

Magnetisme

(Revidert mars 2020, Nina Jeppesen Edin, Trine Spedstad Tveter)

I denne øvelsen skal vi studere forskjellige sider av fenomenet magnetisme. Vi studerer oppførselen til diamagnetiske og ferromagnetiske materialer, og utforsker hvordan magnetiseringen av ferromagnetiske materialer avhenger av geometrien til magneten. Vi skal også se på et fenomen som kalles Faraday-effekten, som demonstrerer sammenhengen mellom lys og magnetisme. Forsøket handler om å måle endringen i lysets polarisasjonsretning når det passerer gjennom en anisotrop krystall plassert i et magnetfelt.

I. BAKGRUNN

1 Magnetiske materialer

Hele grunnlaget for den klassiske elektromagnetismen kan oppsummeres i fire partielle differensalligninger, som vi refererer til som Maxwells ligninger. Disse ligningene kan skrives på flere former. Her velger vi å gjengi dem på differensialform:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1a)$$

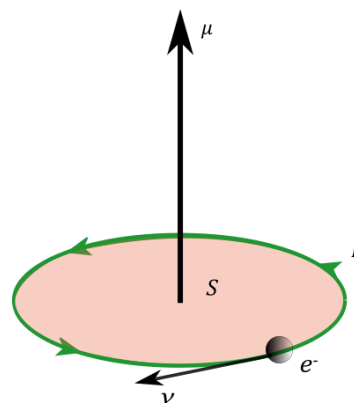
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \frac{\epsilon_0 \partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (1d)$$

I Maxwells likninger er det full symmetri mellom elektriske og magnetiske fenomener. I naturen oppfører likevel de to fenomenene seg noe ulikt. Grunnen til dette er at elektriske ladninger, også kalt elektriske monopoler, finnes i stort antall i naturen. Magnetiske monopoler har derimot aldri blitt observert. Alle magnetfelt vi kjenner til genereres av ladninger i bevegelse, og danner lukkede magnetfeltlinjer. Det er bevegelsene til elektriske ladde elementærpartikler som forårsaker magnetiske egenskaper som vi kan observere i materialer på makronivå. Avhengig av materialets oppbygning kan vi observere svært ulik magnetisk oppførsel. Spesielt er elektronets spinn viktig i forklaringen av mange materialers magnetiske

egenskaper. Her skiller vi mellom to typer spinn: elektronets *egenspinn*, som gjør at det oppfører seg som en liten dipol, og *banespinn*. Banespinnet kommer inn når elektronet er bundet til et atom, og bidrar til atomets totale magnetiske moment (se figur 1). Om de ulike elektronenes banespinn (innad i et atom) kansellerer hverandre eller ikke er meget vesentlig for den magnetiske oppførselen til et materiale. Dette er årsaken til at vi skiller mellom tre ulike former for magnetiske materialer, som vi skal se nærmere på.



Figur 1: Illustrasjon av magnetisk dipolmoment μ generert av en ladning (her et elektron) som beveger seg i sirkelbane. Hvis I representerer strømmen som skyldes ladningens bevegelse, og S er arealet avgrenset av ladningens bane, så er $\mu = IS$. En ladd partikkel som spinner rundt sin egen akse vil på tilsvarende måte generere et dipolmoment, hvilket vi kommer tilbake til senere i oppgaveteksten

2 B-felt og H-felt

Maxwells lover kan skrives med bare en størrelse som betegner "magnetfeltet", slik det kommer frem av ligningene (1a) - (1d). Likevel har det vist seg hensiktsmessig å innføre to ulike felt for å beskrive de makroskopiske effektene til magnetiske materialer. Disse feltene kalles **B**-felt og **H**-felt. **B**-feltet kalles gjerne *magnetisk flukstetthet*, og er summen av alle magnetiske effekter.

I materialer hvor atomene har et netto magnetisk moment er det ønskelig å skille mellom to bidrag. Det ene er bidraget til **B** som skyldes orienteringen til atomene hvilket kan beskrives med magnetiseringen $\mathbf{M} = d\mathbf{\mu}/dV$. Her er $d\mathbf{\mu}$ det magnetiske momentet i et volum dV . Det annet er bidraget til **B** som skyldes en strøm av "frie ladninger", f.eks. en elektrisk strøm i en spole. Magnetfeltet som genereres av slike frie ladninger betegner vi med **H**, ofte bare kalt *magnetfelt*. Av historiske årsaker måles **B** og **H** i ulike enheter: **B** har enhet Tesla, **H** har enhet Ampere/meter. I vakuum relateres de to feltene med naturkonstanten μ_0 , slik at $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0$. I et para- eller ferromagnetisk materiale er imidlertid ikke feltene lenger proporsjonale, men gitt av:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (2)$$

Sammenhengen over gjelder ikke bare i et magnetisk materiale, men er gyldig overalt (faktisk er dette definisjonen på **H**-feltet).

3 Diamagnetisme

Det vanligste er at netto magnetisk moment i et atom er null, blant annet fordi elektronene i et elektronpar foretrekker å ha motsatt spinn. Slike materialer kaller vi *diamagnetiske*; de er ikke magnetiske uten en ytre påvirkning. Hvis materialet føres inn i et magnetfelt vil imidlertid elektronorbitalene deformeres, som gir et lite magnetisk moment. Dette er orientert slik at det oppstår en Lorentzkraft som motsetter seg forandringen av feltstyrken inne i materialet, noe vi ofte refererer til som Lenz's regel. Diamagnetiske

materialer vil derfor skyves ut av feltet. Vi sier at materialets *magnetiske susceptibilitet* $\chi < 0$.



Figur 2: En levende frosk som leviterer i et sterkt magnetfelt (ca. 16 Tesla).

[<https://www.ru.nl/hfml/research/levitation/diamagnetic-levitation/>]

Denne egenskapen gjelder for alle atomer. Derfor kan vi si at alle materialer (til en viss grad) er diamagnetiske. Vi skal se senere at hvis atomet allerede har et magnetisk moment er den diamagnetiske effekten forholdsvis svært liten. Den diamagnetiske effekten er altså en svak effekt sammenlignet med andre magnetiske effekter. Likevel er den viktig, blant annet siden den påvirker alle materialer. Et eksempel på dette er gitt i figur 2, hvor en frosk leviterer i et sterkt magnetfelt.

