

Labøvelse FYS2150

Bølgeoptikk

Fysisk institutt, UiO (Revidert Carsten Lütken og Alex Read vår 2019, Nina Edin vår 2020)

I denne øvelsen skal dere studere diffraksjon av lys ved hjelp av tre ulike eksperimentelle oppsett. Først skal dere se på brytningen av monokromatisk lys som oppstår når det passerer skarpe kanter, som f.eks. en spalte. Deretter skal dere se på hvordan dette fenomenet kan brukes til å skille de ulike bølgelengdene polykromatisk lys består av. Til å gjøre dette skal dere benytte et gitterspektrometer. I den siste delen av oppgaven skal dere bruke et Fabry-Perot-interferometer. Dette instrumentet har en vesentlig høyere oppløsning enn gitterspektrometeret, som betyr at det kan skille to bølgelengder som ligger svært nærme hverandre. FP-interferometeret er faktisk så følsomt at det kan brukes til å studere oppsplittingen av degenererte energinivåer i et atom som følger av et eksternt påtrykt magnetfelt. Dere skal studere dette fenomenet, som går under navnet Zeeman-effekten.

I. Bakgrunn

Vi skal her studere i hvilken grad noen enkle matematiske funksjoner modellerer en del ganske kompliserte bølgefenomener fra både klassisk fysikk (illuminansfunksjoner) og kvantemekanikk (Bohrs formel), og vi skal se hvordan disse utnyttes i spektroskopien. Det er vanskelig å finne et annet eksempel som er like viktig for naturvitenskapen som interferens, da dette fenomenet er grunnleggende for den metrologi som har satt oss i stand til å utforske store deler av Naturen [minst 37 dekaner, fra atomer (diameter ca. 10^{-10} m) til den observerbare delen av Universet (diameter ca. 10^{27} m???)].

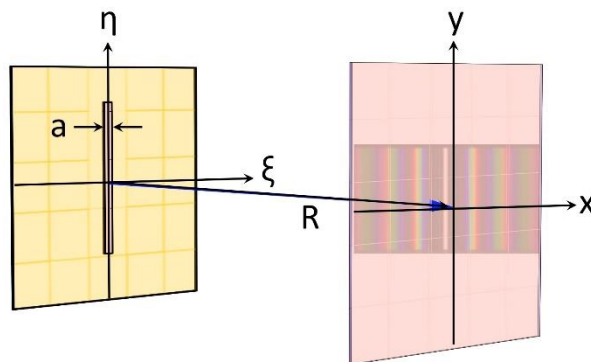
II. Spaltdiffraksjon og interferens

Ifølge Huygens prinsipp kan ethvert punkt på en bølge sees på som en kilde til en ny elementærbølge, som brer seg ut i alle retninger. Når lys går gjennom en spalte, vil hvert punkt inne i spalten oppføre seg som kilden til en elementærbølge, som til sammen utgjør bølgefronter formet som halvsirkler (se kap. 13 i *Physics of Oscillations and Waves*, FYS2130). Den konstruktive og destruktive interferensen mellom bølger med ulik gangvei gir diffraksjon (en spalte) og interferens (flere spalter).

Interferensmønsteret kan fanges opp på en skjerm og det kan beskrives matematisk av *illuminansfunksjonen*:

$$E_N(x) = E_1(x)F_N(x), \quad (1)$$

hvor N er antall spalter og x er avstanden langs x -aksen fra spaltenes symmetrilinje (y -aksen) vist i figur 1. $E_1(x)$ kan oppfattes som diffraksjonskurven og $F_N(x)$ som interferenskurven.



Figur 1: Geometrien som benyttes ved beregning av det elektriske feltet fra en spalteformet lyskilde, i et punkt (x, y, R) i observasjonsplanet.

A. Diffraksjon fra én spalte

For én spalte ($N = 1$) er illuminansen (intensiteten) gitt ved:

$$E_1(x) \propto \left(\frac{\sin(acx)}{acx} \right)^2 \quad (2)$$

Der $c = \pi/\lambda R$. R er avstanden fra spalten til skjermen hvor interferensmønsteret fanges opp, a er spaltebredden, λ er lysets bølgelengde, og x er avstanden til spalten (se figur 1).

Denne funksjonen har minima (mørke områder på skjermen), når $\sin(acx) = 0$ (bortsett fra når $x = 0$), dvs. når $acx = n\pi$ eller

$$x = \frac{n\lambda R}{a}, \quad (3)$$

hvor $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

B. Diffraksjon og interferens fra to eller flere spalter

Dersom lys går gjennom flere parallelle spalter med en avstand A mellom seg, der alle har bredde a , vil hver av spaltene i prinsippet være en kilde for bølger; superposisjon av disse gir da et interferensmønster (med maksima der de to bølgene er i fase), slik at illuminansen nå er gitt ved

$$E_N(x) = E_1(x)F_N(x) \propto \left(\frac{\sin(acz)}{acz}\right)^2 \left(\frac{\sin(Nacz)}{Nacz}\right)^2$$

Illuminansen i observasjonsplanet får hovedmaksima (lyse områder på skjermen), når

$$x = \frac{m\lambda R}{A}, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4)$$

Illuminansen er lik null når

$$x = \frac{\lambda R}{A} \left(\frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots, \frac{N-1}{N}, \frac{N+1}{N}, \dots \right) \quad (5)$$

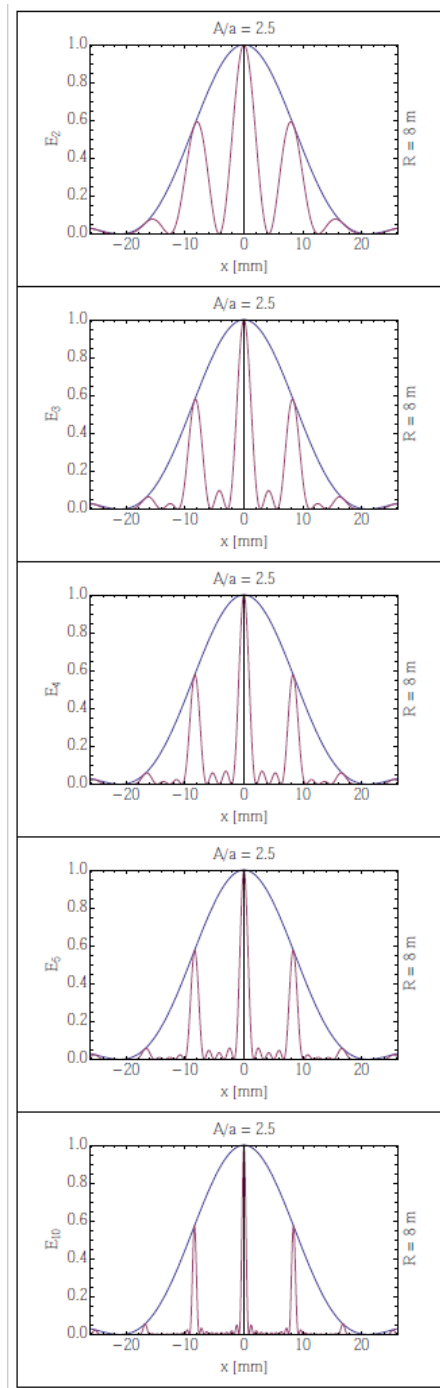
Når telleren er 0 eller N (eller $2N$ etc.) får vi hovedmaksima (likning (4)). Imellom to hovedmaksima er det $(N-1)$ nullpunkter og $(N-2)$ sekundære maksima. De sekundære maksima har mye mindre illuminans enn et hovedmaksimum. Etter hvert som N stiger vil illuminansen til disse sekundære toppene bli mindre og mindre og hovedmaksima vil bli stadig mer avgrensede og veldefinerte (se figur 2).

