

Elektromagnetisk stråling

Knadidatnr.: 15889

*Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo**

(Dated: 21. oktober 2019)

Jeg har studert lys som er observert fra en fjern stjerne på ti forskjellige dager over en takers periode. Ved å se på Doppler-forskyvning av en spektrallinje har jeg klart å beregne stjernens hastighet i forhold til oss ved hver av de ti målingene. På bakgrunn av dette kunne jeg slå fast at stjernen beveger seg bort fra oss med en gjennomsnittshastighet på ca. 15km/s. Den beveger seg i tillegg i bane med svært kort omløpsperiode, bare rundt 10 dager, og høy banefart, ca. 1.5km/s. Dette indikerer tilstedeværelsen av et annet massivt legeme like i nærheten.

For å finne eksakte verdier for bølgelengden til absorpsjonslinjen i det Doppler-forskjøvede spekteret brukte jeg minste kvadraters metode. Termiske bevegelser i gassene på stjernens overflate, og annen støy, gjør at dette kan være vanskelig å gjøre med øyemål. Jeg har anvendt modeller for fluks og støy som bygger på normalfordelingen, noe som har vist seg å være fornuftige antakelser.

I. INTRODUKSJON

I dette prosjektet skal jeg studere lys som er observert fra en fjern stjerne. Jeg har måledata fra 10 dager, og skal ved å studere spektrallinjer for mottatt fluks prøve å finne stjernens hastighet i forhold til oss på jorda ved forskjellige tidspunkter. Dette kan videre brukes til å påvise planeter i bane rundt stjernen, og finne massen og innholdet i atmosfæren til eventuelle planeter (se [2] og [4]).

Alt vi kan måle fra fjerne solsystemer og galakser er egenskaper ved den elektromagnetiske strålingen vi mottar fra dem. Å utvikle teorien og teknologien som brukes til å studere denne strålingen er en avgjørende del av innsatsen som må legges ned for å øke vår forståelse av den delen av universet som ligger utenfor vår egen atmosfære. Dette prosjektet utforsker hva som er mulig å lære om stjerner og planeter som ligger langt unna vårt eget solsystem, og beskriver, sammen med arbeidene som refereres til, helhetlig de mest anvendte metodene for slike analyser.

II. TEORI

Ved å observere lyset som når oss fra fjerne stjerner kan vi finne ut hvilken fart stjernen har i forhold til oss her på jorda. På grunn av Doppler-Effekten vil lys sendt ut fra en kilde som beveger seg bort fra oss bli rødforskjøvet og lys fra en kilde som beveger seg mot oss vil bli blåforskjøvet. Likning 1 forteller oss hvordan vi kan finne hastigheten til lyskilden relativt til oss:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (1)$$

Her er λ bølgelengden til en absorpsjonslinje for det observerte lyset og λ_0 er bølgelengden vi måler for den samme absorpsjonslinjen i laboratoriet på jorda. v_r er farten

til stjerna i forhold til oss og c er lysfarten. Negativt fortegn på v_r betyr at lyskilden er på vei mot oss, positivt fortegn betyr at den er på vei bort fra oss.

Den øverste illustrasjonen i figur 1 viser hvordan fluksen vi mottar fra en stjerne kan se ut. Modellen vi antar for fluksen er gitt i likning 2, se [3].

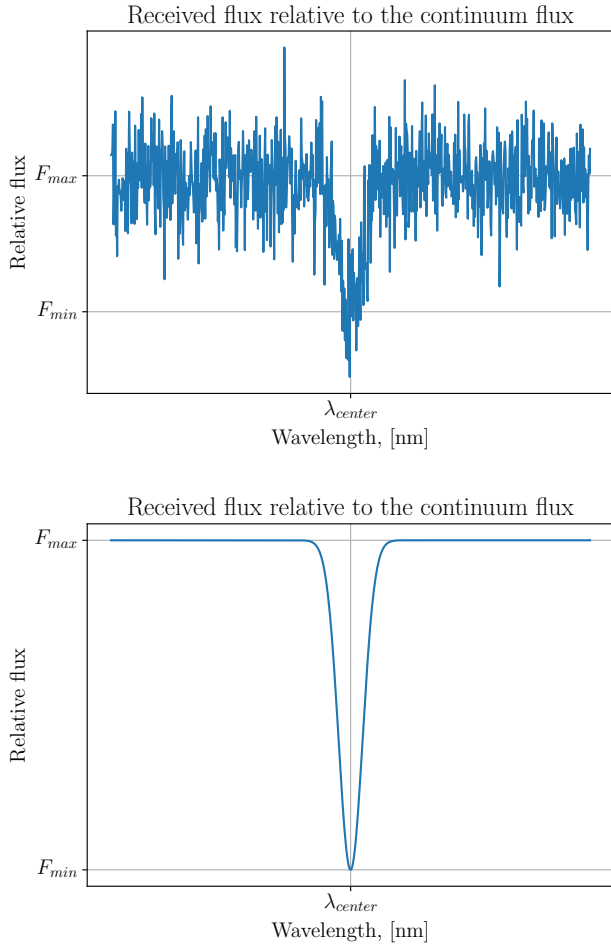
$$F^{\text{model}}(\lambda) = F_{\text{max}} + (F_{\text{min}} - F_{\text{max}})e^{-(\lambda - \lambda_{\text{center}})^2 / (2\sigma^2)} \quad (2)$$