Grafitt er et eksempel på et materiale hvor den diamagnetiske effekten er forholdsvis stor. Det består av karbonatomer som danner sterke kovalente bindinger med hverandre, og brukes blant annet i blyanter.¹ På grunn av de sterke kovalente bindingene er grafitt en meget god leder av elektrisk strøm.

Andre materialer som er gode diamagneter er såkalte superledere. Disse er faktisk perfekte

¹ Det er med andre ord ikke noe bly i en blyant, kun karbon i form av grafitt. *Grafen* er betegnelsen på en plan heksagonal struktur av karbonatomer, og er

byggesteinen i grafitt. Grafen har de siste årene vist seg å ha mange spennende egenskaper.

diamagneter ($\chi = -1$). På grunn av at den elektriske motstanden er null kan de sette opp et magnetfelt som eksakt kansellerer det påtrykte magnetfelt.

4 Para/ferro-magnetisme

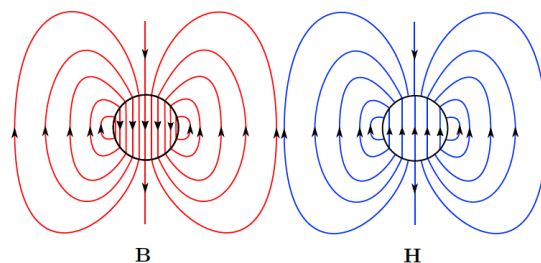
I materialer hvor atomene har uparrede elektroner vil vi observere en helt annen type magnetisk oppførsel enn i diamagnetiske materialer. Siden de uparrede elektronene gir opphav til et netto spinn, og dermed et netto *magnetisk moment* μ (se Fig.1), så vil hvert enkelt atom fungere som en liten stavmagnet. Hvis den gjennomsnittlige orienteringen til disse atomene ikke er tilfeldig vil det gi opphav til et magnetfelt også utenfor materialet. Vi sier at materialet er *magnetisert*, og kvantiserer dette med parameteren $\mathbf{M} = d\mu/dV$. Her er $d\mu$ det magnetiske momentet i et volum dV .

Paramagnetiske materialer får kun en magnetisering når de plasseres i et ytre magnetfelt. De magnetiske dipolene vil minimere sin potensielle energi, og retter seg etter det påtrykte feltet. Når feltet tas bort vil termiske effekter føre til at dipolene igjen får en tilfeldig orientering. I et paramagnetisk materiale er magnetiseringen omtrent proporsjonal med styrken på det påtrykte magnetfeltet \mathbf{H} . Vi skriver derfor ofte $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$, hvor den magnetiske susceptibiliteten χ kan ses på som en materialkonstant. I paramagnetiske materialer er $0 < \chi \ll 1$. Et paramagnetisk materiale fungerer altså som en svak magnetfeltforsterker.

Et *ferromagnetisk* materiale vil oppføre seg på tilsvarende måte som et paramagnetisk materiale i et magnetfelt, men magnetiseringen er vesentlig større. Forsterkningen av det påtrykte feltet kan være av størrelsesorden 10^4 . I disse materialene er også vekselvirkningen mellom de atomære dipolene så store at det er i stand til å opprettholde en gjennomsnittlig orientering også uten et ytre påtrykket magnetfelt.

Det er viktig å merke seg at for ferromagnetiske materialer så er *ikke* χ en materialkonstant. Generelt vil χ være avhengig av den magnetiske flukstettheten \mathbf{B} gjennom materialet, og er derfor avhengig av både geometrien til materialet og styrken på det påtrykte feltet \mathbf{H} .

4.1. Avmagnetiseringsfelt



Figur 3: \mathbf{B} -felt og \mathbf{H} -felt for en uniform magnetisert kule uten eksternt påtrykt felt. \mathbf{B} -feltlinjene er lukkede kurver, slik det følger av Gauss lov. \mathbf{H} -feltlinjene er ikke lukkede kurver, men har diskontinuiteter på overflaten av kulen. I tillegg er \mathbf{H} -feltet rettet motsatt vei av magnetiseringen \mathbf{M} inne i kulen. I stor avstand fra kuler fremstår begge feltene som om de skyldtes en magnetisk dipol.

Ved å bytte ut \mathbf{B} -feltet med \mathbf{H} og \mathbf{M} i Maxwells lover får vi enkelte interessante konsekvenser.

Hvis vi antar at det ikke er noen strømmen i materialet (og ingen varierende elektriske felt), så sier Amperes lov (ligning (1d)):

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0.$$

Videre sier Gauss lov (ligning (1b)) at:

$$\nabla \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = 0.$$

Disse to sammenhengene må gjelde overalt, også i grenseområdet mellom to materialer med ulike magnetiske egenskaper. Figur 3 viser en konsekvens av dette. Vi ser at for en uniformt magnetisert kule så vil \mathbf{B} -feltet ha lukkede feltlinjer, slik som Gauss lov krever. \mathbf{H} -feltet er identisk med \mathbf{B} utenfor overflaten til kulen (bortsett faktoren μ_0), men *inne* i kulen er situasjonen en helt annen. Her vil det være et \mathbf{H} -felt som er motsatt rettet av \mathbf{B} -feltet. Dette feltet kaller vi *avmagnetiseringsfeltet* \mathbf{H}_d .

Det er generelt ingen enkel sammenheng mellom avmagnetiseringsfeltet \mathbf{H}_d og magnetiseringen \mathbf{M} i et ferromagnetisk materiale. Unntaket er hvis

materialprøven har form som en ellipsoide² og har uniform magnetisering. Da kan det vises at:

$$H_{i,d} = -D_i M_i \quad (i = x, y, z) . \quad (3)$$

Her er D_i *avmagnetiseringsfaktoren*, og kan beregnes analytisk ut fra parameterne som beskriver ellipsoiden.

Siden magnetfelt kan superponeres er det enkelt å generalisere til tilfellet hvor materialet befinner seg i et ytre påtrykt magnetfelt \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_d \quad (4)$$

Med andre ord kan magnetfeltet \mathbf{H} inne i en ferromagnetisk prøve dekomponeres i to bidrag: \mathbf{H}_0 som skyldes elektriske strømmer utenfor materialet, og \mathbf{H}_d som motvirker ferromagnetens magnetisering \mathbf{M} .