C. Diffraksjon fra sirkulær apertur

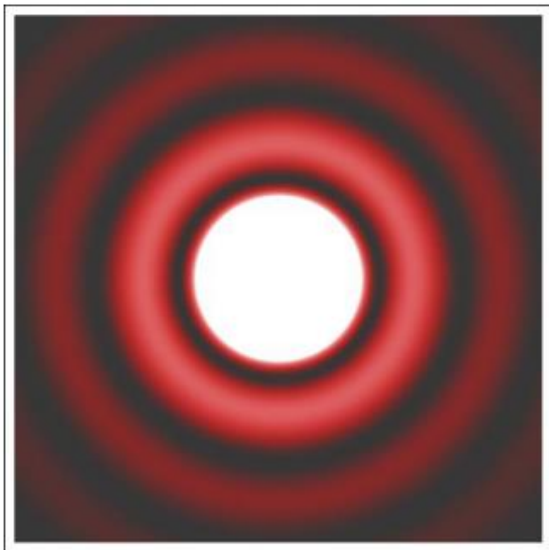
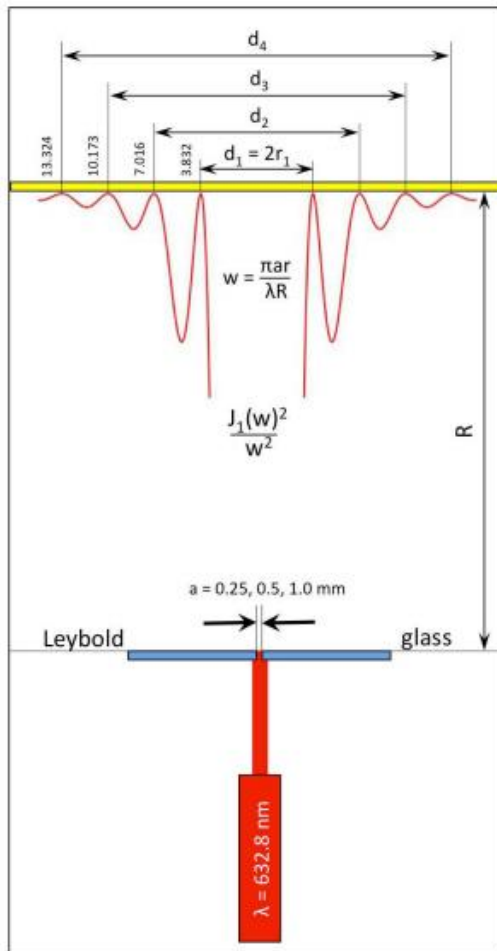
For lys som går gjennom et sirkulært hull, får man et interferensmønster i form av konsentriske sirkler (figur 2). Illuminansen i et plan i stor avstand R fra hullet er nå

$$H(\omega) \propto \left[\frac{J_1(\omega)}{\omega} \right]^2, \quad \omega = \frac{\pi ar}{\lambda R} \quad (6)$$

der J_1 er Besselfunksjonen av første orden, og r er avstanden fra diffraksjonsmønsterets sentrum i observasjonsplanet. Nullpunktene $\omega_0 = 3,832; 7,016; 10,173; 13,324; \dots$ til Besselfunksjonen svarer til de sorte ringene vist i figur 3.



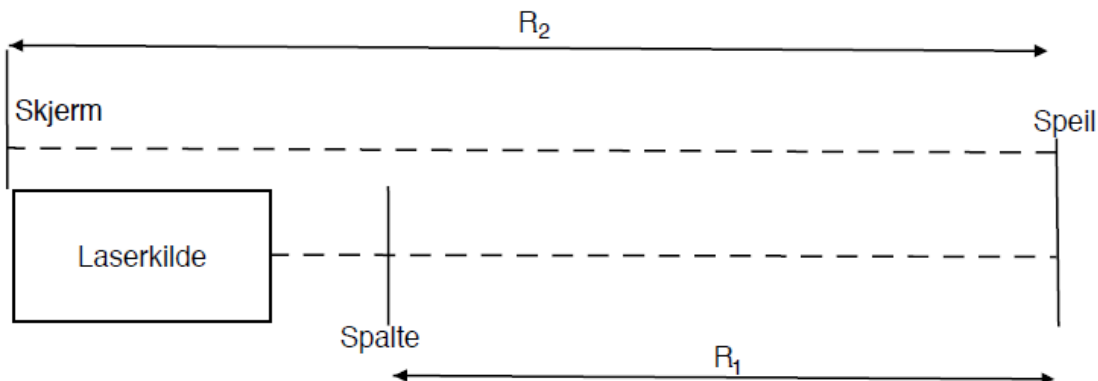
Figur 2. Eksempler på illuminans-funksjoner som illustrasjon på hva vi kan forvente å se i eksperimentet.



Figur 3: Diffraksjonsmønstrer fra et hull (sirkulær apertur) kan modelleres ved hjelp av Besselfunksjonen J_1 .

1. Laboratorieøving del A

Oppgave A1. Diffraksjon. Enkeltspalter med forskjellige bredder



Figur 4: Skisse av oppsettet for diffraksjon med en enkeltspalte

Vi skal nå studere diffraksjon gjennom ulike spalter med kjente bredder. Vi bruker en laserkilde (Uniphase 155SL) med bølglengde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. I et stativ på en optisk benk, kan vi plassere et Leybold objektglass (dias nr. 46991) med tre ulike enkeltspalter. Stativet kan justeres slik at lyset går gjennom én av de tre spaltene. For å få større avstand mellom minimumspunktene for intensiteten til lyset øker vi avstanden fra spalten til Skjermen som lyset treffer ved hjelp av et speil.

Mål avstanden $R = R_1 + R_2$ med en lasermåler. Mål avstanden mellom to mørke områder i diffraksjonsmønsteret (kan være en ide å feste et ark på skjermen og markere minima). Disse områdene bør ligge så langt fra hverandre som mulig.

- Benytt den målte avstand til å bestemme spaltens bredde (du trenger enkeltspaltens illuminansuttrykk).
- Sammenlikn de eksperimentelt bestemte verdier for spaltens bredder med de oppgitte verdier.