Her er F_{max} kontinuumsfluksen (som er 1 for relativ fluks), F_{min} er den minste verdien for den observerte fluksen, λ er bølgelengde, λ_{center} er bølgelengden som svarer til F_{min} og σ er et mål på bredden av dalen rundt λ_{center} . I ekte målinger for fluks har vi støy som jeg antar er normalfordelt med middelerdi 0 og konstant standardavvik.

Stjerna sender ut lys fordi den har høy temperatur som et resultat av fusjonsprosesser. Denne termiske energien frigis som stråling. Grunnen til at vi ser absorpsjonslinjer er at lyset fra stjerna passerer gjennom gasser, mest sannsynlig rundt stjerna, på vei til oss. Molekylene i gassen absorberer fotoner med visse bølgelengder slik at det er mindre lys med akkurat disse bølgelengdene som når oss. Gassmolekylene som sender ut lyset fra stjernas overflate beveger seg med forskjellige hastigheter. Bølgelengden til lyset som blir sendt ut vil være ulikt for molekyler som beveger seg med forskjellige hastigheter, på grunn av Doppler-forskyvningen.

Vi antar at hastighetene til molekylene i gassen er normalfordelt. Det betyr at de fleste partiklene har hastighet i forhold til massesenteret til stjernen like rundt 0 i radiell retning sett fra observatøren. Absorpsjonslinjen til lyset fra disse partiklene er forskjøvet til λ_{center} . I tillegg har vi mange partikler som beveger seg med hastighet ulik 0 i radiell retning i forhold til massesenteret til stjernen. Lyset fra alle disse partiklene vil være forskjøvet til andre verdier enn λ_{center} . Det gjør at figuren har en slik bred dal rundt λ_{center} fordi det ikke bare er lys med bølgelengde λ_{center} som blir absorbert, men også lys med litt mindre og litt større bølgelengde. Flukskurven, som er beskrevet ved likning 2, viser en normalfordeling ettersom det er en direkte konsekvens av molekylenes hastighet i radiell retning, som vi antar er normalfordelt^[1].

* textme@astro.uio.no



Figur 1. Fluksen vi mottar fra en stjerne som funksjon av bølgelengde. Nederst har vi verdiene uten støy. Øverst er det med normalfordelt støy, slik dataen vi mottar ser ut.

III. METODE

Jeg har måledata som viser den relative fluksen til lyset fra en stjerne over et intervall av bølgelengden for 10 forskjellige dager. Dataen jeg har fått er illustrert i figur 4. Dersom vi har en absorpsjonslinje ved en bestemt bølgelengde og vi kjenner bølgelengden for den samme absorpsjonslinjen når vi måler den i laboratoriet på jorda kan vi finne stjernas hastighet relativt til oss ved å løse likning 1 for v_r :

$$v_r = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} c \quad (3)$$

Ved å se på dataen for fluksen kan vi bestemme med øyemål verdier for λ_{center} fra likning 2, se figur 1. Mer nøyaktige verdier kan finnes ved å prøve å bestemme de verdiene for F_{min} , σ og λ_{center} som gjør at uttrykket for F^{model} best beskriver de måledataene vi har observert. Det jeg ønsker å gjøre er å prøve modellen med mange

forskjellige kombinasjoner av ulike verdier for disse parametrene og finne den beste kombinasjonen. For å finne fram til disse verdiene velger jeg en øvre og nedre grense for hver av parametrene slik at jeg er sikker på at den virkelige verdien jeg er ute etter ligger innenfor intervallet. Deretter tester jeg modellen med 30 jevnt fordelte verdier innenfor dette intervallet, og plukker ut det settet med verdier som gir best tilnærming.