4.2. Avmagnetiseringsfaktoren

I disse forsøkene begrenser vi oss til å se på rotasjonssymmetriske ellipsoider. Formen til disse ellipsoidene kan vi parameterisere med kun ett tall. Vi velger å bruke ellipsoidens *eksentrisitet* ε til dette:³

$$\varepsilon = \sqrt{1 - 1/f^2} , \quad f = \frac{a_{\parallel}}{a_{\perp}} . \quad (5)$$

Eksentrisiteten er et mål på hvor flattrykket ellipsoiden er (se figur 4). Hvis $\varepsilon > 0$ (og reell) har vi en ”strukket” ellipsoide, og hvis ε er imaginær så har vi en flattrykket ellipsoide. En kule er et spesialtilfelle av en ellipsoide, og har $\varepsilon = 0$.

Under disse begrensningene er avmagnetiseringsfaktoren D_i gitt ved :

$$D_{\parallel} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right) \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon} \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}\right) \quad (6)$$

$$D_{\perp} = (1 - D_{\parallel})/2 \quad (7)$$

Dere skal gjøre forsøk for å undersøke hvordan en (tilnærmet) ellipsoideformet ferromagnet blir påvirket av et ytre magnetfelt, og se dette i lys av

teorien ovenfor. Det er ikke mulig å måle magnetfeltet \mathbf{H} eller magnetiseringen \mathbf{M} inne i materialet direkte. Ved å anta uniform magnetisering, og under de geometriske begrensningene beskrevet over, kan vi likevel estimere disse fra teorien vi har sett på til nå. \mathbf{H} og \mathbf{M} er da lineære funksjoner av den målbare flukstettheten \mathbf{B}

$$\begin{aligned} \mu_0 \mathbf{M} &= A \Delta \mathbf{B} = A (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0), \\ \mu_0 \mathbf{H} &= \mathbf{B}_0 + (1 - A) \Delta \mathbf{B} = A (\mathbf{B}_0 - \Delta \mathbf{B}), \end{aligned}$$

der $A = (1 - D)^{-1}$ og $D = D_{\parallel}$ eller D_{\perp} . Her er $1/A$ den brøkdel av magnetiseringen \mathbf{M} som gir fluksforandringen inne i materialet. Det er for eksempel bare $2/3$ av magnetiseringen som brukes til fluksforandringen i en kule.

Gauss lov (ligning 1b) garanterer oss at den magnetiske flukstettheten \mathbf{B} på overflaten av materialet er den samme som inne i materialet, slik at vi ikke trenger å ha noe måleinstrument inne i selve prøven.

Det er nå også klart at den magnetiske susceptibiliteten ikke er noen konstant, men en ikke-lineær funksjon av \mathbf{B} :

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{B - B_0}{B_0 - \Delta B} . \quad (8)$$

Dette gjelder for alle ferromagneter. \mathbf{B} er en ukjent funksjon av den opprinnelige flukstettheten \mathbf{B}_0 . Vi kan ikke regne den ut teoretisk, men vi kan (og skal) måle den. Selv om vi ikke kan beregne $\mathbf{B}(\mathbf{B}_0)$ fra teorien, ser vi likevel at vi kan gjøre noen prediksjoner for hvordan \mathbf{B} vil oppføre seg. Blant annet har vi at:

$$B_0 < B < B_0/D .$$

For en kule er $D_{\parallel} = D_{\perp} = 1/3$, og modellen vår sier derfor at $B_{\parallel} = B_{\perp} < 3B_0$. For en lang stang ($f \rightarrow \infty$) har vi $D_{\perp} \rightarrow 1/2$. Dermed må en lang

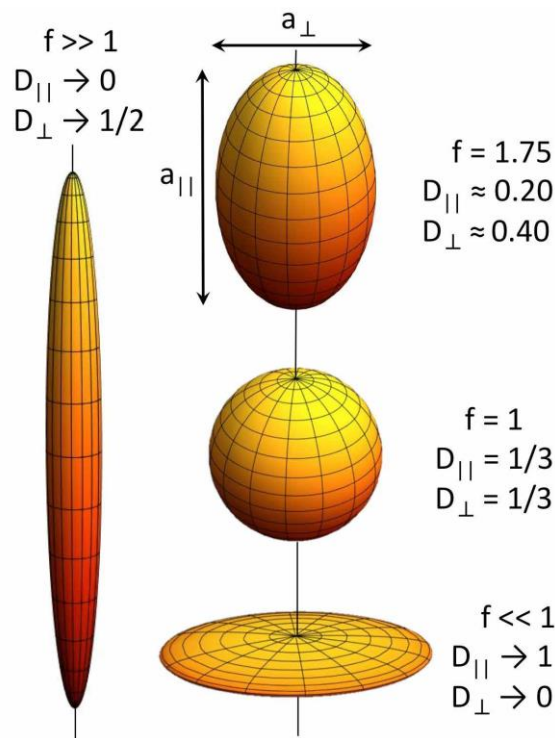
² Generelt kreves det at overflaten kan skrives som en kvadratisk ligning, men siden ellipsoiden er den eneste mulige lukkede overflaten som kan skrives på denne måte forholder vi oss bare til den.

³ Eksentrisitet ε må ikke forveksles med elektrisk permittivitet, selv om vi bruker samme bokstav for begge størrelsene.

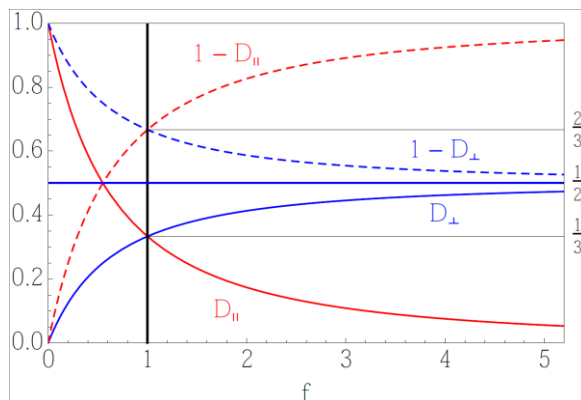
stang plassert på tvers av det påtrykte feltet følge begrensningen $B_{\perp} < 2B_0$.

