Avbildning med optikk

Torbjørn Skauli og Arnt Inge Vistnes

Revidert av Torbjørn Skauli og Nina F. J. Edin (Mars 2020)

Øyet, en av naturens mest fantastiske oppfinnelser, danner et bilde av verden på netthinnen. I et kamera brukes en linse for å danne et bilde på en bildesensor. Kameraer er viktige for informasjonssamfunnet, og øyne er viktige for alt høyerestående liv. Dessuten er avbildning med optikk en pen og morsom del av fysikken. Derfor inneholder labkurset denne oppgaven der du skal gjøre avbildning med forstørrelsesglass, teleskop og kamera. Oppgaven har vekt på den enkle strålemodellen for lys, ofte kalt geometrisk optikk. Vi kommer også inn på beskrivelsen av lys som bølger og som fotoner. Oppgaven er basert på en enkel modell for linser. En mer fullstendig behandling av linser og optikk gis i andre emner.

I. TEORI

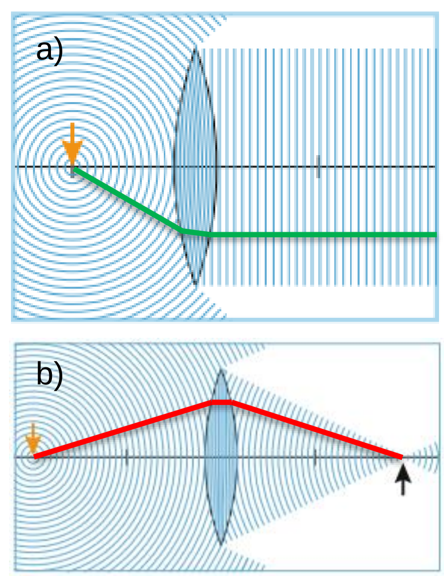
1. Linser og geometrisk optikk

Teorien som er relevant for denne oppgaven finner du i læreboka i FYS2130: Vistnes: *Physics of Oscillations and Waves*, kapittel 12.3, 12.4 og 12.5, eller du kan lese en lengre versjon av teorien for linser i "Vedlegg 1: Linseteori". En bredere og grundigere behandling av optikk gis i emnet "Optikk og lys", TEK3010/4010 og i mer anvendte emner, bl.a. TEK5050 og IN5350.

Denne oppgaven handler mye om linser. For å forstå hvordan en linse virker er det nyttig å begynne med å tenke på lyset som bølger, slik det er vist i Figur 1. Linsen er laget av glass med en brytningsindeks som er høyere enn luften omkring, slik at lysbølgene forplanter seg saktere inne i glasset. Resultatet er at bølgefronter som går gjennom linsen får en endret krumming, som illustrert i figuren. Vi skal se at dette kan være veldig nyttig.

Det er ofte en god tilnærming å modellere lys som **stråler**, altså linjer langs lysets forplantningsretning og normalt på bølgefrontene, slik det er illustrert i Figur 1. Dette er en grov forenkling av bølgemodellen, men likevel en nyttig modell som kalles **geometrisk optikk**, og som brukes mye i praksis.

Vi skal i denne oppgaven holde oss til en tilnærmet modell for linser. I denne tynn linse-tilnærmingen neglisjerer vi tykkelsen til linsen og antar at den er et plan som bryter lyset slik en linse gjør. Alle avstander måles da ut fra midtplanet til linsen. Figur 1 a) viser et viktig spesialtilfelle der kulebølgen fra en punktkilde gjøres om til en planbølge i linsen. Dette skjer når kilden er i fokalpunktet, og avstanden til linsen er lik fokallengden f. Dette er en parameter som beskriver hvor sterkt linsen endrer på bølgens krumning. En sterkere linse har en kortere fokallengde.



Figur 1. En linse endrer krummingen til lysbølger fra et objektpunkt til venstre. Røde og grønne linjer illustrerer lysstråler.

Linsen fungerer uavhengig av i hvilken retning lyset forplanter seg langs en stråle (fordi fysikkens grunnlikninger ikke gjør forskjell på om tiden går forlengs eller baklengs). Tenk deg for eksempel at planbølgen i Figur 1 a) er innkommende lys fra sola langt borte, og at du holder en papirbit i fokalpunktet der lysenergien samles. Da forstår du hvorfor fokalpunktet også kalles "brennpunkt" (og fokallengde kalles "brennvidde"). Hvis du har tid, ta gjerne med en linse ut i sola og prøv!

I Figur 2 er strålemodellen brukt for å konstruere geometrien til en situasjon tilsvarende Figur 1 b) der lys fra et objektpunkt samles i et bildepunkt. Bølgefrontene langs den grønne strålen tilsvarer tilfellet i a), og den røde strålen representerer det speilvendte tilfellet. Den blå strålen går gjennom senter av linsen med uforandret retning (for en tynn linse). Stråler fra objektpunktet møtes i et bildepunkt. I denne oppgaven skal vi fokusere (!) på konvekse linser (tykkest på midten) som har slike egenskaper. Strålene som er tegnet i Figur 2 danner en geometri som gjør det lett å finne posisjonen til bildepunktet ved å følge tre enkle regler:

- Stråler som passerer gjennom sentrum av linsen vil komme ut i samme retning som de kom inn (blå).
- En stråle som kommer inn parallelt med aksen fra venstre side vil gå gjennom fokalpunktet f' på høyre side.
- Stråler som er parallelle med aksen på høyre side går gjennom et tilsvarende fokalpunkt f på venstre side.

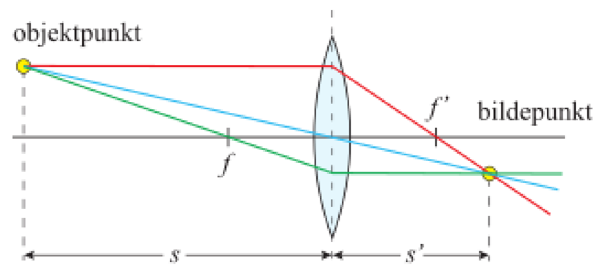
I figurene i denne teksten, og i mange beskrivelser av optiske systemer, følger vi en konvensjon der lys stråler ut fra et objekt på venstre side mot linser osv. til høyre.

