

# Masse og Kraft

Dag Kristian Dysthe, Anja Røyne, og Ole Ivar Ulven Fysisk institutt, UiO

Nina Jeppesen Edin (Revidert: Januar, 2020)

Målet i denne oppgaven er å forstå grunnprinsippene for måling av kraft og forstå forholdet mellom kraft og masse. Dere skal vurdere forskjellige målemetoder ved å sammenligne følsomhet og dynamisk område. Målet er også at dere skal erfare og lære noe om eksperimentell logikk og sunn fornuft i praksis.

## I. BAKGRUNN

I kapittel 8 og 9 i Squires diskuterer han eksperimentell logikk og sunn fornuft. En del av dette skal dere prøve å sette ut i praksis når dere skal lage så nøyaktige kraft-/masse-målere som mulig. Utgangspunktet er den kjente formelen  $F = ma$ , (1) der  $F$  er kraft,  $m$  er masse og  $a$  er akselerasjon. På en vanlig vekt måles kraften der  $a = g$  er tyngdens akselerasjon i et gravitasjonsfelt. Newton har fått æren for å innse at massen  $m$  som akselereres uten gravitasjon er den samme massen som blir tiltrukket av andre masser. Når vi bruker en vekt som baserer seg på tyngdens akselerasjon er vi avhengig av enten å kjenne størrelsen på  $g$  (som ikke er den samme overalt) eller vi må bruke balanseprinsippet. I det siste tilfellet må vi balansere mot kjente standardvekter. Alternativet er å bruke (eller måle) en eller annen akselerasjon som ikke avhenger av gravitasjonen. For å måle en kraft er der to hovedprinsipper: å måle deformasjon av et elastisk materiale (f.eks. en fjær) eller å sette opp en motkraft for å stoppe bevegelse<sup>1</sup>.

### A. Følsomhet, oppløsning og dynamisk område

I denne øvelsen kommer vi mye borti begrepene følsomhet, oppløsning og dynamisk område. Det er derfor viktig å ha klart for seg hva begrepene innebærer.

#### 1. Følsomhet

Med følsomhet [2] mener man den minste enheten man klart kan observere med et måleinstrument, hvilket vil si at større følsomhet gjør at den minste enheten blir mindre. Dette henger sammen med usikkerheten i målingen. Endringer som er mindre enn målingens usikkerhet, kan man ikke med sikkerhet si at er faktiske endringer i den målte verdien. Legg merke til at følsomheten til et måleinstrument kan være forskjellig avhengig av hvor store verdier man måler.

#### 2. Oppløsning

Oppløsning er et ord mange er mest vant til å bruke om bilder, jo flere bildepunkter man har, jo flere detaljer er man i stand til å se i bildet. I målinger er betydningen i stor grad den samme, men de minste detaljene man er i stand til å se, blir avgjort av målingens følsomhet. Større følsomhet gjør dermed at oppløsningen i målingen blir større.

#### 3. Dynamisk område

Det vanskeligste når man skal lage et måleinstrument er ofte å få et stort dynamisk område. Det vil si at instrumentet kan måle både store og små verdier samt små variasjoner rundt store verdier med liten usikkerhet. Dette oppgis som et antall størrelsesordener mellom den største verdien man er i stand til å måle med et instrument, og den minste endringen man samtidig kan observere, som altså er instrumentets følsomhet i det gitte måleområdet. For eksempel er det største man kan måle med en ordinær meterstokk 1-2 meter, mens det minste er omtrent en millimeter, avhengig av hvor god meterstokken er. Det gir et dynamisk område på tre størrelsesordener. I en del sammenhenger møter man også definisjoner av dynamisk område hvor det inngår krav til hvor riktig og presist man kan måle den minste endringen, for eksempel kan dette være oppgitt som dynamisk område med en usikkerhet på  $X\%$ . Når man oppgir et dynamisk område, er det derfor viktig å presisere hvilke krav man stiller til det dynamiske området. Dette er viktig i mange sammenhenger der man trenger stor riktighet og presisjon i måling både av en stor størrelse og av de små fluktuasjonene omkring middelverdien. En 16 bits AD-omformer kan sies å ha et følsomhetsområde på  $4\frac{1}{2}$  størrelsesordener, fra  $2^0 = 1$  til  $2^{16} = 65536$ . Men fordi presisjonen til instrumentet gjerne er dårlig i siste siffer så tilsvarer ikke dette det dynamiske området. Dersom du ønsker en usikkerhet på bedre enn  $1\%$  på alle målinger vil en 16 bits AD-omformer bare ha et dynamisk område på 2-3 størrelsesordener.