For alle ferromagnetiske ellipsoider har vi her to konsekvenser av modellen som vi kan teste eksperimentelt, fordi vi kan regne ut $D_{\parallel}(f)$ og $D_{\perp}(f)$ fra geometrien (se figur 5).

Her betyr D_{\parallel} og D_{\perp} henholdsvis parallelt med og ortogonalt på rotasjonsaksen, som er vist i figur 4.



Figur 4: Rotasjonssymmetriske ellipsoider med $f = a_{\parallel}/a_{\perp} > 1$, som ligner en «stang», $f = 1$, som er en kule, og $f < 1$, som ligner en «skive».

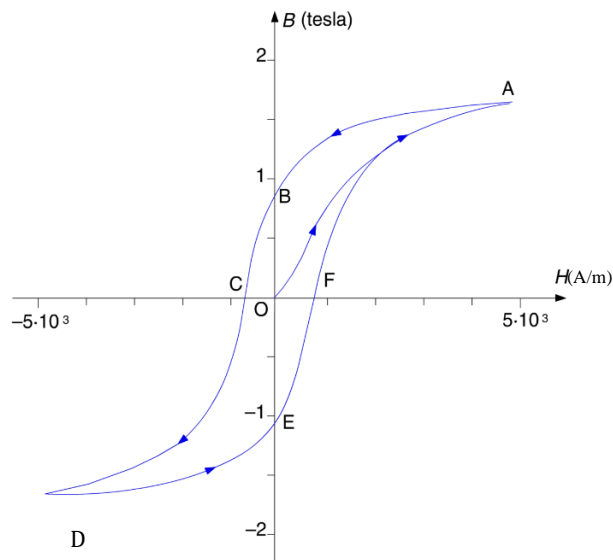


Figur 5: Avmagnetiseringsfaktorene D_{\parallel} (rød) og D_{\perp} (blå) for en ferromagnetisk og rotasjonssymmetrisk ellipsoide som funksjon av flattrykningen f . De stiplede grafene viser hvor mye av magnetiseringen $\mu_0 M$ som øker fluksen fra B_0 til B . Resten av M blir nøytralisert av avmagnetiseringsfeltet H_d .

4.3. Magnetisk hysteres

Vi kan som nevnt lage en permanent magnet ved å plassere et ferromagnetisk materiale i et magnetfelt, og deretter skru av feltet. For å demagnetisere materialet må man enten varme det opp så mye at de termiske vekselvirkningene blir sterkere enn de magnetiske eller plassere det i et magnetfelt med motsatt retning.

Sammenhengen mellom den magnetiske feltstyrken H og den magnetiske flukstettheten B inne i et ferromagnetisk materiale er hverken lineær eller reversibel. Figur 6 viser en såkalt hysteresekurve. Hysteres betyr at noe "henger etter". Om materialet på forhånd er umagnetisk og man øker feltstyrken H gradvis i positiv retning, vil B stige etter kurven OA. Vi ser at magnetiseringen går mot metning når H øker (A), hvilket skyldes at så godt som alle dipolene er rettet langs det påtrykte feltet. Selv om magnetfeltet H deretter reduseres ned til 0, vil materialet fortsatt være magnetisert (punkt B). Gjør man deretter H negativ, fremkommer kurven BCD, og videre kurven DE når feltet tas bort. Materialet kommer altså ikke tilbake til den magnetiske tilstand det hadde til å begynne med, og som var karakterisert ved punktet O.



Figur 6: Skisse av den magnetiske flukstettheten B fra et ferromagnetisk materiale som funksjon av påtrykt magnetfelt H . Om jernet på forhånd er umagnetisk og man øker feltstyrken H , vil B stige etter kurven OA . Lar man så H avta mot null, holder B seg høyere enn den var da feltet tiltok. Videre er det tydelig at materialet beholder deler av sin magnetisering også etter at det påtrykte feltet er fjernet (B). Denne effekten kalles hysteres. (snl.no/hysteres)

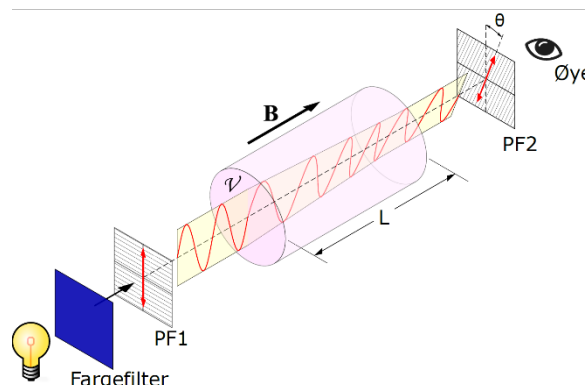
5 Faraday-effekten

Faraday-effekten er et magneto-optisk fenomen som viser at lys og elektromagnetisme henger sammen. Fenomenet ble først beskrevet av Faraday i 1845. Dette var lenge før Maxwell unificerte elektrisitet og magnetisme ved å vise at lys var elektromagnetiske bølger, eller som Maxwell selv skrev: "We can scarcely avoid the conclusion that light consists in the transverse undulations of the same medium which is the cause of electric and magnetic phenomena."

Fenomenet Faraday observerte var at polarisasjonsretningen til lys som går gjennom en krystall endret seg med styrken på magnetfeltet. I forsøket dere skal gjøre skal dere derfor sende monokromatisk planpolarisert lys med bølglengde λ gjennom en $L = 30$ mm lang flintglass-sylinder (figur 7). Flintglasset er plassert i et homogent magnetfelt B rettet langs cylinderen. På vei gjennom glasset dreies polarisasjonsretningen en vinkel θ som er proporsjonal med L og B :

$$\theta(\lambda, B, L) = V(\lambda)LB. \quad (9)$$

Her er V Verdet-konstanten, som er uavhengig av L og B . V kan imidlertid være en meget ulineær funksjon av λ , og er derfor bare en "konstant" for en enkelt bølglengde. Den kan også avhenge av temperaturen i materialet, men vi antar her at denne er konstant lik romtemperaturen.



