905E+00 | | 1.08E-01 | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Модифицированный метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,1 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0,00E+00 |
| 0,1 | 1,01000000000000E+00 | 1,01005016708417E+00 | 5,02E-05 |
| 0,2 | 1,04070400000000E+00 | 1,04081077419239E+00 | 1,07E-04 |
| 0,3 | 1,09398804480000E+00 | 1,09417428370521E+00 | 1,86E-04 |
| 0,4 | 1,17319277924352E+00 | 1,17351087099181E+00 | 3,18E-04 |
| 0,5 | 1,28347290049241E+00 | 1,28402541668774E+00 | 5,53E-04 |
| 0,6 | 1,43235575694953E+00 | 1,43332941456034E+00 | 9,74E-04 |
| 0,7 | 1,63059379371135E+00 | 1,63231621995538E+00 | 1,72E-03 |
| 0,8 | 1,89344551325761E+00 | 1,89648087930495E+00 | 3,04E-03 |
| 0,9 | 2,24259686590232E+00 | 2,24790798667647E+00 | 5,31E-03 |
| 1 | 2,70905701401000E+00 | 2,71828182845904E+00 | 9,22E-03 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Модифицированный метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,05 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0,00E+00 |
| 0,05 | 1,00250000000000E+00 | 1,00250312760580E+00 | 3,13E-06 |
| 0,1 | 1,01004381250000E+00 | 1,01005016708417E+00 | 6,35E-06 |
| 0,15 | 1,02274511344219E+00 | 1,02275503416445E+00 | 9,92E-06 |
| 0,2 | 1,04079656469444E+00 | 1,04081077419239E+00 | 1,42E-05 |
| 0,25 | 1,06447468654124E+00 | 1,06449445891786E+00 | 1,98E-05 |
| 0,3 | 1,09414691842858E+00 | 1,09417428370521E+00 | 2,74E-05 |
| 0,35 | 1,13028112040968E+00 | 1,13031912007401E+00 | 3,80E-05 |
| 0,4 | 1,17345785920933E+00 | 1,17351087099181E+00 | 5,30E-05 |
| 0,45 | 1,22438593029902E+00 | 1,22446008512191E+00 | 7,42E-05 |
| 0,5 | 1,28392169615981E+00 | 1,28402541668774E+00 | 1,04E-04 |
| 0,55 | 1,35309297754042E+00 | 1,35323767642117E+00 | 1,45E-04 |
| 0,6 | 1,43312842716193E+00 | 1,43332941456034E+00 | 2,01E-04 |
| 0,65 | 1,52549355429252E+00 | 1,52577121960346E+00 | 2,78E-04 |
| 0,7 | 1,63193486704328E+00 | 1,63231621995538E+00 | 3,81E-04 |
| 0,75 | 1,75453397392990E+00 | 1,75505465696030E+00 | 5,21E-04 |
| 0,8 | 1,89577395883126E+00 | 1,89648087930495E+00 | 7,07E-04 |
| 0,85 | 2,05862094189487E+00 | 2,05957571912771E+00 | 9,55E-04 |
| 0,9 | 2,24662449941342E+00 | 2,24790798667647E+00 | 1,28E-03 |
| 0,95 | 2,46404158534415E+00 | 2,46575981160379E+00 | 1,72E-03 |
| 1 | 2,71598983744559E+00 | 2,71828182845905E+00 | 2,29E-03 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Модифицированный метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,025 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0,00E+00 |
| 0,025 | 1,00062500000000E+00 | 1,00062519535320E+00 | 1,95E-07 |
| 0,05 | 1,00250273535156E+00 | 1,00250312760580E+00 | 3,92E-07 |
| 0,075 | 1,00564025563111E+00 | 1,00564085001735E+00 | 5,94E-07 |
| 0,1 | 1,01004935962689E+00 | 1,01005016708417E+00 | 8,07E-07 |
| 0,125 | 1,01574666929604E+00 | 1,01574770858669E+00 | 1,04E-06 |
| 0,15 | 1,02275373421001E+00 | 1,02275503416445E+00 | 1,30E-06 |
| 0,175 | 1,03109716740737E+00 | 1,03109876933982E+00 | 1,60E-06 |
| 0,2 | 1,04080881385289E+00 | 1,04081077419239E+00 | 1,96E-06 |
| 0,225 | 1,05192595299585E+00 | 1,05192834618043E+00 | 2,39E-06 |
| 0,25 | 1,06449153723125E+00 | 1,06449445891786E+00 | 2,92E-06 |
| 0,275 | 1,07855446839889E+00 | 1,07855803904705E+00 | 3,57E-06 |
| 0,3 | 1,09416991481168E+00 | 1,09417428370521E+00 | 4,37E-06 |
| 0,325 | 1,11139967168898E+00 | 1,11140502146805E+00 | 5,35E-06 |
| 0,35 | 1,13031256828955E+00 | 1,13031912007401E+00 | 6,55E-06 |