<sup>1</sup> Meget presise elektroniske Mettler-vekter måler strømmen i en spole som skal til for å holde vektskåla (som hviler på en magnet) i ro på riktig nivå.

## II. LABORATORIEØVING

I denne oppgaven skal vi prøve ut og forsøke å forbedre det dynamiske området til forskjellige vekter. Vekten skal kunne måle små masser på ca. 1 g og store masser opp til ca. 2 kg. Den skal også kunne måle små avvik (<1 g) fra store masser. Dere skal bruke to prinsipper for å måle masse i denne oppgaven:

1. Elastisk deformasjon
  2. Harmonisk oscillator
- Hvis dere har tid kan dere også bruke balanseprinsippet
- For hver av de tre målemetodene skal dere beregne følsomhet og dynamisk område. Alle gruppene skal gjennomføre alle deloppgavene 1, 2.
  - Hver gruppe skal deretter velge én av de 3 metodene for videreutvikling av elastisk deformasjon eller harmonisk oscillator beskrevet i oppgave 3. Forsøk å oppnå så stort dynamisk område, følsomhet og riktighet som mulig.
  - Hvis dere har tid til oppgave 4, skal dere bruke en balansevekt.
  - **Kalibreringslodd:** Vi har kjøpt inn 4 sett kalibreringslodd. Disse følger såkalt OIML-standard og er av klasse M1 (se appendix). Disse kalibreringsloddene må behandles forsiktig så de ikke endrer vekt over tid:
    - **Bruk hansker for å unngå å sette fingermerker.**
    - **Bruk pinsett med plasttupp for å unngå å ripe.**
    - **Sett aldri loddet på en skitten flate.**

### 1. Elastisk deformasjon

I denne oppgaven skal ei bladfjær spennes opp horisontalt på aluminiumsklossen på benken slik at fjæra beveger seg vertikalt. Den festes med to skruer og den lille metallplaten. I bladfjæren festes en kurv. Når man legger lodd opp i kurven, vil bladfjæren bøyes avhengig av massen på loddet. Vi antar at utslaget er proporsjonalt med masse.

Vi har tre måter å måle utslaget på: Måling av avstandsending på en punkt på bladfjæren med et måleuret, endring i refleksjon av laserstråle som peker på bladfjæren og motstandsending i to strekkklapper montert på bladfjæren. Alle skal bruke måleuret. De to andre metoder er beskrevet under "videreutvikling".

Et måleuret anbringes i hullet på en metallstang, som festes horisontalt på den vertikale metallstangen festet i aluminiumsklossen. Måleuret må anbringes så det klarer å måle utslaget,  $l$ , fra 0 til 2 kg.

- Først må bladfjærvekten kalibreres ved hjelp av de 4 kalibreringsloddene og måleuret. (tips: bank i bordet ved hver måling). Prøv å få til så mange forskjellige målepunkter som mulig ved å kombinere loddene, lån eventuelt lodd fra andre sett i tillegg for å få flere punkter. Tegn en kalibreringskurve og tilpass en empirisk kalibreringsmodell på formen  $l = a + b \cdot m$ .
- Bruk fjærvekten med kalibreringskurve til å veie aluminiumsloddet dere brukte som pendel i øving 1 og angi riktighet (Bruk databladet for måleuret) og presisjon (observer stabiliteten).
- Legg en liten ekstra masse (så liten som dere anslår at dere kan måle) til aluminiumsloddet og angi usikkerheten i målingen av denne vektendringen. Hva blir følsomheten til vekten? Er den forskjellig i forskjellige måleområder? Hva vil dere si er vektens dynamiske område?

## 2. Harmonisk oscillator

I denne oppgaven skal ei bladfjær spennes opp vertikalt på aluminiumsklossen på benken slik at fjæra svinger horisontalt med aluminiumsloddet dere brukte som pendel i øvelse 1 svingende inn over bordet.

- Mål svingeperioden  $\tau$  med stoppeklokke. Basert på din presisjon i bruk av stoppeklokke, hva er presisjonen til den målte perioden?
- Massen  $m$  til aluminiumsloddet spent opp på fjæra er omtrent 2 kg. Bruk formelen for perioden til en harmonisk oscillator

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

der  $k$  er fjærkonstanten, til å anslå hvor små masseendringer  $\Delta m$  du kan måle.