I Figur 2, legg merke til at strålene fra andre punkter i avstand s på venstre side av linsen vil samles i andre punkter i et plan i avstand s' på høyre side. Det vil si at linsen danner et bilde, slik du får se i denne oppgaven. (Når du ser bildet komme frem på labben kan du stoppe et øyeblikk og tenke på hvor kult det er at en enkel linse kan sortere millioner av stråler til riktig plass i bildet, med lysets hastighet!)

Det er klart fra Figur 2 at vi bare får et skarpt bilde i et bestemt plan der strålene skjærer hverandre. **Linseformelen** forteller hvor på den optiske aksen det skarpe bildet dukker opp:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad (1)$$

Her er s er objektavstand, s' bildeavstanden og f fokallengden. Denne formelen er utledet i vedlegg A.



Figur 2: Et objektpunkt kan avbildes i et bildepunkt på motsatt side av en konveks linse. Tre hjelpelinjer brukes for å finne plasseringen til bildepunktet.

Vi kan tenke oss at vi skal ta bilde av en person med føttene på den optiske aksen og hodet i objektpunktet på Figur 2. Vi ser at lyset fra hodet treffer i billedpunktet mens føttene fortsatt er på den optiske aksen. Vi får altså en avbildning som er opp-ned, og med en størrelse som avhenger av forholdet mellom objekt- og bildeavstand. Vi ser av ligning (1) at hvis personen står i en avstand 2f, havner bildet i samme avstand på motsatt side av linsen, i full størrelse. Ved plassering av objekter mellom 2f og f får vi en forstørrelse. Hva skjer når objektet plasseres i f? (Prelab spørsmål 8)

Den lineære forstørrelsen er gitt ved (se ligning 13, vedlegg A):

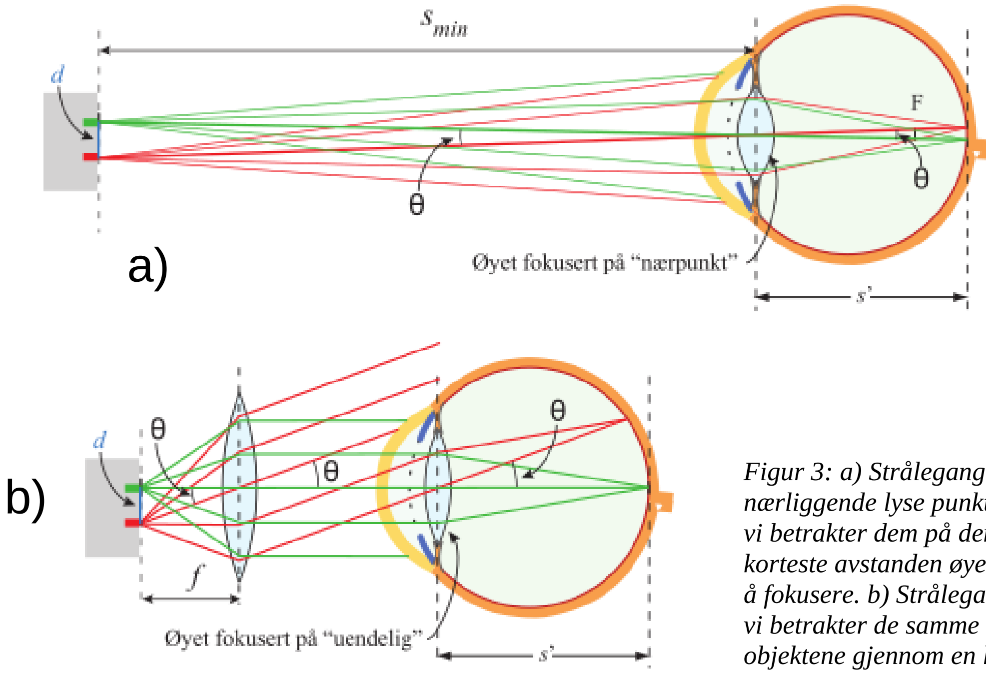
$$M = -\frac{s'}{s} \qquad (2)$$

Hvor minuset angir at bildet er opp-ned.

Fokallengden f er oppgitt på de linsene vi skal bruke, men kan finnes også ved å ta utgangspunkt i krumingen av glassoverflaten i den såkalte "**linsemakerformelen**":

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (3)$$

Her er n brytningsindeksen til glasset, og R_1 og R_2 er krumingsradius for linsens to sider. Vi skal bruke bikonvekse linser der $R_2 = -R_1 = R$ i henhold til fortegnskonvensjonen som er brukt, slik at fokallengden forenkles til:



Figur 3: a) Strålegangen til to nærliggende lyse punkter når vi betrakter dem på den korteste avstanden øyet klarer å fokusere. b) Strålegang når vi betrakter de samme objektene gjennom en lupe.

$$f = \frac{R}{2(n-1)} \tag{4}$$

Krumningsradien på en sfærisk overflate kan vi finne ved å bruke et såkalt “sfærometer” som måler hvor mye en krum flate stikker opp innenfor en kjent omkrets på linseflaten. Sfærometeret har en ring som settes inn mot den kuleformede overflaten og en målepinne i midten som måler høyden av den delen av flaten som er innenfor ringen ved hjelp av et måleur, et godt gammeldags mekanisk instrument for å måle små avstander.

2. Lupe

Hvis vi ønsker å se små detaljer på et objekt holder vi det så nær øyet som mulig, altså så nær som øyet klarer å fokusere. Dette kalles øyets *nærpunkt*, eller *nærgrense* og varierer mye fra person til person. En nærsynt person kan fokusere nærmere, men hvis øyet er gammelt mister det gradvis sin evne til å justere fokus.

I optikken brukes for enkelhets skyld en standardverdi på 25 cm for denne minsteavstanden, s_{min}. Figur 3 a) viser en situasjon der øyet ser et rødt og et grønt punkt i nærgrensen. Sett fra øyet er det da en vinkel θ mellom objektene.