| 0,375 | 1,15098492549553E+00 | 1,15099294469118E+00 | 8,02E-06 |
| 0,4 | 1,17350106810054E+00 | 1,17351087099181E+00 | 9,80E-06 |
| 0,425 | 1,19795389660708E+00 | 1,19796585785400E+00 | 1,20E-05 |
| 0,45 | 1,22444552394877E+00 | 1,22446008512191E+00 | 1,46E-05 |
| 0,475 | 1,25308798322851E+00 | 1,25310566253473E+00 | 1,77E-05 |
| 0,5 | 1,28400401331473E+00 | 1,28402541668774E+00 | 2,14E-05 |
| 0,525 | 1,31732792997279E+00 | 1,31735376372789E+00 | 2,58E-05 |
| 0,55 | 1,35320659114053E+00 | 1,35323767642117E+00 | 3,11E-05 |
| 0,575 | 1,39180046599692E+00 | 1,39183775527414E+00 | 3,73E-05 |
| 0,6 | 1,43328481863654E+00 | 1,43332941456034E+00 | 4,46E-05 |
| 0,625 | 1,47785101846602E+00 | 1,47790419541174E+00 | 5,32E-05 |
| 0,65 | 1,52570799089994E+00 | 1,52577121960346E+00 | 6,32E-05 |
| 0,675 | 1,57708382357476E+00 | 1,57715879930890E+00 | 7,50E-05 |
| 0,7 | 1,63222754514344E+00 | 1,63231621995538E+00 | 8,87E-05 |
| 0,725 | 1,69141109578813E+00 | 1,69151571539587E+00 | 1,05E-04 |
| 0,75 | 1,75493151092448E+00 | 1,75505465696030E+00 | 1,23E-04 |
| 0,775 | 1,82311334220438E+00 | 1,82325798059749E+00 | 1,45E-04 |
| 0,8 | 1,89631134289389E+00 | 1,89648087930495E+00 | 1,70E-04 |
| 0,825 | 1,97491344805684E+00 | 1,97511179141642E+00 | 1,98E-04 |
| 0,85 | 2,05934408376353E+00 | 2,05957571912771E+00 | 2,32E-04 |
| 0,875 | 2,15006784382871E+00 | 2,15033791595230E+00 | 2,70E-04 |
| 0,9 | 2,24759357743238E+00 | 2,24790798667647E+00 | 3,14E-04 |
| 0,925 | 2,35247893646925E+00 | 2,35284444891126E+00 | 3,66E-04 |
| 0,95 | 2,46533543769802E+00 | 2,46575981160379E+00 | 4,24E-04 |
| 0,975 | 2,58683410182370E+00 | 2,58732623297957E+00 | 4,92E-04 |
| 1 | 2,71771173966284E+00 | 2,71828182845905E+00 | 5,70E-04 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Усовершенствованный метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,1 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0,00E+00 |
| 0,1 | 1,01000000000000E+00 | 1,01005016708417E+00 | 5,02E-05 |
| 0,2 | 1,04060300000000E+00 | 1,04081077419239E+00 | 2,08E-04 |
| 0,3 | 1,09367375300000E+00 | 1,09417428370521E+00 | 5,01E-04 |
| 0,4 | 1,17252763059130E+00 | 1,17351087099181E+00 | 9,83E-04 |
| 0,5 | 1,28227621681465E+00 | 1,28402541668774E+00 | 1,75E-03 |
| 0,6 | 1,43037911985674E+00 | 1,43332941456034E+00 | 2,95E-03 |
| 0,7 | 1,62748536257300E+00 | 1,63231621995538E+00 | 4,83E-03 |
| 0,8 | 1,88869676326596E+00 | 1,89648087930495E+00 | 7,78E-03 |
| 0,9 | 2,23546148900159E+00 | 2,24790798667647E+00 | 1,24E-02 |
| 1 | 2,69842556337382E+00 | 2,71828182845904E+00 | 1,99E-02 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Усовершенствованный метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,05 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0,00E+00 |
| 0,05 | 1,00250000000000E+00 | 1,00250312760580E+00 | 3,13E-06 |
| 0,1 | 1,01003754687500E+00 | 1,01005016708417E+00 | 1,26E-05 |
| 0,15 | 1,02272614355762E+00 | 1,02275503416445E+00 | 2,89E-05 |
| 0,2 | 1,04075808387622E+00 | 1,04081077419239E+00 | 5,27E-05 |
| 0,25 | 1,06440931133230E+00 | 1,06449445891786E+00 | 8,51E-05 |
| 0,3 | 1,09404645809471E+00 | 1,09417428370521E+00 | 1,28E-04 |
| 0,35 | 1,13013631563111E+00 | 1,13031912007401E+00 | 1,83E-04 |
| 0,4 | 1,17325807942441E+00 | 1,17351087099181E+00 | 2,53E-04 |
| 0,45 | 1,22411881716746E+00 | 1,22446008512191E+00 | 3,41E-04 |
| 0,5 | 1,28357273796876E+00 | 1,28402541668774E+00 | 4,53E-04 |
| 0,55 | 1,35264499593071E+00 | 1,35323767642117E+00 | 5,93E-04 |