Figur 7: Faraday-effekten. Monokromatisk lys endrer polarisasjonsretning når det går gjennom en flintglass-sylinder i et homogent magnetfelt B . Ved å justere de to polarisasjonsfiltrene $PF1$ og $PF2$ kan dere måle dreiningen av polarisasjonsretningen θ . (Figuren er hentet fra Wikimedia Commons, og deretter modifisert)

II. LABORATORIEØVING

Eksperiment 1: Diamagnetisme

Dere skal forsøke å bestemme den magnetiske susceptibiliteten χ til *vismut*, som er det mest diamagnetiske metallet vi kjenner til. Dette kan dere gjøre ved å måle den magnetiske kraften som virker på en vismutstang plassert i et inhomogent magnetfelt. Med det eksperimentelle oppsettet i figur 8, kan det vises at den magnetiske kraften som virker på vismut-prøven er gitt ved (se appendikset for utledning):

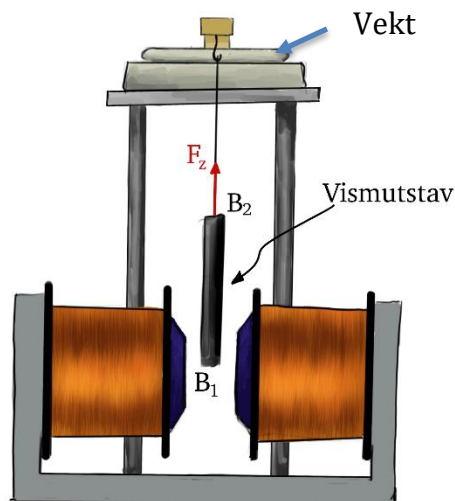
$$F_z = -\frac{\chi}{2\mu_0} \mathcal{A}(B_1^2 - B_2^2) . \quad (10)$$

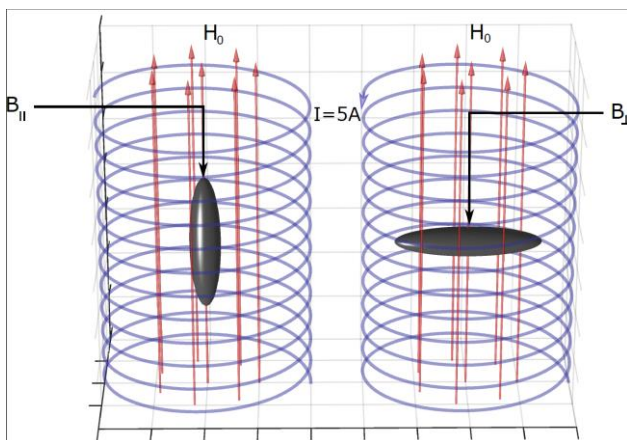
Her er \mathcal{A} tverrsnittet til stangen, og B_1 og B_2 er x-komponenten av \mathbf{B} -feltet i de to endene av stangen (Fig. 2). Legg merke til at kraften virker i vertikal retning (z-retning i vårt koordinatsystem), og at kraften er rettet oppover hvis $\chi < 0$. Stangen blir altså dyttet ut av feltet. F_z motvirker tyngdekraften og vektendringen av stangen kan måles med en vekt.

Gjør følgende undersøkelser:

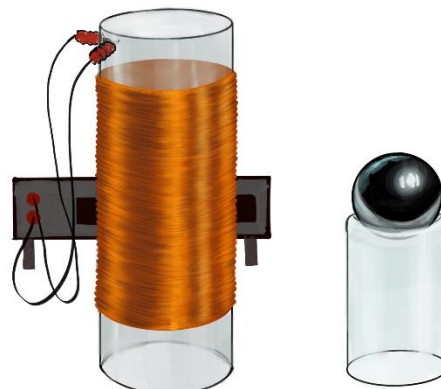
1. Mål tverrsnittet \mathcal{A} til vismut-prøven. Undersøk hvorvidt \mathcal{A} er konstant langs lengden til prøven.
2. Bruk strømkilden til å generere et magnetfelt mellom spolene vist i figur 8. Mål B_1 , B_2 (med Hall-sensor) og F_z (med vekten) for ulike verdier av I mellom 0 og 2.4 Ampere, for eksempel $I = (0, 0.2, 0.4, \dots 2.4)$ A. Anbefalt framgangsmåte: Mål B_1 for de angitte strømmene med vismutstaven fjernet og med Hall-proben festet slik at den er stabilt plassert midt i polgapet. Plasser deretter vismutstaven med nedre endeplate midt i polgapet (sikt både ovenfra og fra siden for å sjekke posisjonen) og mål B_2 (ved stavens øvre ende) og F_z for de samme strømmene. Den transverse Hall-proben skal plasseres slik at B-feltet står vinkelrett på den plane sensoren i enden. Lag en oversiktlig tabell over målingene.
3. Bruk målingene til å bestemme den magnetiske susceptibiliteten til vismut. Gjør en vurdering av om det er viktig å ta med målingene av B_2 , eller om du kan anta at $B_2 = 0$ med god tilnærming. Oppgi usikkerheten i susceptibiliteten. Sammenlign målingen med andre kilder.
4. Hva ville skjedd om du ikke hadde brukt et kvadratledd i tilpasningen din, men antatt en lineær sammenheng mellom F_z og B_1 ? Sammenlign kvaliteten på tilpasningene med egnede statistiske metoder.

Figur 8: Illustrasjon av oppsettet dere skal bruke for å måle magnetisk susceptibilitet i vismut. Vismutstavens endeplate skal plasseres midt i polgapet. Dere skal bruke en presisjonsvekt til å måle den magnetiske kraften F_z som virker på staven når den er plassert i et inhomogent magnetfelt.(figur fra rapport av Trine Kvam Olafsen)





Figur 9: Illustrasjon av oppsettet dere skal bruke for å måle flukstetthet parallelt og ortogonalt på en strukket ellipsoide (venstre) og en kule (høyre, fra rapport av Trine Kvam Olafsen).



Eksperiment 2: Ferromagnetisme

I eksperiment 2 og 3 skal dere undersøke de ferromagnetiske egenskapene til jern med to ulike metoder. Først skal dere måle den magnetiske flukstettheten med en Hall-sensor. Dere har tilgjengelig en stor spole og en strømkilde. Disse brukes til å generere et tilnærmet homogent magnetfelt inne i spolen (figur 9). Videre har dere fått utdelt fire jernobjekter med ulik geometri: en kort stang, en kule, en skive og et spyd (land strukket ellipsoide).