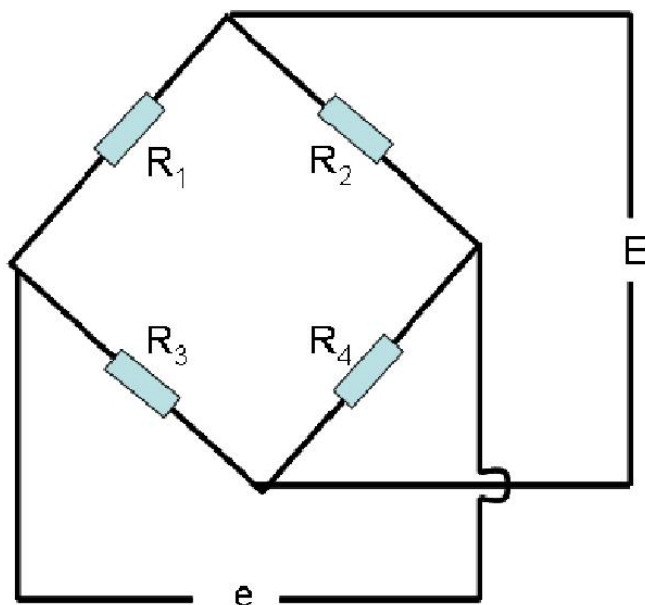
- Finn en gjenstand med masse omtrent lik  $\Delta m$ , fest den på loddet med en tape og mål svingeperioden igjen. Bruk denne målingen til å bestemme massen til gjenstanden du festet på loddet, ut fra at loddets masse er uendret. Hva blir presisjonen til den målte vektendringen? Hva er følsomheten? Kan du si noe om dynamisk område?

## 3. Videreutvikling

Her skal dere **velge 1 av 3**.

To målemetoder er videreutvikling av elastisk deformasjon av bladfjæren i oppgave 1, den 3. er videreutvikling av bladfjæren som harmonisk oscillator i oppgave 2:

1. Refleksjon av laserstråle. Spenn opp laserpekeren så den lyser på bladfjæren og sender en refleks opp på en vegg.
  - Heng opp et ark på veggen og mål bevegelsen av lyspunktet når du endrer massen.
  - Kalibrer vekten med kalibreringsloddene (HUSK HANSKER!) og finn følsomhet og dynamisk område.
2. Noen av bladfjærene har på begge sidene limt fast en strekkklapp. En strekkklapp er et måleelement som bygger på at resistansen for en metalltråd eller et annet elektrisk ledende materiale forandrer seg ved forlengelse. Strekkklappene vi bruker har en motstand på omtrent  $120 \, \Omega$  og motstanden øker når de strekkes og minsker når de komprimeres. Forandringen av motstanden måles med en Wheatstones bro (se figur 1). Bemerk at  $R_3$  og  $R_4$  hver er en krets av fire motstander, hvorav en er variabel. Den målte spenningen,  $e$ , avhenger av motstandene i broa og den påtrykte spenningen,  $E$ , som  $e = E(R_4/(R_2 + R_4) - R_3/(R_1 + R_3))$ .
  - Broa "balanseres" ved at de variable motstandene i  $R_3$  og  $R_4$  justeres med en skrutrekker til  $e = 0$ .
  - Sett en spenning  $E$  over broen og mål endringen i deformasjon av bladfjæren ved endring av massen i kurven ved måling av  $e$  med et multimeter.
  - Kalibrer vekten med kalibreringsloddene (HUSK HANSKER!) og finn følsomhet og dynamisk område.
3. Bruk fotodioden dere brukte i øving 1 til å måle svingeperioden til den harmoniske oscillatoren i oppgave 2. Finn beste plassering av dioden og hvordan loddet på bladfjæren best kan reflektere lyset. Skriptet dere brukte sist må kanskje modifiseres litt.
  - Hva er følsomheten? Hva kan du si om dynamisk område?