| 0,6 | 1,43256095309654E+00 | 1,43332941456034E+00 | 7,68E-04 |
| 0,65 | 1,52478206445213E+00 | 1,52577121960346E+00 | 9,89E-04 |
| 0,7 | 1,63104984445654E+00 | 1,63231621995538E+00 | 1,27E-03 |
| 0,75 | 1,75343974715995E+00 | 1,75505465696030E+00 | 1,61E-03 |
| 0,8 | 1,89442726183002E+00 | 1,89648087930495E+00 | 2,05E-03 |
| 0,85 | 2,05696912089504E+00 | 2,05957571912771E+00 | 2,61E-03 |
| 0,9 | 2,24460327289169E+00 | 2,24790798667647E+00 | 3,30E-03 |
| 0,95 | 2,46157223675758E+00 | 2,46575981160379E+00 | 4,19E-03 |
| 1 | 2,71297568626293E+00 | 2,71828182845905E+00 | 5,31E-03 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Усовершенствованный метод Эйлера | | | |
| Длина шага h: 0,025 | | | |
| t |  |  |  |
| 0 | 1,00000000000000E+00 | 1,00000000000000E+00 | 0,00E+00 |
| 0,025 | 1,00062500000000E+00 | 1,00062519535320E+00 | 1,95E-07 |
| 0,05 | 1,00250234448242E+00 | 1,00250312760580E+00 | 7,83E-07 |
| 0,075 | 1,00563908033371E+00 | 1,00564085001735E+00 | 1,77E-06 |
| 0,1 | 1,01004700069325E+00 | 1,01005016708417E+00 | 3,17E-06 |
| 0,125 | 1,01574271885810E+00 | 1,01574770858669E+00 | 4,99E-06 |
| 0,15 | 1,02274777264772E+00 | 1,02275503416445E+00 | 7,26E-06 |
| 0,175 | 1,03108876014669E+00 | 1,03109876933982E+00 | 1,00E-05 |
| 0,2 | 1,04079750802299E+00 | 1,04081077419239E+00 | 1,33E-05 |
| 0,225 | 1,05191127391335E+00 | 1,05192834618043E+00 | 1,71E-05 |
| 0,25 | 1,06447298467694E+00 | 1,06449445891786E+00 | 2,15E-05 |
| 0,275 | 1,07853151265035E+00 | 1,07855803904705E+00 | 2,65E-05 |
| 0,3 | 1,09414199239185E+00 | 1,09417428370521E+00 | 3,23E-05 |
| 0,325 | 1,11136618078771E+00 | 1,11140502146805E+00 | 3,88E-05 |
| 0,35 | 1,13027286381094E+00 | 1,13031912007401E+00 | 4,63E-05 |
| 0,375 | 1,15093831367951E+00 | 1,15099294469118E+00 | 5,46E-05 |
| 0,4 | 1,17344680066168E+00 | 1,17351087099181E+00 | 6,41E-05 |
| 0,425 | 1,19789116432797E+00 | 1,19796585785400E+00 | 7,47E-05 |
| 0,45 | 1,22437344965810E+00 | 1,22446008512191E+00 | 8,66E-05 |
| 0,475 | 1,25300561408671E+00 | 1,25310566253473E+00 | 1,00E-04 |
| 0,5 | 1,28391031232071E+00 | 1,28402541668774E+00 | 1,15E-04 |
| 0,525 | 1,31722176659584E+00 | 1,31735376372789E+00 | 1,32E-04 |
| 0,55 | 1,35308673096968E+00 | 1,35323767642117E+00 | 1,51E-04 |
| 0,575 | 1,39166555928745E+00 | 1,39183775527414E+00 | 1,72E-04 |
| 0,6 | 1,43313338761870E+00 | 1,43332941456034E+00 | 1,96E-04 |
| 0,625 | 1,47768144326446E+00 | 1,47790419541174E+00 | 2,23E-04 |
| 0,65 | 1,52551849389358E+00 | 1,52577121960346E+00 | 2,53E-04 |
| 0,675 | 1,57687245200559E+00 | 1,57715879930890E+00 | 2,86E-04 |
| 0,7 | 1,63199215175861E+00 | 1,63231621995538E+00 | 3,24E-04 |
| 0,725 | 1,69114931727212E+00 | 1,69151571539587E+00 | 3,66E-04 |
| 0,75 | 1,75464074384726E+00 | 1,75505465696030E+00 | 4,14E-04 |
| 0,775 | 1,82279071617567E+00 | 1,82325798059749E+00 | 4,67E-04 |
| 0,8 | 1,89595369057379E+00 | 1,89648087930495E+00 | 5,27E-04 |
| 0,825 | 1,97451727162694E+00 | 1,97511179141642E+00 | 5,95E-04 |
| 0,85 | 2,05890551741053E+00 | 2,05957571912771E+00 | 6,70E-04 |
| 0,875 | 2,14958261173317E+00 | 2,15033791595230E+00 | 7,55E-04 |
| 0,9 | 2,24705694668749E+00 | 2,24790798667647E+00 | 8,51E-04 |
| 0,925 | 2,35188566427694E+00 | 2,35284444891126E+00 | 9,59E-04 |
| 0,95 | 2,46467971210178E+00 | 2,46575981160379E+00 | 1,08E-03 |
| 0,975 | 2,58610947513637E+00 | 2,58732623297957E+00 | 1,22E-03 |
| 1 | 2,71691105363251E+00 | 2,71828182845905E+00 | 1,37E-03 |