For å se mindre detaljer i objektet kan vi gjøre som i Figur 3 b) og sette inn en linse foran objektet, altså et forstørrelsesglass, eller "lupe". Anta at avstanden fra objektet til linsen er lik fokallengden. Legg merke til at vi da har en situasjon som i Figur 1 a): Lys fra et punkt på objektet omgjøres i linsen til en planbølge, som om objektet var uendelig langt borte. Øyet behøver da ikke anstrenge seg for å fokusere nær, men kan i stedet ha samme fokus som når man ser objekter på lang avstand. Men vi ser at den største fordelen med lupen er at vinkelen mellom lyset fra de to objektene er blitt større. Det ser altså ut for øyet som om objektene er lengre fra hverandre. På denne måten kan en lupe hjelpe oss til å skjelne objekter som er for små til å se dem med bare øyet alene.

Vi kan sette et tall på lupens forstørrelse ved å ta forholdet mellom de to vinklene. Forstørrelsen til lupen er derfor en *vinkelforstørrelse* (slik vi også skal se for et teleskop). I tilfellet i Figur 3 a) er vinkelavstanden θ mellom objektene tilnærmet d/s_{min}. Med lupen i b) er det i stedet linsens fokallengde f som er den relevante avstanden, og vinkelen blir d/f. Vinkelforstørrelsen for lupen blir da:

$$M = \frac{d/f}{d/s_{min}} = \frac{s_{min}}{f}. \tag{5}$$

3. Måling av lys i en bildesensor

Kameraer bruker linser til å måle hvor mye lys som kommer fra forskjellige punkter på motivet. I kameralinsens bildeplan står det en bildesensor (der det i gamle dager var film). Bildesensoren har mange små lyssensorer som måler lyset i hver sin piksel i bildet (altså 16 millioner lyssensorer for et 16-megapiksels kamera). Lyset eksiterer elektroner i lyssensoren, som i Einsteins fotoelektriske effekt. Når kameraet tar et bilde blir disse elektronene samlet opp i et kort tidsintervall som kalles integrasjonstiden (eller "eksponeringstiden"). Det elektriske signalet ut fra en lyssensor består av elektronene som har blitt eksitert av lyset innenfor integrasjonstiden. Det digitale bildet inneholder et tall for lysstyrken i hver piksel, og dette tallet er derfor essensielt en telling av elektroner som lyset har eksitert.

Vi vet fra kvantemekanikken at lysets vekselvirkning med materie er kvantisert. Lyset overfører "pakker" av energi til lyssensoren. Disse kalles fotoner og har en energi som avhenger av bølgelengden. Et innkommende foton kan eksitere ett elektron. Det betyr at responsen fra en følsom lyssensor alltid vil være kvantisert. Lyssensoren teller fotoner omtrent på samme måte som vi kan telle hvor mange regndråper som faller ned i en kopp. Hvis vi setter flere like kopper ut i regnet vil de vanligvis ikke få samme antall regndråper. Målingen av regn har derfor en tilfeldig støy, og det samme gjelder for fotoner. I optikken kalles dette "fotonstøy".

Vi vet at kvanter oftest er så små at vi ikke opplever kvantemekaniske effekter i dagliglivet. Med moderne digitalkameraer er dette ikke lenger helt sant. Kvantisering gir støy i bilder, slik det er illustrert i Figur 4.

Som fysiker bør man være klar over at Kvantemekanikken kan tolkes på ulike måter, og at kvantiseringen opptrer når lyset vekselvirker med materie slik at lyskvanter oppstår eller absorberes. I andre sammenhenger er bølgemodellen en god beskrivelse av lysets egenskaper, med strålemodellen som en god tilnærming i mange tilfeller. Analogien med regndråper i en kopp bør derfor ikke trekkes for langt. Optikkproblemer blir fort vanskelige hvis man tenker på lyset som en strøm av fotoner. Tolkning av kvantemekanikken og lysets egenskaper diskuteres fortsatt, og er en spennende del av fysikken.

4. Statistikk for diskrete hendelser

Her er en kjapp oppsummering av statistikk som trengs i denne oppgaven. Vi har et system der måling av lysnivå er en ren telling av elektroner. Måleresultatet er eksakt, men varierer fra en telling til den neste uten at fysikken er forskjellig fra gang til gang. Vi kan beskrive resultatet av gjentatte målinger med en *middelverdi* og en usikkerhet angitt i form av et *standardavvik* (σ) som er det gjennomsnittlige avviket fra middelverdien.

Når vi gjør beregninger med usikre måleverdier bruker vi regneregler for feilforplantning. I disse beregningene bruker vi kvadratet av standardavviket (σ^2) som kalles *varians*. Vi vet at i det enkle tilfellet der vi tar sum eller differanse av to stokastiske variabler så vil variansen til resultatet være summen av variansen til hver av de to variablene. Vi kommer tilbake til dette nedenfor.

Mange stokastiske prosesser består av en rekke av hendelser som skjer på tilfeldige tidspunkter (for eksempel eksitasjon av elektroner i en piksel), men slik at sannsynligheten per tidsenhet er konstant. Disse prosessene beskrives av *Poisson-fordelingen*. Hvis antallet hendelser er stort ligner denne mye på Gaussfordelingen, men med en viktig ekstra egenskap: usikkerheten er bestemt av middelverdien. Hvis middelverdien for antall hendelser er N så er standardavviket $\sqrt{N}$. Da er altså variansen lik middelverdien: $Var(N) = N$.

5. Måleverdier fra et digitalt kamera

Anta at en enkelt lyssensor mottar N_f fotoner til sin piksel i bildet. Hvis sensoren er ideell vil det elektriske signalet være $N_e = N_f$ elektroner. Anta videre at kameraets elektronikk gir en netto forsterkningsfaktor G slik at den digitale verdien som lagres i pikselen er

$$D = GN_e \qquad (6)$$

G er ofte ikke oppgitt, men i rådataformater til moderne kameraer kan man ha $G \approx 1$. Hvis lysnivået er konstant så betyr det at sannsynligheten per tidsenhet for å motta et foton er konstant, men fotonene som kommer inn på lyssensoren ankommer til tilfeldige tider. Mange målinger av samme lysnivå vil derfor gi litt forskjellige verdier. Fra sannsynlighetsregningen vet vi da at mottatt antall fotoner innenfor en bestemt tid, N_f, er en stokastisk variabel som følger Poisson-statistikk. Da vil variansen til signalet være lik middelverdien $\overline{N_f}$ og standardavviket er $\sqrt{\overline{N_f}}$. Hvis vi tar bilde av en jevnt belyst vegg der middelverdien er den samme i alle pikslene, vil det være en betydelig variasjon i pikselverdiene. Denne variasjonen skyldes altså kvantemekaniske effekter som fører til støy i bildene.