Oppgave A2. Diffraksjon og interferens. To parallelle spalter

Bytt ut objektglasset med et nytt med tre sett med dobbeltspalter (dias nr. 46992). For å få lyset gjennom begge spalter, må strålen gjøres bredere. Vi øker tverrsnittet på laserstrålen ved hjelp av to konvekse linser. Nærmest laseren plasseres en linse med en brennvidde på 20 mm. Den andre linsens brennvidde er 200 mm. Avstanden mellom linsene velges lik summen av brennviddene (dette er en "afokal" sammensatt linse). Spaltebredde, a og avstand mellom spaltene A er oppgitt.

- Hvor mange illuminansmaksima (lyse striper) venter du å finne innenfor enkeltspaltens sentrale diffraksjonstopp?
- Undersøk om det observerte antall striper stemmer overens med det forventede antall.

Oppgave A3. Diffraksjon. Sirkulær apertur

Skift ut objektglasset til dias nr. 46996, som har tre sirkulær aperturer med forskjellig diameter. Ta bort linsene fra forrige oppgave.

- Mål diameterne til de mørke ringene.

- Beregn de teoretiske verdiene på diameterne til de innerste mørke ringene i diffraksjonsmøsteret på observasjonsskjermen.
- Undersøk om de målte diameterne stemmer overens med de forventede verdier.

III. Gitterspektrometri

Dersom polykromatisk lys (som består av flere ulike bølgelengder) sendes gjennom et gitter med avstand d mellom spaltene, vil de ulike bølgelengdene bli avbøyd i ulike retninger. Dersom det er et stort antall spalter på gitteret vil de sekundære toppene få svært lav illuminans, slik at man i praksis bare vil se hovedmaksima som er gitt ved ligning (4). I utledningen av dette uttrykket er det antatt at $|x| \ll R$. Altså kan man skrive $\frac{x}{R} \approx \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \sin\theta$

der θ er avbøyingsvinkelen. Med andre ord kan likning 4 skrives om til

$$d \sin\theta = m\lambda \quad (7)$$

Her er m spektrets orden og d gitterkonstanten, dvs. avstanden mellom strekene i gitteret.

A. Gitterspektrometeret

Et gitterspektrometer består i hovedsak av en kollimator, et gitter eller prisme og en kikkert med trådkors i okularet (se figur 5). Kollimatoren er et rør med en justerbar spalte i den ene enden og en konveks linse i den andre. Spalten befinner seg i linsens brennplan. Når spalten belyses av f. eks. en spektrallampe, kommer det parallelt lys ut fra kollimatoren. Et gitter plassert vinkelrett på kollimatoraksen vil avbøye spektralkomponentene i lyset fra lampen i forskjellige retninger. Ved hjelp av kikkerten, som bør være innstilt på "uendelig",

kan vinklene svarende til disse retningene leses av på spektrometerets gradskala.¹ Avlesningen foretas når kikkertens trådkors faller sammen med spektrallinjen. Det er fordelaktig å observere en spektrallinje med kikkerten i to posisjoner. Den ene gangen er kikkerten i posisjonen α_h , til høyre for kollimatoraksen. Den andre gangen er kikkerten i posisjonen α_v , til venstre for kollimatoraksen. Avbøyingsvinkelen som skal settes inn i gitterlikningen (7) er lik

$$\theta = \frac{\alpha_h - \alpha_v}{2},$$

Uttrykket for den relative usikkerheten i bølgelengden er

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\theta}{\tan\theta}\right)^2}, \quad (8)$$

der

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta\alpha_h)^2 + (\Delta\alpha_v)^2}. \quad (9)$$

NB! Det er viktig at alle vinkler er i radianer.

B. Gitterets oppløsningsevne

Når lysets bølgelengde forandres fra λ til $\lambda + \Delta\lambda$, forskyves posisjonen til et hovedmaksimum fra $x = m\lambda R/A$ til $x + \Delta x = m(\lambda + \Delta\lambda)R/A$, slik at $\Delta x = mR\Delta\lambda/A$. Vi kan klare å skille de nærliggende hovedmaksima svarende til bølgelengdene λ og $\lambda + \Delta\lambda$ hvis Δx er lik eller større enn halvparten av bredden til et hovedmaksimum.

Herv følger at gitterets *oppløsningsevne* er $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$.

¹ Se <https://www.youtube.com/watch?v=h-e1mW1Qs2s> for en demonstrasjon i bruken av spektrometerets gradskala.

2. Laboratorieøving del B

Oppgave B1. Balmerlinjer



Figur 5: Gitterspektrometeret består i hovedsak av en kollimator, et gitter eller prisme og en kikkert med trådkors i okularet. Et gitter plassert vinkelrett på kollimatoraksen vil avbøye spektralkomponentene i lyset fra lampen i forskjellige retninger. Ved hjelp av kikkerten, som bør være innstilt på "uendelig", kan vinklene svarende til disse retningene leses av på spektrometerets gradskala.

Vi skal nå bruke gitterspektrometri til å finne bølgelengdene til den karakteristiske strålingen fra hydrogen. En hydrogenlampe settes foran kollimatorspalten, som skal være ganske åpen. Sørg for at alt er linjert og gradskiven står på 0 grader.

- Avles vinklene til de spektrallinjene du klarer å se tydelig og bruk dem til å beregne bølgelengdene.
- Anslå usikkerhetene i vinklene α_h og α_v , og beregn de tilhørende usikkerhetene i bølgelengdene.
- Gitterkonstanten d kan regnes ut fra antall streker pr. tomme, som er oppgitt (30.000 per tomme).
- Sammenlikn de bølgelengdene du finner med de teoretiske verdiene som er gitt ved