For å finne øvre og nedre grense for intervallene til parametrene bruker jeg en automatisk algoritme. Siden det er relativ fluks vi måler er $F_{\text{max}} = 1$ for alle stjernene. Jeg antar at støyen er normalfordelt med middelerdi 0 og samme standardavvik hele tiden, slik at jeg kan anta at den minste verdien til F^{obs} ligger i nærheten av den reelle minsteverdien F_{min} . Jeg legger derfor intervallet for λ_{center} slik at bølgelengden for den minste verdien av F^{obs} ligger i midten. For å finne den reelle minsteverdien til fluksen tar jeg først gjennomsnittet av de 3 minste verdiene vi har målt for å redusere effekten av et par målinger med veldig stor støy, dersom det skulle være noen i dette området. Jeg leter deretter etter den reelle minsteverdien i området mellom 60% og 100% av avstanden mellom F_{max} og den middelerdien jeg nå fikk. Når det gjelder σ , så kan vi utnytte at modellen er bygget på normalfordeling. Det betyr at 99.7% skal være innenfor 3σ . Jeg kan derfor trygt sette største mulige verdi for σ til for eksempel 0.01 fordi vi ser på den observerte dataen at kurven har flatet ut i god tid før man har beveget seg et avstand 0.03 fra λ_{center} . (Et høyere tak enn 0.01 er brukt for å produsere resultatene i artikkelen, men ved å sette taket til 0.01 kunne resultatene blitt mer presise). Hastighetene til gassmolekylene i stjerna avhenger av temperaturen til stjerna, hvilket betyr at σ også er temperaturavhengig. Temperaturen endrer seg ikke fra dag til dag, og jeg kan dermed anta at sigma ikke endrer seg nevneverdig fra dag til dag heller. Jeg bruker derfor det samme intervallet for σ hver dag.

Jeg ønsker å finne de verdier for F_{min} , σ og λ_{center} som gjør at F^{model} best beskriver den observerte dataen. For å finne ut hvilken kombinasjon som gir minst avvik fra måledataen bruker jeg minste kvadraters metode. Som et mål på feilen til modellen med gitte parametre bruker jeg kvadratavviket $(F^{\text{obs}}(\lambda) - F^{\text{model}}(\lambda, F_{\text{min}}, \sigma, \lambda_{\text{center}}))^2$, som gir et tall på hvor langt unna modellen er den målte verdien for én bestemt bølgelengde. Målet er å minimere den totale feilen som er gitt ved summen av alle kvadratavvikene over alle bølgelengder:

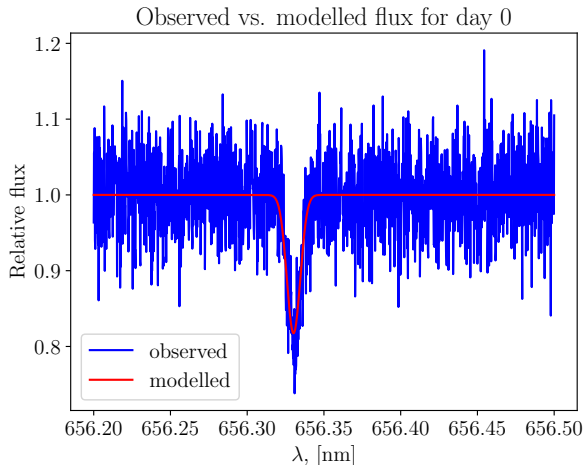
$$\Delta(F_{\text{min}}, \sigma, \lambda_{\text{center}}) = \sum_{\lambda} (F^{\text{obs}} - F^{\text{model}})^2 \quad (4)$$

IV. RESULTAT

Resultatene fra minste kvadraters metode for dataen fra hver av dagene finnes i tabell II. Begge er i Appendix. Figur 2 viser hvordan den modellerte løsningen passer med måledataen for dag 0.