Med denne forståelsen kan vi nå se etter kvante-effekter i bilder. Anta at kameraet tar bilde av en grå flate med konstant lysnivå. De digitale verdiene ut av kameraet vil da ha forventningsverdi $\overline{D} = G\overline{N_f}$. Standardavviket ($SD$) til de digitale dataene er ideelt sett $SD(D) = G\sqrt{\overline{N_f}}$. Variansen til dataene blir $Var(D) = (SD(D))^2 = G^2\overline{N_f}$. I praksis vil elektronikken i kameraet gi et uavhengig støybidrag σ_N i tellingen av elektroner fordi det er vanskelig å måle så små signaler som en liten pakke av elektroner. Den totale variansen blir da

$$Var(D) = G^2\left(\overline{N_f} + \sigma_N^2\right) \approx G^2\overline{N_f} \qquad (7)$$

der tilnærmingen gjelder for høye lysnivåer. Vi ser at dersom kameraet er tilstrekkelig følsomt så vil variansen i dataene være proporsjonal med middelverdien på grunn av kvante-støyen fra fotonene. Hvis vi ser en slik oppførsel vet vi altså at støyen i bildet skyldes den kvantiserte vekselvirkningen mellom lys og materie inne i bildesensoren. Hvis derimot kameraets egen støy σ_N er sterkest, vil støyen vi observerer være konstant og uavhengig av lysnivået.

Når kvante-støyen dominerer vil altså støyen øke hvis lysstyrken øker. Hvorfor er det da lettere å se, og ta bilder, når det er mer lys? Betrakt forholdet mellom signal og støy, som beskriver hvor tydelig vi kan måle lysmengden. Fotoelektron-signalet er $\overline{N_f}$ og standardavviket i signalet er $\sqrt{\overline{N_f}}$. Vi har da:

$$\frac{signal}{stoy} = \frac{\overline{N_f}}{\sqrt{\overline{N_f}}} = \sqrt{\overline{N_f}} \qquad (8)$$

Vi ser altså at både signalet og støyen øker, men på grunn av de statistiske egenskapene blir signalet tydeligere når vi har sterkere lys, slik vi opplever når vi tar bilder i dagliglivet.

For å estimere støyen skal vi ta bilder der alle pikslene er belyst med samme lysnivå. Vi kan estimere middelverdi $\overline{D}$ og varians $Var(D)$ fra pikselverdiene direkte. Det kan imidlertid lett skje at lysnivået er litt forskjellig i ulike deler av bildet, og da vil vi overestimere den tilfeldige variasjonen hvis vi bruker den vanlige måten å estimere varians. I stedet estimerer vi støyen fra differansen mellom nabopiksler *som mottar nesten eksakt samme lysnivå*: Betrakt to nabopiksler som gir ut verdiene D_1 og D_2, begge med varians $Var(D)$. Fra nabodifferansene kan vi regne ut et estimat for $Var(D_1 - D_2)$, og da kan vi finne $Var(D)$ ut fra

$$Var(D_1 - D_2) = Var(D_1) + Var(D_2)$$
$$= 2Var(D)$$

$$Var(D) = \frac{1}{2}Var(D_1 - D_2) \qquad (9)$$

Hvis kvante-støyen dominerer er det også mulig å estimere antallet eksiterte elektroner. Da må vi først estimere kameraets forsterkningsfaktor ut fra

$$G = \sqrt{\frac{Var(D)}{\overline{N_f} + \sigma_N^2}} \approx \sqrt{\frac{Var(D)}{\overline{N_f}}} = \sqrt{\frac{Var(D)}{\overline{D}/G}}$$

Med enkel regning følger da:

$$G = \frac{Var(D)}{\overline{D}} \qquad (10)$$

Deretter kan vi estimere fotoelektrontallet fra verdien av D/G i hver piksel.

II. LABORATORIEØVING

Utstyr

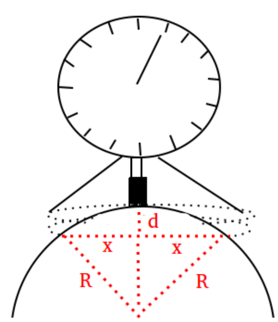
- Optisk benk/skinne og fire ryttere
- Lampe (utstrakt lyskilde) med skyggemønster
- Punktlyskilde (rød og grønn lysdiode)
- Hvit skjerm for projeksjon
- Tynn, gjennomsiktig mattskive
- Bikonvekse linser med angitt fokallengde 200 mm, 100 mm og 50 mm (ett oppsett får 20 mm)
- Sfærometer
- Kamera, i betydningen en bildesensor med elektronikk, objektivlinse og PC med programvare for framvisning og analyse av bilder
- Kasse/stativ for å sette skinnen opp foran vinduet

Eksperiment 1: Avbildning med linse

Målet med Eksperiment 1 er at du gjennom omtrentlige målinger skal få en kvalitativ forståelse for sammenheng mellom objekt- og bildeavstand i linseformelen og hva som bestemmer forstørrelsen. I tillegg skal du beregnde linsens fokallengde dels ved hjelp av linseformelen og dels utfra måling av krumningsradius og se om det stemmer med den teoretiske verdien.