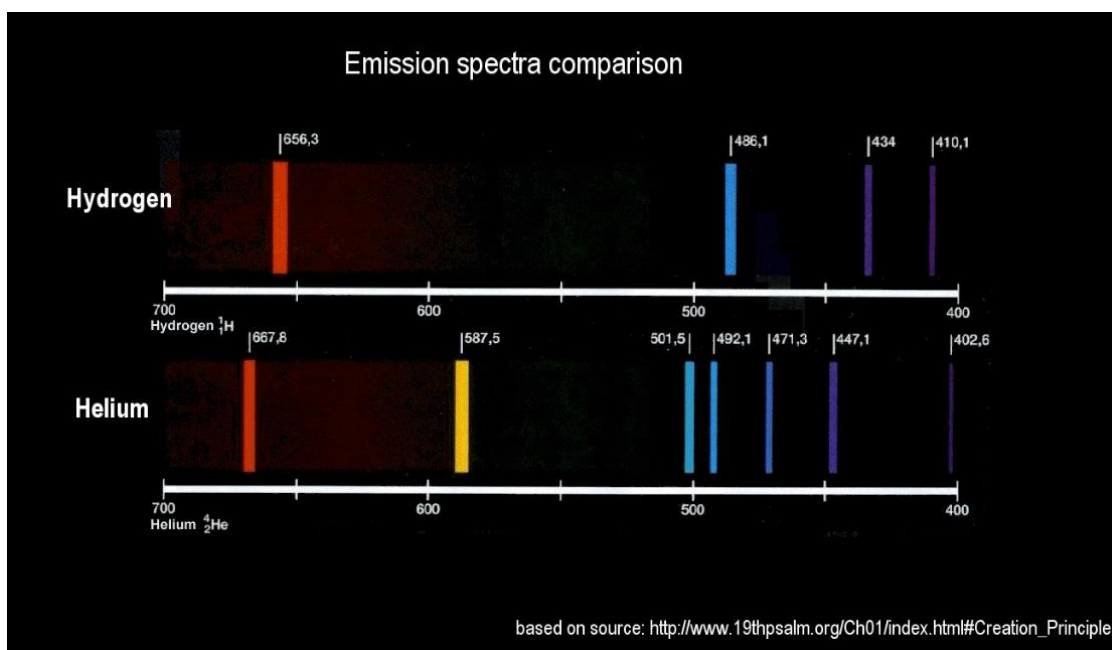
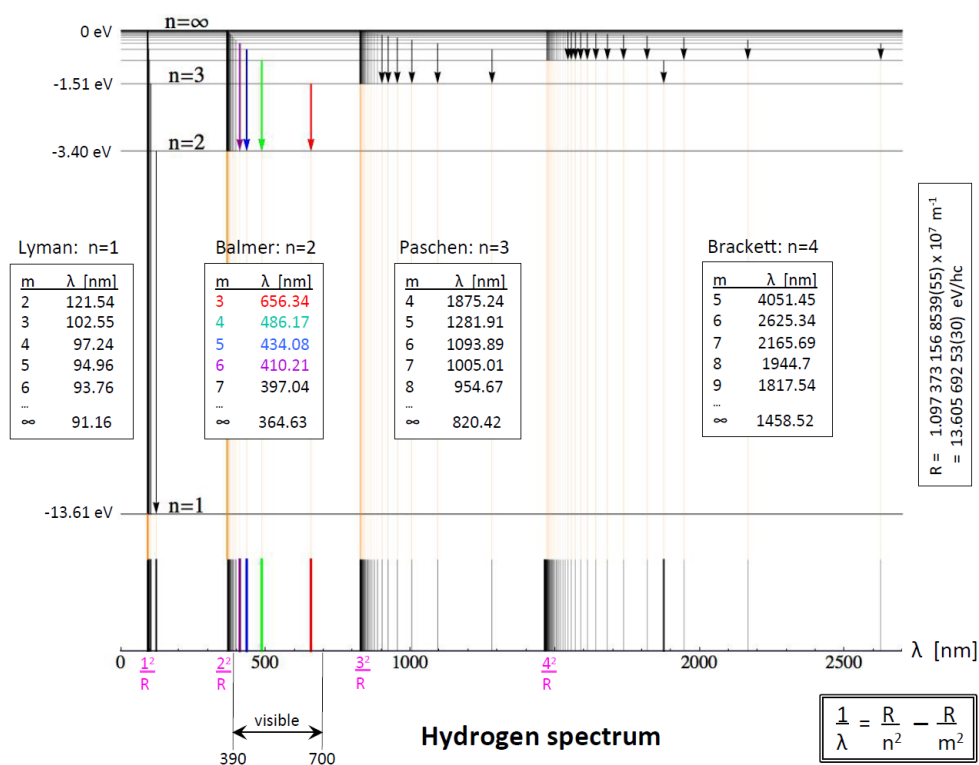
$$\lambda_n = \frac{1}{R \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{n} \right)^2 \right]}$$

der Rydbergkonstanten $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ og hovedkvantetallet $n = 3, 4, 5, \dots$

Oppgave B2. Heliumlinjer

En heliumlampe settes foran kollimatorspalten. Kollimatoren stilles så det blir en smal spalte.

- Avles vinklene og bestem bølgelengdene til *minst* en rød, en gul, en blågrønn, en blå og en blåfiolett spektrallinje.
- Anslå usikkerhetene i de avleste vinklene og beregn de tilhørende usikkerhetene i bølgelengdene.



Figur 6: Øverst ses hvordan Bohrs tolkning av energiformelen $E_n \propto 1/n^2$ forklarer strukturen til Hydrogenspekteret. Nederst er en sammenligning av spektrallinjene fra hydrogen og helium.

IV. Zeeman-effekten

Zeeman-effekten er et magneto-optisk fenomen som vi kan forklare ved hjelp av kvantemekanisk teori. Effekten handler kort oppsummert om at energien assosiert med et “hopp” fra et elektronskall til et annet kan påvirkes av et ytre magnetfelt.

En partikkel med spinn S_z (i z -retning), ladning e og masse m , som er plassert i et homogent magnetfelt $\mathbf{B} = (0, 0, B)$, vil få et ekstra bidrag U til sin potensielle energi, gitt ved

$$U = \mu B = \frac{eB}{2m} g S_z = \frac{eB\hbar}{2m} g m_s \quad (10)$$

Der m_s er spinn-kvantetallet og \hbar er den reduserte Planck-konstanten. For elektroner kan m_s enten være lik $-1/2$ (spinn ned) eller $1/2$ (spinn opp). Vi har valgt å ta med den dimensjonsløse faktoren g , som har vist seg å være en av de viktigste størrelsene i moderne fysikk. I klassisk mekanikk er $g = 1$. I kvantemekanikken er også $g = 1$ for vanlig banespinn, men for egenspinnet til elektronet sier kvantemekanikken at $g_e = 2$.

Dermed får elektronene en total potensiell energi gitt ved

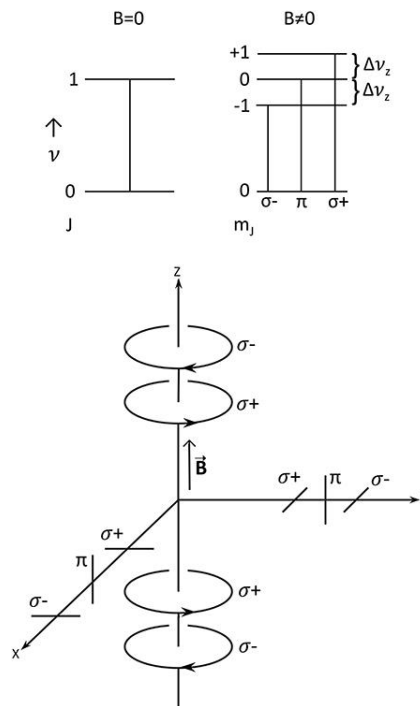
$$U = U_0 \pm \frac{eB\hbar}{2m_e} = U_0 \pm \mu_B B \quad (11)$$

der U_0 er den potensielle energien som følge av elektronets binding til atomkjernen og μ_B er Bohr-magnetonet: $\mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m_e}$. Med andre ord vil et ytre magnetfelt splitte et energinivå i to; et nivå med noe høyere energi enn det opprinnelige nivået, og et med noe lavere energi. Dermed vil det være en frekvensforskjell $\Delta\nu$ mellom fotoner som emitteres fra de to energitilstandene. Energiforskjellen mellom disse to nivåene er gitt ved $\Delta E = 2\mu_B B$. Sammenhengen $E = h\nu$, der h er Plancks konstant og ν er frekvens, gir da $h\Delta\nu = \Delta E = 2\mu_B B$, og dermed er frekvensforskjellen:

$$\Delta\nu = \frac{2\mu_B B}{h} \quad (12)$$

² FP-interferometre var sentrale da forskere endelig klarte å observere gravitasjonsbølger høsten 2015, noe som sier litt om følsomhetspotensialet til dette instrumentet. Instrumentene som ble brukt til dette var