Gjør følgende undersøkelser:

- Send en strøm på $I = 5 \text{ A}$ gjennom spolen (Hvis strømmen står på over lang tid kommer spolen til å bli varm. Skru derfor gjerne ned strømmen hvis det går noen minutter til du skal gjøre en ny måling).
 - Sjekk om styrken på magnetfeltet inne i spolen stemmer med teorien (Oppgave 2 i prelabben). Den aksiale Hall-proben (L-formet i tuppen) skal plasseres slik at B-feltet står vinkelrett på den lille sensoren i enden, altså parallelt med skaftet.
 - Er feltet homogent?
 - Sjekk om utstyret dere skal bruke for å plassere ferromagnetene inne i spolen påvirker målingene. Dersom feltet ikke er homogent, mål B på samme sted i spolen som objektet skal plasseres.
- Plasser skiven i sentrum av spolen med symmetriaksen rettet langs magnetfeltet (se figur 10). Sett på strøm $I = 5 \text{ A}$, og mål flukstettheten (B_{\parallel}) på overflaten til materialet med Hall-proben i kontakt med skiven og orientert slik at B-feltet står vinkelrett på sensoren. Snu deretter skiven slik at symmetriaksen ligger ortogonalt på feltet. Mål flukstettheten (B_{\perp}) igjen.
 - Gjenta punkt 2 for kula, stangen og spydet (sistnevnte kan ikke ligge ortogonalt).
 - Mål dimensjonene a_{\perp} og a_{\parallel} for de fire objektene, på langs og på tvers av symmetriaksen, med skyvelær eller tommestokk.

- Beregn D_{\parallel} og D_{\perp} for objektene.
- Stemmer målingene med begrensningene gitt i teorien?

Eksperiment 3: Ferromagnetisme-Hysteresese

Dere skal også måle den magnetiske fluksen ved å bruke Faradays lov (ligning 1c), som også kan skrives som $\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}$, hvor ε er den elektromotoriske spenning og φ er magnetisk fluks. Endringen i magnetisk fluks blir da integralet av spenningen: $\Delta\varphi = -\int_{t_0}^t \varepsilon d\tau$.

En vekselstrøms-generator kobles til en forsterker. En spole (*primærspolen*) kobles til forsterkeren med en pascosensor i serie til å måle strømmen inn i primærspolen. Vekselstrømmen vil indusere et magnetfelt, H_0 , som oscillerer fram og tilbake i primærspolen. Fra strømmålingene kan dere finne

$$H_0 = \frac{NI}{L}. \quad (11)$$

Videre har dere tilgjengelig en lang jernstang med en mindre spole (*sekundærspolen*) tvunnet rundt seg. Sekundærspolen legges midt i primærspolen og kobles til en spenningsintegrator. H_0 påvirker magnetiseringen til ferromagneten i sentrum. Vi kan anta at avmagnetiseringsfelt til en lang jernstand er neglisjerbar langs rotasjonsaksen så $H = H_0$ (se ligning 5). Når H_0 oscillerer fram og tilbake, vil magnetiseringen M i ferromagneten også oscillere og den totale magnetiske flukstettheten gjennom sekundærspolen induserer en spenning i sekundærspolen. Spenningsintegratoren summerer opp spenningen over tid og sender sitt output til en pascosensor. De to pascosensorer kobles til en PC med programmet Capstone.

Output'et fra pascosensoren koblet til spenningsintegratoren er altså integralet av forskjellen i elektrisk potensial (ε) mellom endepunktene av sekundærspolen:

$$\Delta S = \kappa^{-1} \int_{t_0}^t \varepsilon d\tau. \quad (12)$$

Hvor $\kappa = kD$, k er en kalibreringsfaktor oppgitt på instrumentet og D er dempningsfaktoren, som kontrollerer følsomheten og innstilles på integratoren.

Fra $\Delta\varphi = -\int_{t_0}^t \varepsilon dt$ ser vi at det er en lineær sammenheng mellom endring i magnetisk fluks ($\Delta\varphi$) og målingene ΔS fra spenningsintegratoren. Når vi i tillegg vet tverrsnittet \mathcal{A} og antall viklinger n på sekundærspolen, så har vi at endringen i magnetisk flukstetthet er gitt ved:

$$\Delta B = \frac{\kappa \Delta S}{n \mathcal{A}}. \quad (13)$$

Gjør følgende:

1. Plasser den lange jernstangen inne i primærspolen. Sjekk at sekundærspolen er plassert omtrent midt i primærspolen, og at endekontaktene er koblet til integratoren. Sett spenningen fra vekselstrøms-generatoren til primærspolen til 0,15V og nullstill integratoren. Bruk Capstone til å innhente data fra en lukket hysteresesløyfe som i figur 6 (la sløyfa tegnes opp på skjermen 1 - 2 ganger). Bruk aksekorsene i Capstone-menyen til å lese av datapunktene (I_1 , S_1) og (I_2 , S_2) i de respektive ytterpunktene D og A på sløyfa (se figur 6), og noter de fire verdiene.

2. Før du går videre bør du tenke gjennom mulige feilkilder. Se på figur 6. Hadde du kontroll på initialtilstanden til materialet ditt?
3. Gjennomfør samme måling som i første punkt for forskjellige spenninger opp til 1,0 V, så du får ca 8 ulike hysteresesløyfer. Før hver måling bør du nullstille integratoren og så vente i noen sekunder før du starter dataloggingen i Capstone.

NB: Skru spenningen ned igjen rett etter loggingen av hver sløyfe, ellers kan spolen bli svært varm.

4. Du kan nå regne ut $B(I) = \Delta B(I)/2$ for ytterpunktene på hver sløyfe:

$$B = kD(S_2 - S_1)/(2nA) \quad (14)$$

Strømmen finnes som middelveiden for ytterpunktene:

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (15)$$

- Lag en figur som viser målepunktene dine $B(I)$.
5. Bruk målingene dine og teorien i denne oppgaveteksten til å beregne H_0 (der $H_0 = \frac{NI}{L}$, med I som angitt i punkt 4) og $M(H_0)$
- Plot $M(H_0)$ mot H_0 . Diskuter om resultatene er som ventet ut fra teorien om ferromagnetiske materialer.