1. Plasser lampen med skyggemønsteret (vårt objekt) i en ende av skinnen og den hvite skjermen i motsatt ende (ca. 140 cm imellom).
2. Sett linsen med fokallengde 200 mm i en av rytterne nær lampen med skyggemønsteret, og juster lampen til samme høyde (senter-senter) som linsen. Tips: Bruk en boks eller annen rettvinklet gjenstand for å plassere skyggemasken rett over enden av skinnen, der linjalen på skinnen starter på 0.
3. Beveg linsen langs skinnen. Du skal finne to posisjoner hvor det blir et skarpt bilde av objektet (skyggemønsteret) på skjermen.
   - Bestem objektavstand og bildeavstand i de to tilfellene (bruk markeringene på rytterne og metermålet langs skinnen). Du behøver ikke angi usikkerhet i målingene i punkt 1. Bruk linseformelen for å beregne omtrentlig fokallengde for linsen. Hva er sammenhengen mellom de to posisjoner av linsen hvor bildet er skarpt?
   - Bestem omtrentlig (lineær) forstørrelse av objektet på skjermens plass i de to tilfellene ved å måle diameteren på den indre mørke sirkelen i skyggemasken. Sammenlign forstørrelsene med forholdet mellom objektavstand og bildeavstand.
   - Gjenta punkt 1-5 for objekt-skjerm-avstand på ca 90 cm.

Figur 4: Med et sfærometer måles høyden d for en del av en kuleoverflate med radius R, hvor d er avstanden fra kuleoverflaten til sfærometerringen med diameter=2x.



- Bruk sfærometeret for denne 200 mm linsen (figur 4), og beregn krumningsradius for glassoverflaten, og fokallengden ut fra linsemakerformelen når det er gitt at linsen er laget av 'BK7' glass (henviser til prelaboppgave) og at den største sylinderen du kan bruke på sfærometeret har en indre *diameter* på 24.0 mm. Det er heller ikke her nødvendig å gjøre usikkerhetsoverslag (linsemakerformelen er jo allerede en tilnærming).

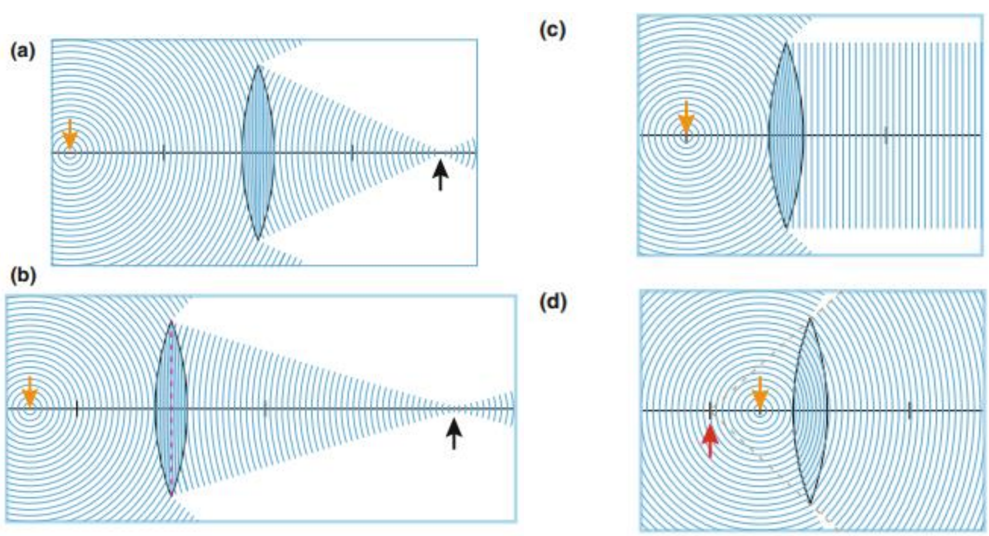
  MERK: Måleuret er IKKE nødvendigvis nullstilt slik at det viser null når du bruker sfærometeret på en perfekt plan flate. Du må bruke forskjeller i avlesning ved en plan flate sammenlignet med den krumme flaten for å få riktig verdi (for detaljer, se prelab-oppgave).

- Er det konsistens i de målingene du har gjort i Eksperiment 1?

Eksperiment 2: Lysbunter og fokus uendelig langt borte

I Eksperiment 1 brukte vi en linse for å lage et bilde på en skjerm av et objekt på motsatt side av linsen. Vi kunne da bestemme forstørrelsen ved å sammenligne størrelsen på bildet med størrelsen av objektet. I Eksperiment 2 skal vi følge strålebunten fra to nær-punktformige lyskilder (en rød og en grønn) når strålebuntene IKKE danner et bilde. Det vil si at objektet er mellom linsen og fokalpunktet (*f* i figur 2). Ved å betrakte hvordan strålebunten på lyset som går gjennom en linse endrer seg i størrelse, som vist i figur 5, får vi en bedre forståelse for begrepet "bølgefront" og "krumning av bølgefronten", som er vesentlige begreper når vi arbeider med lys.

Slå av lampen med skyggemaskene og fjern linsen med fokallengde 200 mm. Koble til den grå boksen og prøv bryterne så du ser hvordan den lyser: Denne skal vi bruke som punktlyskilde. Sett punktlyskilden i en rytter ytterst til venstre og linsen med 100 mm fokallengde i nærmeste rytter. De to lysende punktene må ha samme høyde som senter til linsen.



Figur 5 (Figur 12.11 fra Physics of Oscillations and Waves av Arnt Inge Vistnes) viser bølgefronten fra en lyskilde (orange pil) i forskjellig avstand fra en bikonveks linse.

1. Skru på den ene lysdioden, og plasser linsen ca. 7-8 cm fra lyskilden.
2. Sett skjermen rett bak linsen og observer en rund skive av lys.
3. Flytt skjermen lengre vekk fra linsen og observer hvordan størrelsen til lysbunten som har gått gjennom linsen endrer seg.
   - Konvergerer eller divergerer lysbunten, eller holder diameteren seg konstant?
   - Øk avstanden mellom lyskilden og linsen, og undersøk på ny for hver valgt posisjon av linsen, om lysbunten endrer seg når du skyver *skjermen* vekk fra linsen.
   - Bestem avstanden mellom punktlyskilden og linsen når lysbuntens diameter ikke endrer seg når du skyver på skjermen. Hva svarer dette til?
   - La avstanden mellom punktlyskilden og linsen være omtrent dobbelt så stor som i forrige punkt, og følg lysbunten nå. Beskriv kort hva du ser og kommenter observasjonen i forhold til Eksperiment 1.
   - Diskuter kort hvordan vi med en linse kan sende mest mulig lys til et punkt i endelig avstand og til et punkt veldig langt borte.