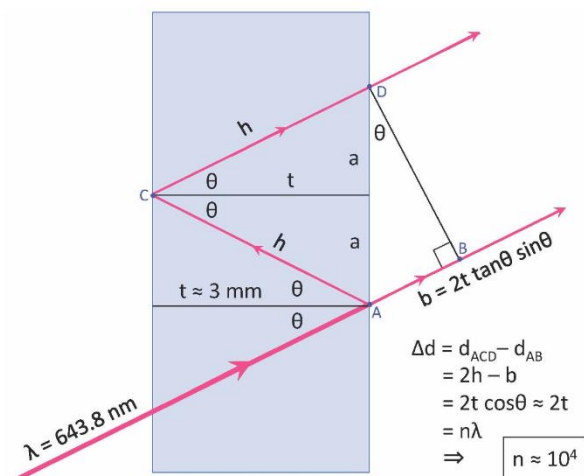
Dersom magnetfeltet står normalt på retningen som fotonene beveger seg i, vil lyset med «forskjøvet» bølgelengde ha polarisering som står normalt på lyset, som ikke har blitt påvirket av noe magnetfelt (figur 7).



Figur 7: Øverst: Energinivå-diagram som viser Zeeman-opp-splittingen. Nederst: Polarisasjonen observert i forskjellige vinkler i forhold til magnetfeltets retning. (<https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fspas.2019.00066/full>)

Endringen $\Delta\nu$ som vi ser etter er svært liten (langt svakere enn vårt øye klarer å skille, og også mindre enn oppløsningen til gitterspektrometeret dere brukte i forrige oppgave). Derfor trenger vi et meget følsomt instrument for å oppdage den. I dette forsøket skal dere bruke et *Fabry-Perot interferometer* (også kalt FP etalon). FP-interferometeret har så stor oppløsning² at vi kan bruke Zeeman effekten til å måle verdien av Bohr-magnetonet μ_B , som er (nesten) lik det

dog av en litt annen størrelsesorden enn vi har tilgjengelig i vår lab. For mer informasjon, søk opp “Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory”.



Figur 8: Geometrien til strålegangen i et FP-interferometer (utledning av lign. (13)). Fordi det er luft mellom platene har vi antatt at lyset ikke brytes på vei inn og ut av interferometeret. Den siste ligningen er betingelsen for å få konstruktiv interferens: gangforskjellen Δd må være et helt antall bølgelengder for at strålene skal være i fase (her er $\Delta d \approx 10\,000 \lambda \approx 6\text{ mm} \approx 2t$).

fundamentale magnetiske momentet fra egenspinnet til et enkelt elektron.

A. Fabry-Pérot-interferometer

FP-interferometeret er basert på interferens av lys som blir delvis reflektert mellom to semitransparente tynne parallelle plater. I vårt FP-interferometer er avstanden mellom platene $t \approx 3.00\text{ mm}$. Noe lys går direkte gjennom platene, mens resten blir reflektert en eller flere ganger fra hver overflate før det fortsetter i retning forover (figur 8). En linse bak de halvgjennomsiktige platene samler parallelle stråler slik at de blir fokusert på en kamerabrikke plassert bak linsen (se figur 12).

Konstruktiv interferens oppstår når gangforskjellen mellom den delen av lyset som går rett igjennom og den delen som får indre refleksjon, er et helt antall bølgelengder (se figur 10):

$$n\lambda = 2t\cos\theta \approx 2t \quad (n \in \mathbb{N}). \quad (13)$$

Etter at lyset har gått gjennom disse platene vil de treffe en kameralinse; man vil da se ringer med

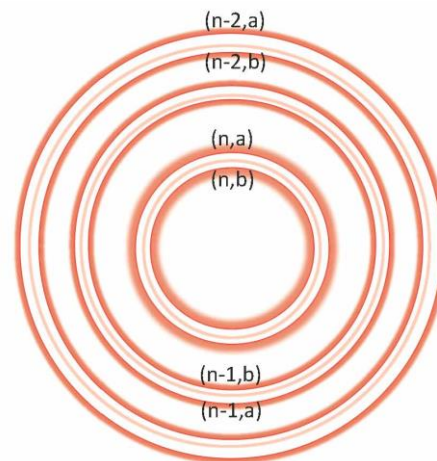
radius $r = f\tan\theta$ bestemt av brennvidden f til linsen. Mange ringer er synlige på skjermen, hver enkelt assosiert med en bestemt bølgelengde og orden, se figur 9.

Vi studerer tilfellet hvor magnetfeltet står normalt på lysretningen. Lyset er da planpolarisert, og det elektriske feltet til de to nye linjene står normalt på det elektriske feltet til lyset med bølgelengde λ_0 . Ved hjelp av et polarisasjonsfilter filtrerer vi bort linjen med bølgelengde λ_0 og betrakter i det følgende bare de resterende linjene med frekvenser ν_a og ν_b (se Figur 9).

Vi kan finne frekvensforskjellen

$$\Delta\nu = \nu_a - \nu_b = \frac{2\mu_B B}{h} = \frac{c}{2t} \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_3^2 - d_1^2}, \quad (14)$$