Day	v_r by-eye, [km/s]	v_r least squares, [km/s]
0	14.2	13.8
2	15.5	15.6
3	16.9	16.4
5	15.5	16.0
6	14.2	14.2
8	12.8	13.3
9	13.7	13.7
11	15.1	15.6
13	16.9	16.5
14	16.0	15.7

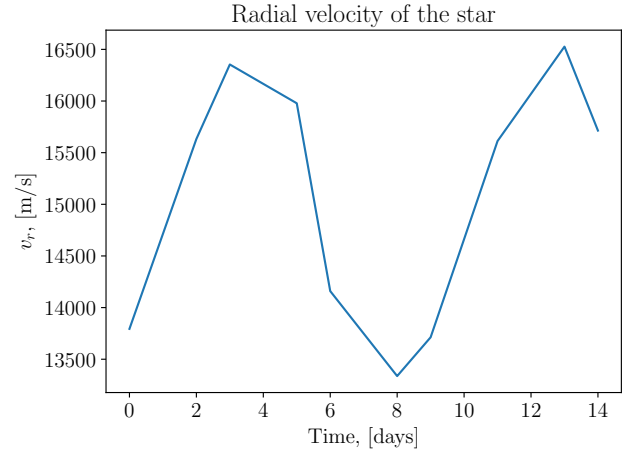
Tabell I. Resultatene av å anvende likning 3 på dataene for mottatt fluks. Andre kolonne er ved øyemål for λ_{center} , tredje kolonne er ved minste kvadraters metode for å finne λ_{center} (se tabell II).



Figur 2. Observerte og modellerte verdier for fluksen observert på dag 0.

Det er i utgangspunktet verdiene for λ_{center} vi er interessert i for å kunne lære om bevegelsen til stjernen og eventuelle planeter i nærheten. Ved å anvende likning 3 på disse verdiene for λ_{center} får jeg den radielle hastighetene til stjernen i forhold til oss ved hver av målingene. (Vi vet at $\lambda_0 = 656.3\text{nm}$). Resultatene er gitt i tabell I, og er illustrert i figur 3. Av figuren ser det ut til at stjernen beveger seg bort fra oss med en pekulierhastighet på ca. 15km/s og har en banefart på rundt 1.5km/s. Til sammenlikning er banefarten til vår sol ca. 20km/s i

forhold til gjennomsnittshastigheten til andre stjerner i nabolaget^[5]



Figur 3. Den radielle hastigheten til stjernen, funnet ved hjelp av minste kvadraters metode.