Eksperiment 3: Lupe

1. Gå tilbake til den lyskilde-linse-avstanden som førte til at lysbunten ikke endret størrelse i Eksperiment 2, med 100 mm linse. Skru på den andre lyskilden.
   - Hvordan forholder den grønne og den røde lysbunten seg til hverandre for ulike avstander mellom linse og skjerm? (Hint: Beskriv retninger og farger.)
2. Plasser øyet på en plass der lysskivene overlapper, og se gjennom linsen inn på lyskilden når den er skrudd av. (Det er ikke farlig om den er på, men ikke behagelig heller.) Legg merke til at du ser punktlyskilden forstørret. Når du ser den forstørrede lyskilden gjennom linsen, prøv å flytte øyet fra en posisjon meget nær linsen til lenger og lenger bort fra linsen langs skinnen.
   - Hvordan går det med forstørrelsen og utsnittet av hva vi ser når du øker avstanden mellom linsen (lupen) og øyet? Kan du forklare det du observerer?
3. Erstatt linsen med en linse med 50 mm fokallengde. Juster avstanden mellom punktlyskilden og linsen til lysbuntene på andre siden av linsen har konstant diameter i ulik avstand linse-skjerm.
   - Beskriv hvordan vinkelen mellom den grønne og den røde lysbunten er endret når linsens fokallengde er redusert fra 100 til 50 mm.
   - Forsøk på ny å plassere øyet i et område der lysskivene overlapper (gjerne temmelig nær linsen), og se inn mot lyskilden. Er det noe forskjell fra i sted? Forsøk å gi en kort forklaring.
   - En lupe angis gjerne med en forstørrelse, f.eks. 5X. Hva sier denne størrelsen oss? Er dette en forstørrelse som kan defineres på samme måte som forstørrelsen i eksperiment 1?

Eksperiment 4: Teleskop

Du skal nå lage et teleskop ved å bruke de to linsene som har lengst og korteste fokallengde.

1. Ta bort punktlyskilden og skru på lampen med skyggemaske ved venstre ende av skinnen.
2. Sett en linse med 200 mm fokallengde i en rytter ca. 35-40 cm fra den høyre enden av skinnen og i samme høyde som lampen.

3. Sett mattskiven på en rytter til høyre for denne linsen. Flytt mattskiven fram og tilbake til du ser et fokusert bilde av skyggemasken.
4. Sett en linse med 50 mm fokallengde i en rytter til høyre for mattskiven og i samme høyde som den første linsen. Bruk denne linsen som lupe og kikk inn fra høyre for å forstørre bildet du ser på baksiden av mattskiven. Juster til du ser bildet skarpt fokusert.
5. Mens du ser inn i lupen, ta bort mattskiven.
   - Beskriv hva du ser. Det kan hende du vil trenge å justere fokus litt, ved å flytte en av linsene.
6. Du har nå et teleskop! Du kan bruke det til å se ut på verden hvis du vil: Skru rytterne og linsene godt fast. Bruk vinduskarm og et spesielt justebart trestativ for å kunne betrakte et objekt som er langt borte. Du må kanskje justere fokus litt ved å flytte en av linsene. Du kan sette inn mattskiven midlertidig for å stille fokus. Husk å flytte utstyret tilbake etterpå.

Eksperiment 5: Kamera og fotoner

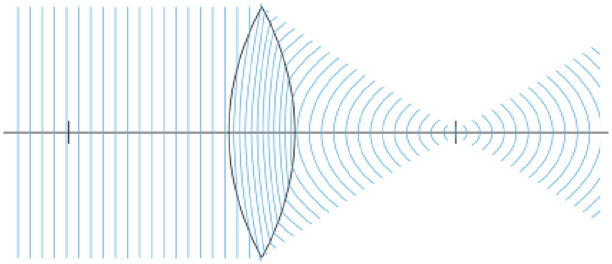
Vi skal til slutt gjøre et par forsøk med et kamera. I utstyret er det et kamera uten linse, altså bare en bildesensor med elektronikk for overføring av bildet til PC, og et kameraobjektiv som vi skal montere siden.

1. Sett bildesensoren (uten objektiv) på en rytter. Finn fram linsen med 100 mm fokallengde og sett den på en annen rytter. Vær nøye med å sette begge i samme høyde. Sett lampen med skyggemønster på enden av skinnen.
2. Koble bildesensoren til PC og start programmet "Scope Photo". Klikk knappen "video" øverst på skjermen og velg ScopeTek DCM130E i menyen. Et nytt vindu åpnes der du kan se bildet fra bildesensoren, som naturligvis er uskarpt. Hold hånden foran, uten å ta på bildesensorglasset, og se at bildet på skjermen blir mørkere. Da er kameraet i gang.
3. I kameraprogrammet, klikk Set up> Video source property. Under fanen "Exposure", kryss av for "Auto exposure".
4. Juster linsen slik at et bilde av skyggemønsteret blir fokusert på bildesensoren. Se på skjermen og prøv å stille skarpt. Observer at bildet fra en slik enkel linse ikke blir perfekt.
5. Vi skal nå lage jevn, variabel belysning på hele bildesensoren, og telle fotoner. Bytt ut linsen med en mattskive. Finn frem kameraobjektivet og se at du kan justere hvor mye lys som slipper gjennom ved å stille på "blenderen" - en variabel åpning inne i linsen. Skru inn kameraobjektivet foran bildesensoren. (Du vil legge merke til at objektivet ikke gir et skarpt bilde fordi lengden ikke passer til dette kameraet, men det er akkurat hva vi ønsker her.) Skru på blenderåpningen og se at den endrer lysstyrken i bildet på skjermen. Velg største blenderåpning (laveste tall). Skru av taklyset!
6. Klikk Set up > Video source property. Under fanen "White balance" sett de tre verdiene til samme tall, f,eks. 64. - Under fanen "Color", sjekk at Gamma = 1, Saturation = 100 og Contrast = 0. Under fanen "Exposure", ta bort krysset for "Auto exposure" og sett Gain = 1. (Pikselverdiene som lagres er proporsjonale med (lysnivå)∧(Gamma), derfor ønsker vi Gamma = 1. I vanlige kameraer er Gamma ≈ 0.5.)
7. Juster verdien for "Time" og se hva som hender. Dette er integrasjonstiden i mikrosekunder. Finn verdien der bildet er blitt helt hvitt i midten av det sirkelskiveformede bildet. Juster posisjonen til lyskilde og/eller kamera slik at den sirkelformede delen blir omtrent midt i bildet. Sett så verdien for "Time" ca. 20% høyere enn den som såvidt gjorde at den sentrale skiven ble hvit. Lukk vinduet med OK.
8. Ta opp et bilde med full blenderåpning ved å trykke "Capture". Lagre bildet som .png-fil i samme mappe som du har lastet ned MATLAB-scriptene script-image.m og image_noise_analysis.m