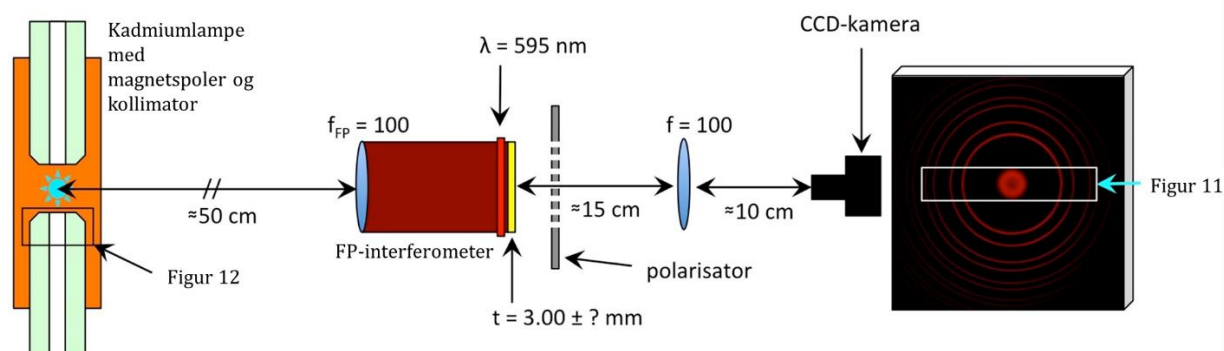
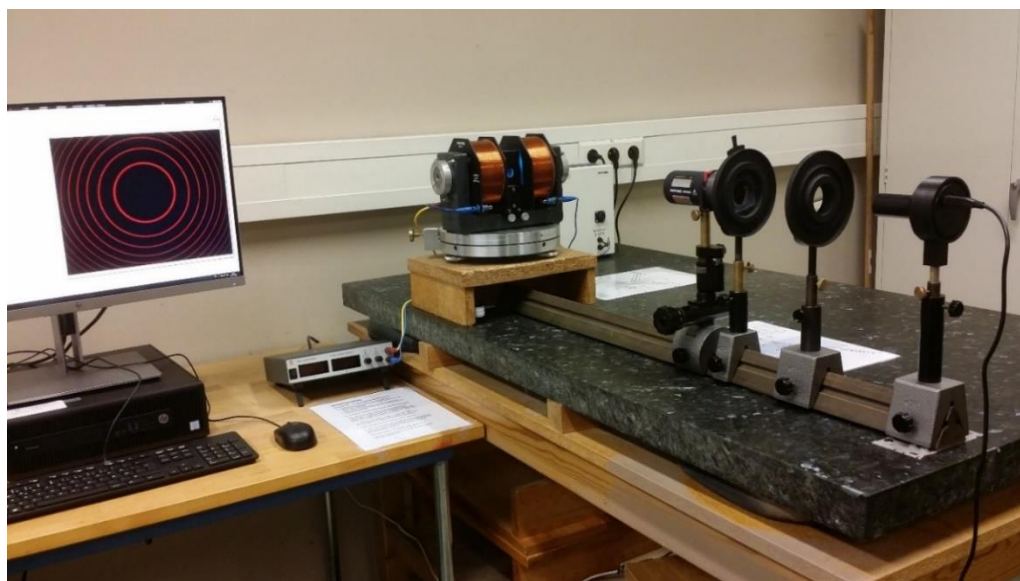
ved å måle diameterne d_1 (høyest n og spinn ned), d_2 (høyest n og spinn opp) og d_3 (nesthøyest n og spinn ned) til de tre innerste ringene (se figur 9).



Figur 9: Interferensringer fra et FP-interferometer (n er ikke interferensmaksimum nr. 1,2,3,... i gitterligningen).

3. Laboratorieøving del C

I denne øvelsen skal dere studere oppsplittingen av den røde spektrallinjen³ med $\lambda_0 = 643.8 \text{ nm}$ fra en kadmiumlampe som er plassert i et magnetfelt med flukstetthet B av størrelsesorden i Tesla (se Figur 10). Magnetfeltet splitter opp den opprinnelige “linjen”, fordi denne skyldtes fotoner fra flere ulike kvantetilstander med samme energi (*degenererte kvantetilstander*, se Figur 10). For et gitt banespinn L er det $2L + 1$ degenererte tilstander. I et magnetfelt er den “spinnløse” tilstanden (den med L_z kvantetallet $m = 0$) upåvirket, mens de andre får mer energi (hvis $m > 0$) eller mindre energi (hvis $m < 0$).



Figur 10: Oppsettet dere skal bruke for å studere Zeeman-effekten. Kadmiumlampen er plassert i en elektromagnet mellom de to spoler. Spektrallinjene fra kadmium oppsplittes i magnetfeltet og i interferometeret vil de små energiforskjeller gi interferens som blir synlig for et kamera, når lyset samlet av en linse. Magnetfeltet står normalt på lysretningen. Lyset fra oppsplittingen er da planpolarisert, og det elektriske feltet til de to nye linjene står normalt

³ Geometrien til FP-interferometeret er slik at “linjene” er ringer, men språkbruken arves fra gitterspektrometrien, hvor spaltene gir spektrallinjer (atomets “bar-kode”).

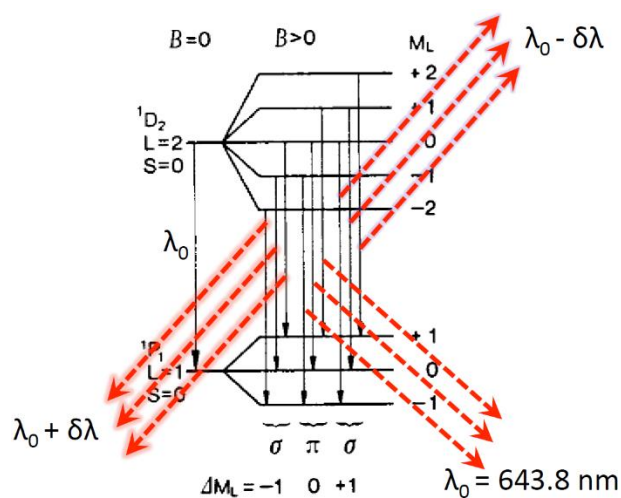
på det elektriske feltet til lyset som ikke er splittet av et magnetfelt. Ved hjelp av et polarisasjonsfilter kan vi fjerne det siste (se figur 7).

I vårt tilfelle er det 9 tillatte overganger, hver med 3 forskjellige energidifferanser (se Figur 10). Der hvor det med $B = 0$ var kun en farge λ_0 i spekteret, har vi med $B \neq 0$ tre farger ($\lambda_0 - \Delta\lambda$, λ_0 , $\lambda_0 + \Delta\lambda$). Endringen $\Delta\lambda$ er imidlertid svært liten, dvs i størrelsesorden noen pico-meter (10^{-12} m). Dette er vesentlig mindre enn vi kan observere med det blotte øye, og også utenfor oppløsningen til et vanlig gitterspektrometer.

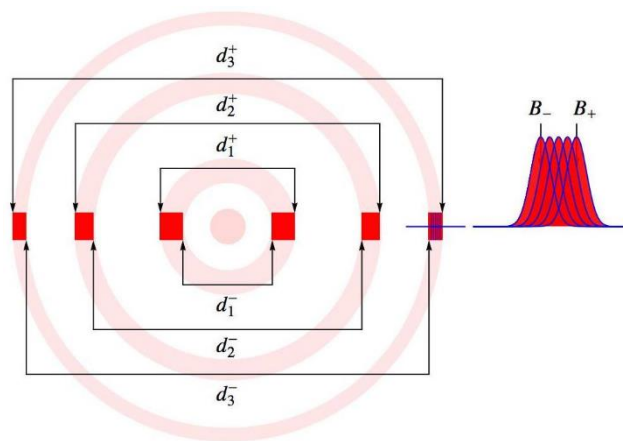
Frekvensforskjellen (husk at sammenhengen mellom bølgelengde og frekvens er $\lambda\nu = c$) kan vi beregne kvantitativt slik:

$$\Delta\nu = \nu_a - \nu_b = 2\mu_B B/h.$$

Vi studerer tilfellet hvor magnetfeltet står normalt på lysretningen. Lyset er da planpolarisert, og det elektriske feltet til de to nye linjene står normalt på det elektriske feltet til lyset med bølgelengde λ_0 . Ved hjelp av en analysator filtrerer vi bort linja med bølgelengde λ_0 og betrakter i det som følger bare linjene med frekvens ν_a og ν_b .