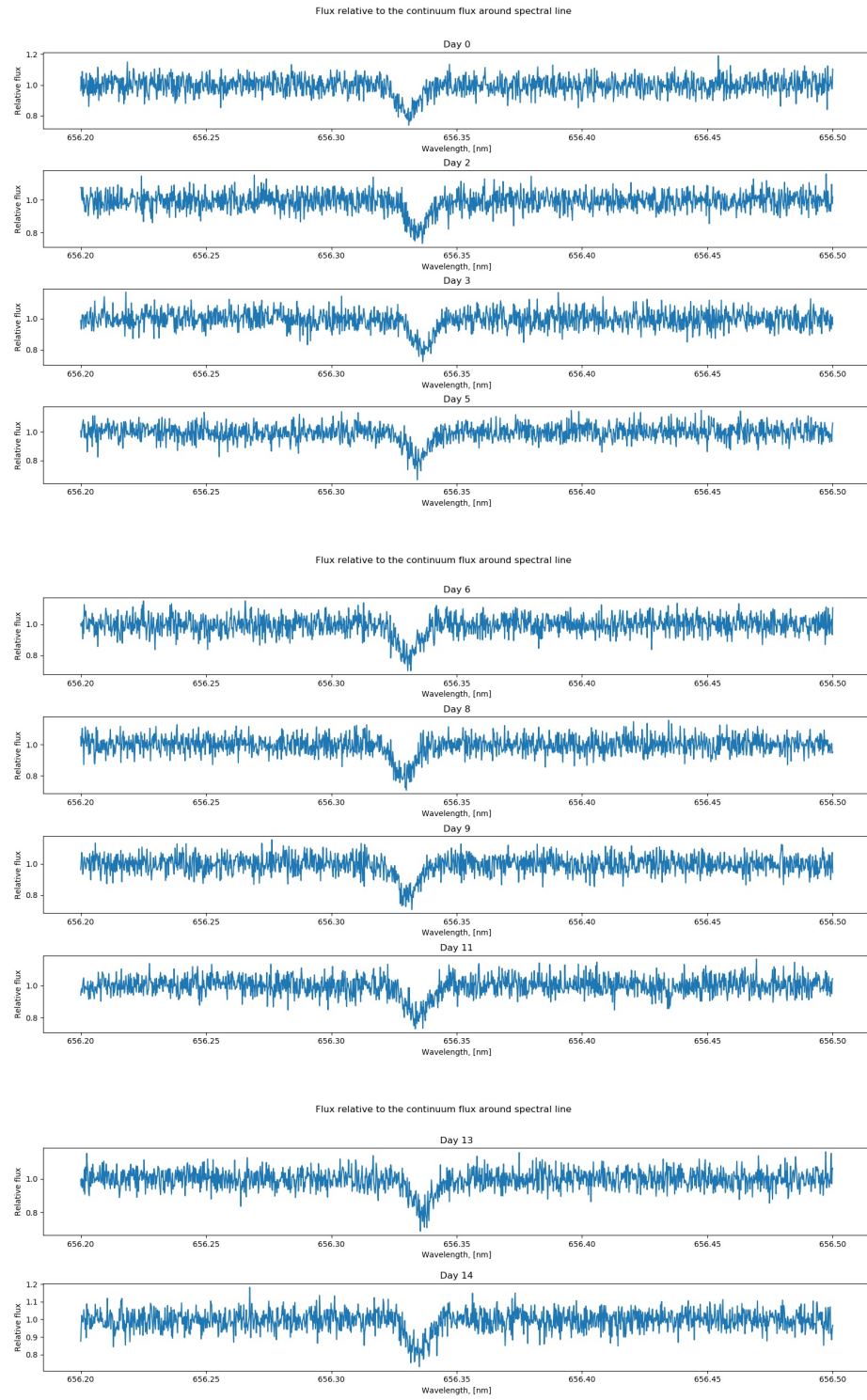
V. DISKUSJON

Når jeg analyserte fluksdataen med minste kvadraters metode bruke jeg 30 testverdier for hver av de ukjente parametrene F_{min} , σ og λ_{center} . Ved å øke til 40 testverdier innenfor det samme intervallet forventet jeg å få mer nøyaktige svar. Det viste seg imidlertid at dette bare førte til en endring på mellom 0.00003% og 0.00013% av λ_{center} som er den parameteren vi bryr oss om. Jeg konkluderer derfor med at 30 testverdier gir så godt som så presise svar vi kan finne, og jeg er komfortabel med å bruke 30 testverdier videre. Som nevnt i metode-delen oppdaget jeg etter implementering av algoritmen at den øvre grensen for σ trygt kunne vært satt en del lavere enn den verdien jeg brukte. Dette ville antakeligvis gitt noe mer nøyaktige resultater.

Ved å se på figur 3 ser vi tydelige periodiske svingninger i hastigheten til stjernen. Det betyr at stjernen beveger seg i bane og har en komponent av banehastigheten som er parallell med vår siktlinje. For at stjernen skal gå i bane, må den påvirkes av en gravitasjonskraft som antakelig kommer fra en nærliggende planet. Det virker derfor som at stjernen har en planet i bane rundt seg. Illustrasjonen viser en bemerkelsesverdig kort omløpsperiode for stjernen, bare rundt 10 dager, særlig når man tar i betraktning at banefarten til tider er minst 1.5km/s. Det må være et svært massivt legeme nært denne stjernen for å gi denne type bevegelse. Vi kunne brukt datapunktene for hastigheten til å finne den minste mulige massen til dette legemet, se [4].

-
- [1] Hansen, F. K., 2017, Forelesningsnotat 1A i kurset AST2000
 - [2] Hansen, F. K., 2017, Forelesningsnotat 1C i kurset AST2000
 - [3] Hansen, F. K., 2017, Forelesningsnotat 1D i kurset AST2000
 - [4] 15889, 2019, Ekstrasolare planeter
 - [5] Solen, <https://no.wikipedia.org/wiki/Solen>, Lest 17.10.19

VI. APPENDIX



Figur 4. Den relative fluksen som funksjon av bølgelengde for lyset vi har mottatt fra stjernen de 10 dagene.

Day	F_{\min}	σ	λ , [nm]	Δ
0	0.81742	0.00438	656.33020	3.73793
2	0.81084	0.00438	656.33422	3.55735
3	0.81249	0.00438	656.33580	3.75985
5	0.81334	0.00438	656.33498	3.69936
6	0.79401	0.00438	656.33100	4.00017
8	0.80051	0.00438	656.32920	3.65960
9	0.80140	0.00438	656.33002	3.83682
11	0.80581	0.00438	656.33418	3.88872
13	0.80998	0.00438	656.33618	3.65010
14	0.81709	0.00438	656.33440	3.68551

Tabell II. Tabell som viser resultatene av minste kvadraters metode anvendt på dataen registrert for hver av de 10 dagene. F^{model} er testet med alle kombinasjoner av 30 forskjellige verdier for F_{\min} , σ og λ_{center} . Den beste kombinasjonen ga totalt avvik Δ mellom F^{obs} og F^{model} .