9. Start MATLAB og åpne script-image.m og image_noise_analysis.m. Legg inn riktig filadresse til mappen med skriptene og .png-filen i første linje av script-image.m (filsadressen kan du kopiere fra File Explorer i Windows ved å høyreklikke på adressefeltet og velge «Copy address as text»). Husk å avslutte filadressen med « \ ». Nå kan du kjøre skriptet. Skriptet analyserer bildedataene i en 100 x 100 rute i midten av bildet (for den grønne fargekanalen) og gir ut middelverdi $\overline{Đ}$ og variansen til differansen mellom nabopiksler $Var(D_1 - D_2)$. (se ligning 9)
10. Du skal nå ta opp en sekvens av bilder med forskjellig lysnivå ved å justere på blenderåpningen. Endre blenderåpningen skrittvis mot mindre lys (høyere tall) mens du tar opp nye bilder med "Capture", overfører dem til mappen du bruker og kjører MATLAB-skriptet. Prøv å ta ca. 10 bilder i noenlunde jevne trinn fra største til minste blenderåpning. Pass på at du får minst fire punkter som spenner ut middelverdi-intervallet fra ca. 50 til 200 (middelverdien er en av størrelsene som kommer ut av MATLAB-analysen).
    - Bla gjennom bildene du har tatt opp. I hvilke bilder klarer du å se støy? Hvordan avhenger den visuelle støyen av lysnivået?
    - Bruk middelverdier $\overline{D}$ og variansen til differansen mellom nabopiksler $Var(D_1 - D_2)$ for alle bildene til å lage en graf av varians i én piksel, $Var(D)$, som funksjon av middelverdi $\overline{D}$. Vurder resultatet: Ser du tegn til at kvantemekaniske effekter opptrer? Hvordan blir resultatene ved de høyeste og laveste lysnivåene, og hvorfor?
    - Lag en ny graf som viser forholdet signal/støy som funksjon av middelverdi $\overline{D}$. (Hint: finn først G fra ligning 9)
    - Hvis du har tid kan du også prøve å regne ut midlere antall elektroner per piksel for de bildene der den kvantemekaniske støyen er dominerende.

III. Vedlegg: Linseteori

En linse er laget av glass med brytningsindeks høyere enn luft. Figur 6 viser bølgefronter som passerer gjennom en linse. Bølgefrontene blir forsinket av linsen fordi lyshastigheten er lavere i glasset. De delene av en bølgefront som er nær senter av linsen blir mer forsinket enn de som ligger nærmere kanten av linsen. Etter linsen får bølgefrontene form som deler av et kuleskall, på grunn av linsens runde form. Bølgefrontene forplanter seg da inn mot et tilnærmet punkt, et fokus. Videre ut fra fokus sprer lyset seg som en kulebølge utover igjen på motsatt side.



Figur 6: Lys som kommer fra en kilde langt borte har tilnærmet parallelle bølgefronter. Når slikt lys går gjennom en konveks linse, skrumper lysbunten inn til et minimum før den utvider seg. Legg merke til at bølgefrontene ligger tettere inni glasset enn i luft siden lyshastigheten i glass er lavere enn i luft. Det at lysbunten ikke blir et virkelig «punkt» («fokalpunktet») men har en bredde, skyldes diffraksjon (et tema vi hopper over denne gangen).

Modellen med bølgefronter i Figur 6 gir et godt kvalitativt bilde av hvordan en linse virker. Det er imidlertid ikke helt enkelt å gjøre beregninger med denne modellen. Det viser seg at for mange formål er det mulig å lage en god modell av lyset ved å betrakte det som en bunt av lysstråler. Denne modellen for lys kalles geometrisk optikk. Geometrisk optikk kan brukes til svært nøyaktig modellering av linser, men da må man gjøre numerisk beregning av strålegangen. En linse kan beskrives med brukbar tilnærming av en enkel analytisk modell som vi bruker i denne oppgaven og som oppsummeres her.

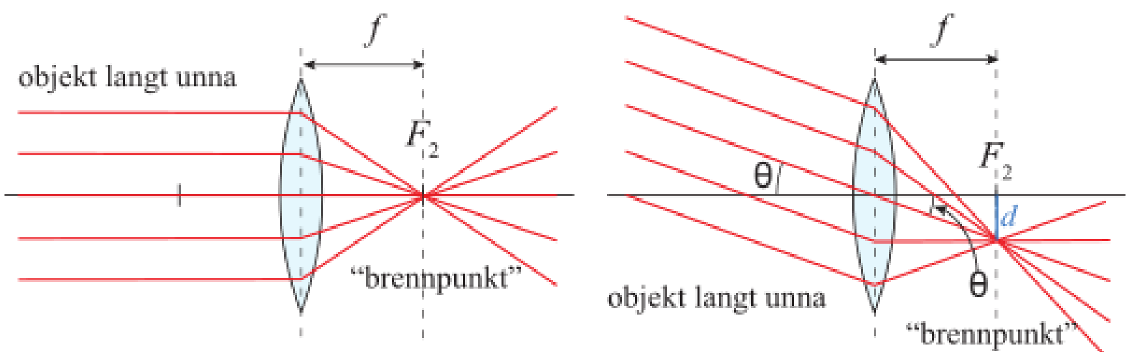
A. Idealisert teori for linser

Lysstråler som passerer gjennom linsen brytes i henhold til Snells brytningslov ved hver grenseflate. Betrakt først venstre del av Figur 7: Lysstråler som er parallelle med linseaksen brytes slik at de samles i et fokus på aksen i en avstand f fra linsen. Avstanden f er linsens fokallengde. Hvis lyset i stedet kommer inn med en vinkel i forhold til aksen som i høyre del av figur 7, blir strålene fortsatt samlet til et punkt i samme avstand langs aksen, men forskjøvet til siden med