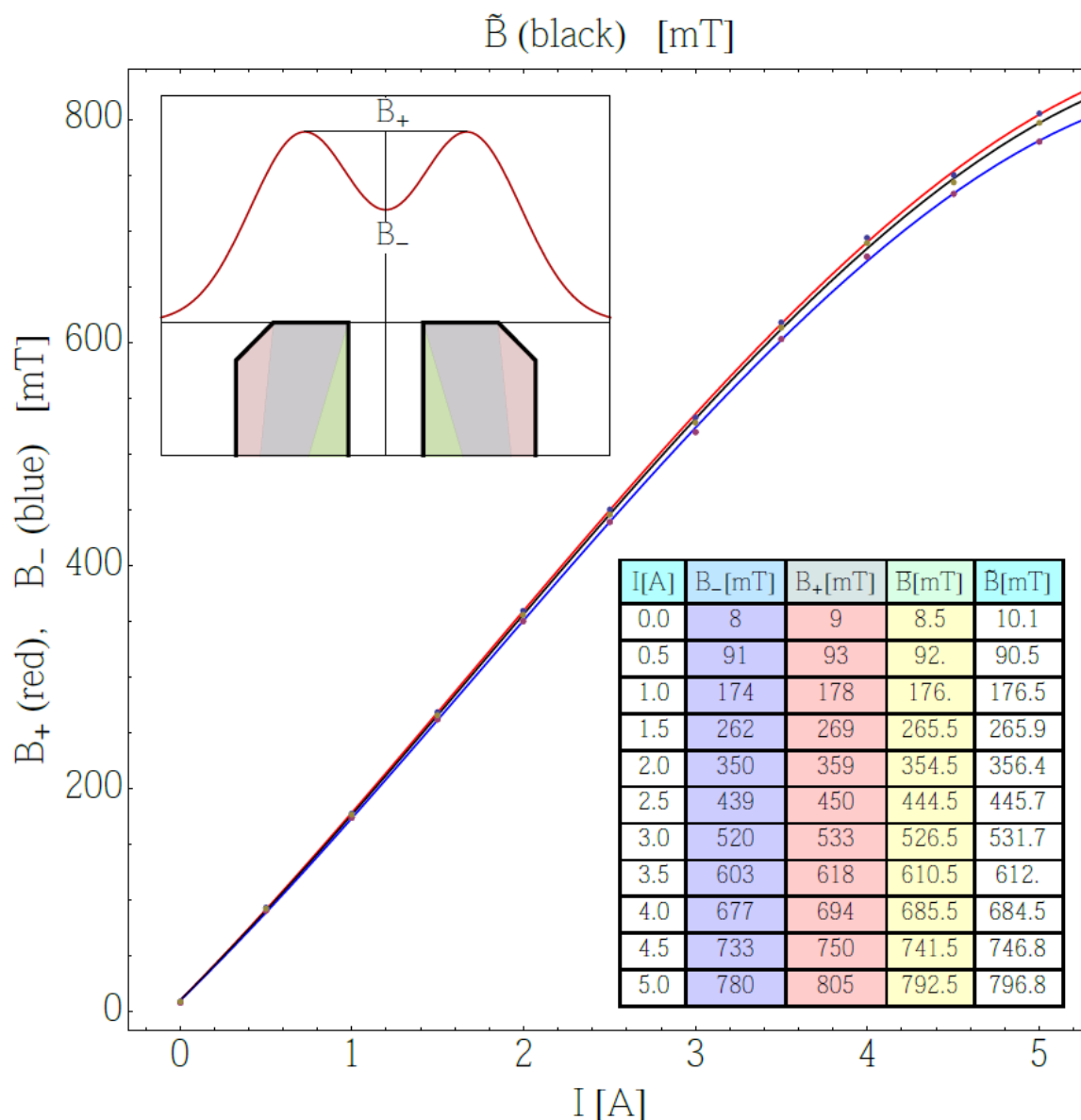
Figur 11: Noen tillatte kvantesprang i kadmium, før og etter at magnetfeltet B splitter tilstander med ulike "magnetiske" kvantetall M_L .¹



Figur 12: FP ringer har endelig tykkelse. Diameteren til en ring er middelverdien av ytre og indre kant.

Kalibrering

Magnetfeltet mellom polene til elektromagneten er ikke konstant (se Figur 12 og Figur 13). Energisplittingen vil derfor avhenge av hvor i lypæren atomet befinner seg. Denne oppgaven burde starte med å lage en kalibreringskurve for min/max verdiene av magnetfeltet mellom polene i elektromagneten, som funksjon av strømmen I . For å spare tid har vi gjort dette på forhånd, se Figur 13. Vi bruker den ferdig oppstilte optiske benken vist i Figur 10. Den er betydelig forenklet i forhold til fabrikantens forslag, og er bedre tilpasset vårt eksperiment. Etter å ha fjernet $B = 0$ ringene med polarisatoren bruker du Scopetek minisee applikasjonen for CCD-kameraet til å ta minst to bilder når strømmen er $I_3 = 3$ A og $I_4 = 4$ A. [Eksponeeringstid, gain, saturation, kontrast osv. velges under "options", som anvist av veileder.]



Figur 13. Magnetfeltet er ikke konstant mellom de uthulede polene som er skjøvet inn i elektromagneten (innsatt diagram, se også Figur 10). Feltstyrkene $B_{\pm}(I)$ ble målt 23.04.18 med den transversale (T) måleproben \textit{Teslameter 2000. The Smart Magnetic Sensor (TEL-Atomic Inc.)}, for hver halve Ampere mellom $I = 0\text{A}$ og $I = 5\text{ A}$. Datapunktene er vist i hoved-diagrammet, sammen med tilpassede kalibreringskurver.

Tabellen viser målte verdier B_{\pm} , middelverdien \bar{B} av disse, og verdien \bar{B} avlest fra den midlere kalibreringskurven (sort).

Undersøk eksperimentelt om lyset er planpolarisert slik teorien tilsier. Lagre bilder av ring-strukturen for å dokumentere funnene.

Lagre et bilde av ringstrukturen slik at du kan beregne $\Delta\nu$ og μ_B . Til dette trenger du et bilde av de tre innerste ringene som ikke er der når $B = 0$. Husk å notere strømstyrken du bruker på elektromagneten, og sjekk hvilken B -felt styrke det tilsvarer på tabell ved elektromagneten

- Regn ut $\Delta\nu$ og μ_B .