A. Eksperiment 4: Faraday-effekten

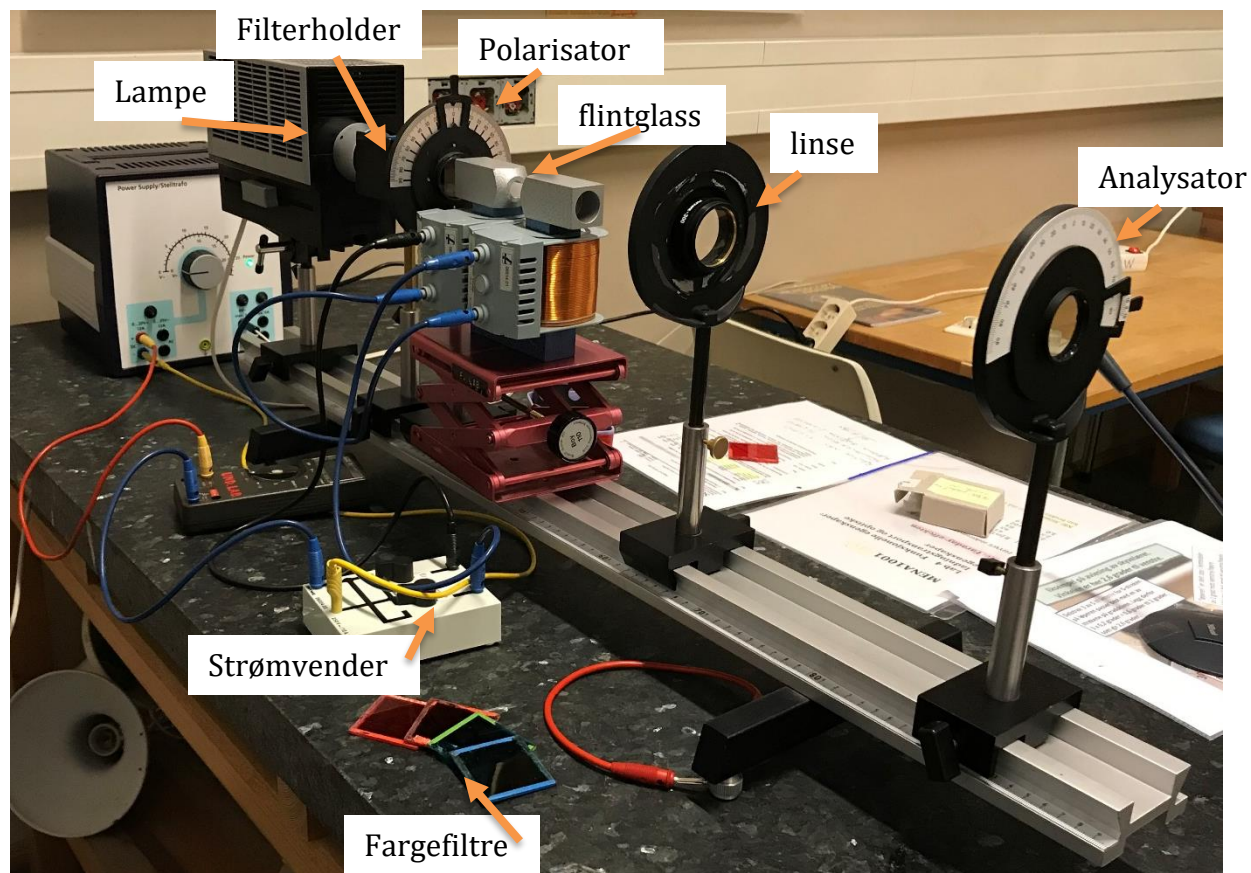
Eksperiment: Dere får utlevert fire optiske filtre som slipper gjennom lys med $\lambda = 440, 525, 580$ og 595 nm. Bruk disse til å generere tilnærmet monokromatisk lys. Videre har dere to lineære polarisasjonsfiltre. Et polarisasjonsfilter plasseres mellom fargefilteret og flintglasset, og et plasseres etter at lyset har gått gjennom flintglasset (figur 7). Hvis de to polarisasjonsfiltrene står ortogonalt på hverandre, og $B = 0$, så skal ikke noe lys slippe gjennom det siste filteret. Ved $B \neq 0$ finner dere θ ved å dreie det siste polarisasjonsfilteret til minimalt lys (av aktuell bølgelengde) slipper gjennom, og lese av vinkelen.

Undersøk hvordan dreiningsvinkelen θ avhenger av flukstettheten B ved å variere strømstyrken gjennom spolen. Bruk følgende strømstyrker: $I_{\pm} = \pm 0, \pm 1.0, \pm 1.5, \pm 2.0, \pm 2.5, \pm 3.0$ [A].

VIKTIG: Skru av strømmen før strømvenderen benyttes til å snu strømmens retning!

- Bruk disse målingene, sammen med målinger av $B(I)$ (målt med fluksmeter og oppgitt i utlagt tabell), til å finne Verdet-konstanten for de ulike bølgelengdene. Produsenten oppgir at B midlet over flintglass-sylindren er en faktor 1.5 mindre enn B målt midt mellom magnetpolene.

- Plott vinkelen θ som funksjon av B og tilpass en rett linje til datapunktene. Verdet-konstanten kan nå bestemmes fra linjens stigningstall.
- Diskuter usikkerheten i den beregnede Verdet-konstanten.



III. REFERANSER

- [1] J. A. Osborn, Phys. Rev. **67**, 351 (1945), URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.67.351>.
- [2] D. Young, Hugh and R. A. Freedman, *University Physics* (Pearson, 2008), 12th ed.