$$h = f\tan\theta \tag{11}$$

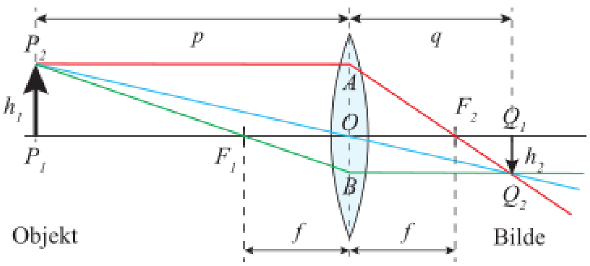
Tenk litt over hva linsen gjør: Det er allerede ganske fantastisk at en glassbit klarer å samle lysstråler fra én retning i et punkt. Men vi forstår fra figuren at linsen klarer å samle lys fra mange ulike retninger i hvert sitt punkt. Linsen gjør altså en transformasjon, fra forplantningsretning for innkommende lys til posisjon i et fokalplan for det utgående lyset.

Vi kan bruke Figur 8 for å finne en matematisk beskrivelse av geometrien for avbildningen. I figuren sendes stråler fra et punkt P_2 på et objekt i avstand p fra linsen, og strålene samles i et punkt Q_2 på den andre siden av linsen. En litt mer detaljert analyse, som ikke tas med her, viser at



Figur 7: Parallelle lysstråler som kommer inn i linsen samles i et fokus. Til venstre: Innfallende stråling parallell med linseaksen. Til høyre: Innfallende stråling i en vinkel θ.

alle stråler fra P_2 som går gjennom linsen samles i Q_2. (Dette er likevel en tilnærming.) Legg merke



Figur 8: Et objekt kan avbildes i et bilde på motsatt side av en konveks linse. Tre hjelpelinjer brukes for å finne plasseringen til billedpunktet.

til at trekantene AOF_2 og $Q_1Q_2F_2$ er formlike. Vi har derfor

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{f}{q-f}$$

Dessuten er trekantene P_1P_2O og Q_1Q_2O formlike slik at vi har

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{p}{q}$$

Høyresidene er altså like, og vi kan skrive

$$\frac{f}{q-f} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{q}{f} - \frac{f}{f} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{pq}{f} - p = q$$
$$\Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{p}{pq} = \frac{q}{pq}$$

Følgelig:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \qquad (12)$$

Dette er *linseformelen*. Vi ser at lyset fra alle punkter i objektplanet, i en avstand p fra linsen, vil samles i et tilsvarende punkt i et plan på den andre siden, i en avstand q. Vi ser altså at linsen kan danne et bilde av et objekt.

Figur 8 viser at bildet bare har samme størrelse som objektet når $p = q = 2f$. For andre tilfeller kan vi regne ut en forstørrelsesfaktor M:

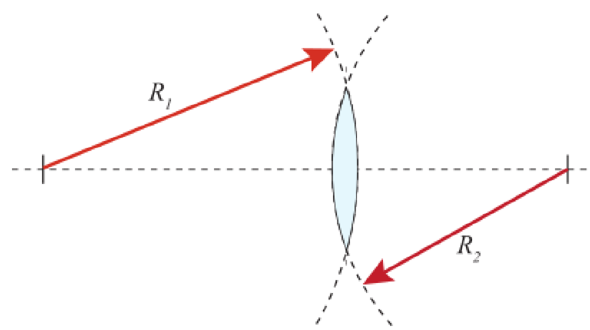
$$M = -\frac{q}{p} \qquad (13)$$

Legg merke til at hvis objektavstanden p går mot uendelig så vil strålene fra et objektpunkt inn på linsen være nesten parallelle. Med $p \to \infty$ får vi $q \approx f$. Figur 8 og ligning (12) er altså en god modell for situasjoner der objektet er langt borte, relativt til fokallengden (fokallengden) og linsestørrelsen. Det gir da mer mening å snakke om avbildning fra vinkel til posisjon. Dette er for eksempel en god beskrivelse av funksjonen til øyet.

Fokallengden er åpenbart bestemt av linsens form. Som vist f.eks. i læreboka *Physics of Oscillations and Waves* kan fokallengden regnes ut med *linsemakerformelen* for en linse (i luft) laget av glass med brytningsindeks n:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (14)$$

Her er R_1 og R_2 krumningsradiene til de to overflatene til linsen som illustrert i Figur 9. Det r viktig å merke seg at radiene er definert med fortegn slik at radien er positiv for en flate som krummer utover mot venstre, altså R_1. Vi antar altså her at overflatene er formet som en del av et kuleskall. I praksis er de fleste linser laget slik, og det er uansett en god tilnærming for stråler som ligger nær linseaksen i både posisjon og retning.



Figur 9: Definisjon av krumningsradiene til en linse. En flate som er konveks mot venstre har positiv radius, for eksempel R_1 her. Flater som er konvekse mot høyre har negativ radius, som R_2 her.

Fokallengden (fokallengden) f er den viktigste parameteren for å beskrive linsens egenskaper. Jo kortere fokallengde, jo sterkere brytes lyset. Omvendt vil en lang fokallengde tilsvare en svakere brytning. Merk at ligning (14) også gjelder for linser med en plan flate (null krumning, uendelig radius). I grensetilfellet der begge linseflatene har null krumning får vi en linse med uendelig fokallengde. Hva kaller vi det? Et vindu, naturligvis.

Styrken til en linse beskrives ofte med størrelsen $1/f$. Den tilhørende måleenheten 1/meter kalles diopter, og brukes blant annet til å angi brillestyrke. Briller med styrke 2 har altså fokallengde 0.5 meter.