$R_1, R_2 = 119,9 \pm 0.3 \, \Omega$   
(strekklapper)

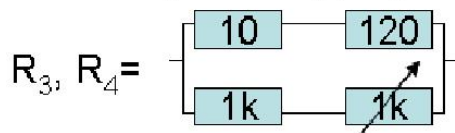


FIG. 1: Wheatstone-bro for måling av små endringer i motstanden i strekklappene  $R_1$  og  $R_2$ . Bemerk at  $R_3$  og  $R_4$  er en krets av fire motstander, hvorav en er variabel. Den målte spenningen,  $e$ , avhenger av motstandene i broa og den påtrykte spenningen,  $E$ , som  $e = E(R_4/(R_2 + R_4) - R_3/(R_1 + R_3))$ . Broa "balanseres" ved at de variable motstandene i  $R_3$  og  $R_4$  justeres med en skrutebrett til  $e = 0$ .

#### 4. Balanseprinsippet (frivillig)

Hvis dere har tid kan dere gjøre oppgave 4. Her skal dere bruke en balansevekt.

- Sjekk avlesningen på vekten ved hjelp av de 4 kalibreringsloddene (HUSK HANSKER!).
- Vei aluminiumsloddet dere brukte som pendel i øving 1 og angi riktighet og presisjon.
- Finn vektens følsomhet og dynamiske område

#### 5. I labjournalen

Lag en tabell som viser følsomhet og dynamisk område for de metoder du har undersøkt. Inkluder grafer/kurver dersom det er aktuelt.

### III. UTSTYRSLISTE

- |                      |                  |
|----------------------|------------------|
| • Kalibreringslodd   | • 2 Fluke 75     |
| • Pinsett og hansker | • AD-omformer    |
| • Bladfjær           | • Fotodiode      |
| • Aluminiumskloss    | • Spenningskilde |
| • Laserpeker         | • Balansevekt    |
| • Måleur             | • Stoppeklokke   |
| • Wheatstonebro      |                  |

## IV. APPENDIKS

**See the full line of high precision laboratory standard weights from 5 kg to 1 mg [here](#).**

**Metric Weight Tolerances - all tolerances stated in milligram (mg)**

**American Society of Testing & Measurement ASTM E617**

Denomination Metric	Sartorius Ultra Class U	Class 1 mg	Class 2 mg	Class 3 mg	Class 4 mg	Class 5 mg	Class 6 mg	Class 7 mg
5 kg	6.00	12	25	50	100	250	500	1400
3 kg	3.80	7.5	15	30	60	150	300	1000
2 kg	2.50	5.0	10	20	40	100	200	750
1 kg	1.25	2.5	5.0	10	20	50	100	470
500 g	0.600	1.2	2.5	5.0	10	30	50	300
300 g	0.380	0.75	1.5	3.0	6.0	20	30	210
200 g	0.250	0.50	1.0	2.0	4.0	15	20	160
100 g	0.125	0.25	0.50	1.0	2.0	9	10	100
50 g	0.060	0.12	0.25	0.60	1.2	5.6	7	
30 g	0.037	0.074	0.15	0.45	0.90	4.0	5	44
20 g	0.037	0.074	0.10	0.35	0.70	3.0	3	33
10 g	0.025	0.050	0.074	0.25	0.50	2.0	2	21
5 g	0.017	0.034	0.054	0.18	0.36	1.3	2	13
3g	0.017	0.034	0.054	0.15	0.30	0.95	2	9.4
2 g	0.017	0.034	0.054	0.13	0.26	0.75	2	7.0
1 g	0.017	0.034	0.054	0.10	0.20	0.50	2	4.5
500 mg	0.005	0.010	0.025	0.080	0.16	0.38	1	3.0
200 mg	0.005	0.010	0.025	0.060	0.12	0.26	1	1.8
100 mg	0.005	0.010	0.025	0.050	0.10	0.20	1	1.2
200 mg	0.005	0.010	0.025	0.060	0.12	0.26	1	1.8
100 mg	0.005	0.010	0.025	0.050	0.10	0.20	1	1.2
50 mg	0.005	0.010	0.014	0.042	0.085	0.16	0.5	0.88
20 mg	0.005	0.010	0.014	0.035	0.070	0.12	0.5	0.56
10 mg	0.005	0.010	0.014	0.030	0.060	0.10	0.5	0.4
5 mg	0.005	0.010	0.014	0.028	0.055	0.080	0.2	
2 mg	0.005	0.010	0.014	0.025	0.050	0.060	0.2	
1 mg	0.005	0.010	0.014	0.025	0.050	0.050	0.1	

*The table above is a listing of the tolerances of various classes of masses. The weight value can deviate above or below the nominal value by the tolerance defined. To determine the tolerance of a mass, look at the denomination or nominal value of the weight and the [appropriate class you need](#).*