IV. Utstyrliste

Diamagnetisme:

Vismutstang med snor og holder

Vekt

Dobbeltpole

strømforsyning

Plastskyvelær

Hall-sensor (transvers)

Ferromagnetisme:

Spole

strømforsyning

Hall-sensor (aksial)

Kule, stang, skive og spyd

Skyvelær og tommestokk

Hysteresese:

Primær- og sekundærspole

Vekselstrømforsyning og forsterker

2 pascosensorer

Integrator

Pc med capstone

Liten motstand (0,25 Ohm)

Faraday-effekt:

Spenningskilde

2 polarisasjonsfiltre

3 optiske filtre

Flintkrystall

Lyskilde

Strømvender

Polarisasjonsfiltre med vinkelmåler

V. VEDLEGG 1: UTLEDNING AV KRAFT PÅ STANG I INHOMOGENT MAGNETFELT

Vi tar utgangspunkt i uttrykket for potensiell energi for en magnetisk dipol med dipolmoment $\boldsymbol{\mu}$ i et magnetfelt \mathbf{B} :

$$U = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} .$$

Magnetiseringen \mathbf{M} til et materiale er definert som det magnetiske dipolmomentet per volum: $\mathbf{M} = d\boldsymbol{\mu}/dV$. Altså kan vi finne den totale magnetiske energien i et materiale ved å integrere over volumet V slik:

$$U = - \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} \, dV .$$

Kraften er som kjent gitt ved gradienten til energien: $\mathbf{F} = -\nabla U$. Vi ser derfor at hvis det skal virke noen netto (magnetisk) kraft på stangen så må \mathbf{B} -feltet være inhomogent. Vi får da følgende uttrykk for \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{B} \, dV .$$

I et diamagnetisk materiale vet vi at magnetiseringen \mathbf{M} er (med god tilnærming) proporsjonal med magnetfeltet \mathbf{B} :

$$\mathbf{M} = \frac{\chi}{\mu_0} \mathbf{B} .$$

Under denne tilnærmingen kan vi derfor skrive:

$$\mathbf{F} = \frac{\chi}{\mu_0} \int_V \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} \, dV .$$

I oppsettet beskrevet tidligere i oppgaveteksten måles bare z-komponenten av F . Langs denne komponenten har vi fra uttrykket over at:

$$F_z = \frac{\chi}{\mu_0} \int_V \left(B_x \frac{\partial}{\partial x} + B_y \frac{\partial}{\partial y} + B_z \frac{\partial}{\partial z} \right) B_z \, dV .$$

Videre medfører oppsettet vårt at $B_y = B_z = 0$, så vi står igjen med:

$$F_z = \frac{\chi}{\mu_0} \int_V B_x \frac{\partial}{\partial x} B_z \, dV .$$

Det siste steget er å innse at vi kan skrive $\frac{\partial}{\partial x} B_z = \frac{\partial}{\partial z} B_x$, siden $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ når det ikke er noen ”frie strømmer”, jfr Faradays lov. Vi ender derfor opp med:

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{\chi}{\mu_0} \int_V B_x \frac{\partial}{\partial z} B_x dV , \\ &= \frac{\chi \mathcal{A}}{2\mu_0} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial B_x^2}{\partial z} dz , \\ &= \frac{\chi \mathcal{A}}{2\mu_0} (B_2^2 - B_1^2) , \end{aligned}$$

hvor B_2 og B_1 er x-komponenten av \mathbf{B} -feltet ved henholdsvis toppen og bunnen av stanga, og \mathcal{A} er tverrsnittet til stanga. Hvis toppen av stanga er tilstrekkelig langt unna magneten, slik at $|B_2| \ll |B_1|$, så ser vi at kraften F_z øker kvadratisk med magnetfeltet B_1 i bunnen av stanga (gitt at $\chi < 0$, som er sant hvis materialet er diamagnetisk).

VII. VEDLEGG 2: ANALYSE AV DEN KOMPLEKSE AVMAGNETISERINGSFAKTOR EN D_{\parallel}

Vi skal vise at $D_{\parallel}(\varepsilon)$ i ligning (6) kan skrives som

$$D_{\parallel}(f) = \begin{cases} \frac{1}{1-f^2} \left[1 - \frac{f}{\sqrt{f^2-1}} \ln(f + \sqrt{f^2-1}) \right], & f > 1, \\ \frac{1}{3}, & f = 1, \\ \frac{1}{1-f^2} \left[1 - \frac{f}{\sqrt{1-f^2}} \arccos(f) \right], & 0 < f < 1. \end{cases} \quad (16)$$

Ved å bruke

$$\varepsilon = \sqrt{1 - 1/f^2},$$

$$z = f + \sqrt{f^2 - 1} = f + i\sqrt{1 - f^2}$$

får vi

$$D_{\parallel} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} \operatorname{Log} \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \right] = \frac{1}{1-f^2} \left[1 - \frac{f}{\sqrt{f^2-1}} \operatorname{Log}(z) \right]. \quad (17)$$

Motivasjonen for denne reformuleringen er at det ikke er opplagt at ligning (16) gir en kontinuerlig graf, langt mindre en som er glatt. Vi forventer at dette skal være tilfellet, fordi det ikke er noen fysisk grunn til at kulen ($f = 1$) skal skille seg ut. Men de to grenene til ligning (16) ser ganske forskjellige ut: kan de virkelig være to sider av samme sak? Fysikken sier at svaret må være ja.

Funksjonen i ligning (17) er plottet direkte med Mathematica for $f > 0$ i figur 5. Da dette er en analytisk funksjon i den fysiske delen av det komplekse planet må den oppføre seg pent, og det gjør den: vi ser at den er helt glatt i $f = 1$.

Når $f > 1$ er $z \in \mathbb{R}$, og vi kan sette $\operatorname{Log} \rightarrow \ln$ i ligning (17). Dette gir med en gang den øvre grenen $D_{\parallel}(f > 1)$ i ligning (16).

Når $0 < f < 1$ er z et punkt på enhetssirkelen i det komplekse planet,

$$\begin{aligned} |z| = 1 &\Rightarrow z = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \\ &\Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = f, \\ \sin\theta = \sqrt{1-f^2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Den komplekse logaritmen er

$$\operatorname{Log}(z) = \ln|z| + i \arg(z) = \ln|z| + i\theta = i\theta = i \arccos(f)$$

fordi $\ln|z| = \ln 1 = 0$. Med andre ord, når $f > 1$ er logaritmen et rent reelt tall, og når $0 < f < 1$ er logaritmen et rent imaginært tall. Insatt i ligning (17) finner vi den nedre grenen til ligning (16). Vi kan også skrive denne grenen på en meget kompakt trigonometrisk form,

$$D_{\parallel} \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right) = \csc^2 \theta (1 - \theta \cot \theta) \in \mathbb{R}$$

Til slutt kan vi rekkeutvide ligning (17) for små ε (enten reell eller imaginær) for å se at begge grenner går mot $1/3$ for $f \rightarrow 1$.