Det er valgfritt å bruke en av de to metodene (a) og (b) beskrevet under, eller begge, for å finne de ytre og indre diametrene $d_i^\pm (i=1,2,3)$ av de 3 minste ringene (se figur 12). Disse gir verdien av den dimensjonsløse geometriske nøkkelparameteren δ og Bohr-magnetonet μ_B :

$$\delta = \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_3^2 - d_1^2} \sim 1, \quad \mu_B = \frac{hc}{4t} \frac{\delta}{B}$$

Her er $t=3,00$ mm (usikkerheten i t er ikke oppgitt av fabrikanten, så vi må anta at den ikke bidrar vesentlig til usikkerheten i målingen). Naturkonstanten $hc=1,98644568 \times 10^{-25}$ Jm [CODATA] er energien $E_1 = -hcR$ til grunntilstanden av et hydrogenatom målt i Rydberg (se forrige eksperiment om gitterspektroskopi i denne øvelsen).

- (a) Bruk måleverktøyet i GIMP til å bestemme indre og ytre diameter $d_i^\pm (i=1,2,3)$ til de tre minste ringene ved direkte avlesning på skjermbildet og estimer usikkerheten i disse målingene.

Bruk kalibreringsdata fra figur 13 til å **beregne**:

$$\begin{aligned} \mu_B^\pm(I) &= \mu_B^\pm[B_\pm(I), d_i^\pm(I)], \\ \bar{\mu}_B(I) &= \frac{1}{2} [\mu_B^-(I) + \mu_B^+(I)], \\ \langle \bar{\mu}_B \rangle &= \frac{1}{N} \sum_n^N \bar{\mu}_B(I_n). \end{aligned}$$

- (b) Bruk MATLAB til å analysere bildene, for eksempel ved en gråtoneanalyse av et horisontalt utsnitt, som vist i figur 12, og bestem $d_i^\pm (i=1,2,3)$ for en konstant verdi av intensiteten, for eksempel valgt lik 50% av toppen til den minste ringen. Estimer usikkerheten.

Bruk kalibreringsdata fra figur 13 til å beregne:

$$\begin{aligned} \bar{B}(I) &= \frac{1}{2} [B_-(I) + B_+(I)], \\ \bar{d}_i(I) &= \frac{1}{2} [d_i^-(I) + d_i^+(I)], \\ \tilde{\mu}_B(I) &= \mu_B[\bar{B}(I), \bar{d}_i(I)], \\ \langle \tilde{\mu}_B \rangle &= \frac{1}{N} \sum_n^N \tilde{\mu}_B(I_n). \end{aligned}$$

- Diskuter usikkerheten og sammenlign din eksperimentelle verdi av Bohr-magnetonet med tabellverdien [CODATA]:

$$\mu_B = 9,274009994(57) \times 10^{-24} \text{ J/T.}$$

V. Referanser

[1] D.J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics* (Pearson, 2005), 2nd ed., ISBN 0-13-191175-9.

APPENDIX

A. Digresjon om betydningen av presisjonsmålinger

For elektronet har man fra partikkelfysikken funnet den eksperimentelle verdien $g_e = 2.002\,319\,304\,361(53)$, som stemmer meget godt med den teoretiske verdien. Ifølge kvanteelektrodynamikken er korreksjonen til laveste orden (“en løkke”) $g_e = 2 + \alpha/\pi \approx 2.002\,32$. *Finstrukturkonstanten* α er gitt av forholdet mellom to fundamentale ladninger: $\alpha^{-1} = (e_p/e)^2 = 137.035\,999\,074(44) \approx 137.0$, der $e = -1.602\,176\,565(35) \times 10^{-19}$ C er elektronets ladning, og Planck-ladningen $e_p = \sqrt{2\varepsilon_0\hbar c} = 1.875\,545\,9 \times 10^{-18}$ C er kun gitt av fundamentale fysiske størrelser: Plancks konstant $\hbar = 6.626\,069\,57 \times 10^{-34}$ Js, permittiviteten $\varepsilon_0 = 8.854\,187\,817\,620 \times 10^{-12}$ F/m til det tomme rom, og lysets hastighet c i denne tilstanden.⁴

Avviket fra den kvantemekaniske verdien $g = 2$ skyldes bl.a. *vakuumsfluktuasjoner*, og viser at kvantefeltteori er nødvendig for å gi en fullverdig og konsistent beskrivelse. Den eksperimentelle verdien av g_e stemmer så godt med Standardmodellen at dette er den beste modellen vi har i fysikken. For tiden er det tilsynelatende et lite statistisk avvik (3.5σ) mellom teori og eksperiment. I beste fall kan dette vise seg å skyldes ny fysikk utenfor Standardmodellen, men i partikkelfysikken krever en “oppdagelse” et avvik på minst 5σ , dvs. at sannynligheten for at avviket skyldes en statistisk fluktusjon er mindre enn 3×10^{-7} .

B. Bestemmelse av frekvensforskjellen $\Delta\nu$

For en gitt bølgelengde λ_a har vi at $n\lambda_a = 2t\cos\theta_{n,a}$ og $(n-1)\lambda_a = 2t\cos\theta_{n-1,a}$, som gir

$$\lambda_a = 2t(\cos\theta_{n,a} - \cos\theta_{n-1,a}).$$

For små vinkler er $r/f = \tan\theta \approx \theta$ og $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$, som innsatt i forrige likning gir

$$\lambda_a = \frac{c}{\nu_a} = \frac{t}{f^2}(r_{n-1,a}^2 - r_{n,a}^2). \quad (15)$$

Vi merker oss at differansen mellom kvadratene av radiene for to hosliggende ringer er konstant.

Helt tilsvarende finner vi for to linjer av samme orden n , men forskjellige bølgelengder λ_a og λ_b og frekvenser ν_a og ν_b at

$$\Delta\nu = \nu_a - \nu_b = \frac{\nu_a\nu_b t}{cf^2 n}(r_{n,a}^2 - r_{n,b}^2). \quad (16)$$

Vi må kvitte oss med det ukjente tallet n ($\sim 10^4$). Vi starter med å sette inn ν_b fra ligning (15) i ligning (16):

$$\Delta\nu = \frac{\nu_a}{n} \frac{r_{n,a}^2 - r_{n,b}^2}{r_{n-1,b}^2 - r_{n,b}^2}$$

I dette uttrykket kan vi tillate oss å sette $\nu_a/n \approx c/2t$, slik at vi sitter igjen med et uttrykk hvor kun diametrene $d_1 = 2r_{n,b} < d_2 = 2r_{n,a} < d_3 = 2r_{n-1,b}$ til de tre innerste ringene skal måles:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2t} \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_3^2 - d_1^2}.$$

⁴ Det har hittil ikke vært mulig å påvise at den elektriske konduktiviteten i *kvante-Hall-effekten* avviker fra et helt antall “naturlige” enheter $G_K = 1/R_K = 2\varepsilon_0 c \alpha$. Derfor kan α nå måles “på kjøkkenbenken” med omtrent samme presisjon som i høyenergifysikken.

Til dere som tar kvantefysikk (FYS2140) parallelt med FYS2150: Læreboken (Griffiths) inneholder et delkapittel om Zeeman-effekten, og kan være et nyttig supplement for de som ønsker å sette seg ekstra godt inn i teorien.