Вывод  
Так как доказано, что для устойчивого численного метода решения задачи Коши из наличия аппроксимации с порядком p следует сходимость с тем же порядком в предположении, что начальные значения заданы достаточно точно, можно сделать следующие выводы:

Для явного метода Эйлера получится, что

max ε = 3,836E-01, для шаг 0.1

max ε = 2,076E-01, для шаг 0.05

max ε = 1,083E-01, для шага 0.025

Отсюда можно сделать вывод, что при уменьшении сетки в 2 раза погрешность падает так же в 2 раза, а значит порядок сходимости равен 1. Из вышеуказанной теоремы следует, что порядок аппроксимации равен 1.

Для модифицированного метода Эйлера получится, что

max ε = 3.84E-01, для шаг 0.1

max ε = 2.08E-01, для шаг 0.05

max ε = 1.08E-01, для шага 0.025

Отсюда можно сделать вывод, что при уменьшении сетки в 2 раза погрешность падает в 4 раза, а значит сходимости равен 2. Из вышеуказанной теоремы следует, что порядок аппроксимации равен 2.

Для усовершенствованного метода Эйлера получится, что

max ε = 1,99E-02, для шаг 0.1

max ε = 5,31E-03, для шаг 0.05

max ε = 1,37E-03, для шага 0.025

Отсюда можно сделать вывод, что при уменьшении сетки в 2 раза погрешность падает в 4 раза, а значит сходимости равен 2. Из вышеуказанной теоремы следует, что порядок аппроксимации равен 2.