

Lab 2 - Strøm og spenning

Candidate 307024

FYS2150, Universitetet i Oslo

(Dated: 2. mars 2020)

Vi har i dette forsøket studert de forskjellige funksjonene til et multimeter; Amperemeter, Voltmeter og Ohmmeter. Det er tydelig at ingen av måleapparatene er feilfrie. I tillegg til at de målte verdiene har usikkerhet, har vi sett at apparatene påvirker kretsen de måler på slik at vi kan ende opp med uriktige verdier. Denne påvirkningen så vi tydelig da vi fikk helt forskjellige verdier for resistansen til motstander da vi målte den på forskjellige måter. For den ene motstanden fant vi ved å måle verdien direkte at resistansen var $R_1 = 10.10 \pm 0.01 \Omega$, mens vi indirekte (ved å måle strøm og spenning og bruke Ohms lov til å finne motstanden) fant den til å være $R_1 = 10.37 \pm 0.06 \Omega$. Her er forskjellen mellom resultatene mer enn fire ganger den største usikkerheten. Vi har funnet eksempelverdier for den interne motstanden i Voltmetre og Amperemetre, tall som kan forklare avviket i de ovennevnte resultatene.

Vi har studert hvordan et oscilloskop eller et Voltmeter kan brukes til å beregne RMS-verdien til et vekselstrømsignal, det vil si hvilken spenning som ved likestrøm ville gitt samme effekt. Dette kalles effektivverdien og er nyttig for å studere signaler som kan ha både positiv og negativ verdi slik at et vanlig aritmetisk gjennomsnitt ikke gir et spesielt nyttig resultat. Særlig for oscilloskopet fikk vi svært nøyaktige verdier som på det beste ikke var mer 0.1% unna det teoretiske resultatet.

Vi har også satt opp en enkel RC-krets som fungerer som et lavpassfilter. Ved å se på hvordan spenningen over kondensatoren endrer seg med frekvensen til input-signalet, klarte vi å bestemme verdien for kapasitansen til kondensatoren til $C = 1.18 \cdot 10^{-7} \text{ F}$, med en usikkerhet på rundt 3-4% av den målte verdien. Vi så også tydelig hvordan denne kretsen demper signaler med høye frekvenser, mens den slipper signaler med lavere frekvens gjennom.

Merk at grunnet et uoppklart problem er nummereringen av tabeller blitt feil. Tabell IV A viser til tabell I, IV B viser til tabell II og IV C viser til tabell III.

I. INTRODUKSJON

Måling av støy, spenning og motstand er svært sentralt i eksperimentell fysikk, ikke bare fordi kunnskap om disse størrelsene og måling av dem er viktige i seg selv, men også fordi instrumenter vi bruker til å måle mange andre størrelser ofte gir elektriske signaler som vi må tolke. Dette gjelder både i vitenskapelige eksperimenter og i industrielle og praktiske anvendelser, eksempelvis i måling av temperatur og trykk.

Vi har i dette eksperimentet sett på egenskapene til multimeter som kan brukes til å måle både spenning, strøm og motstand. Vi har sett på forskjellen mellom å bruke multimetrene til å måle motstand direkte og i stedet måle strøm og spenning for siden å bruke Ohms lov til å beregne motstanden i kretsen. Til sist har vi brukt både multimeter og et oscilloskop til å studere elektriske signaler som er laget av en signalgenerator og brukt de samme redskapene til å se på forskjellige egenskaper ved en RC-krets.

II. TEORI

Ohms lov, som er en god tilnærming for motstandene vi her bruker, sier at spenningsfallet U over en komponent er lik produktet av strømmen I gjennom komponenten og resistansen R til komponenten:

$$U = RI \quad (1)$$

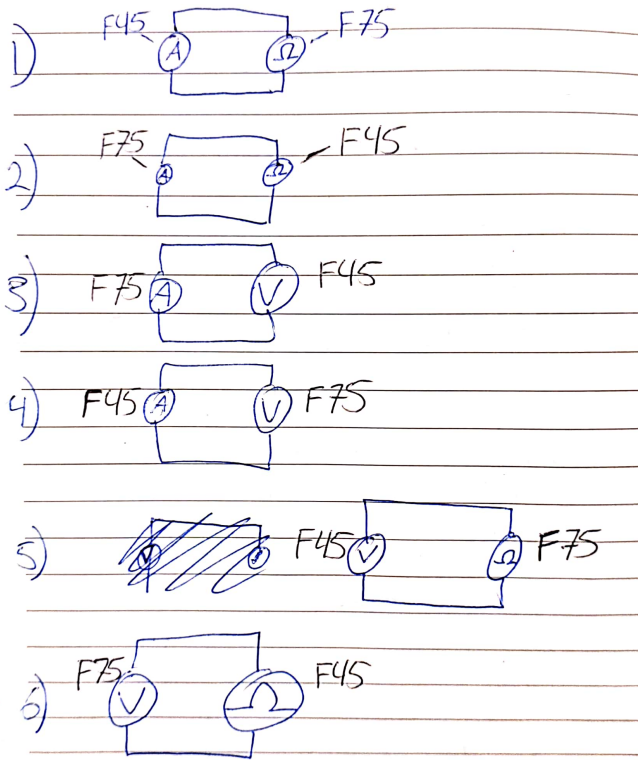
For å behandle signaler digitalt må vi omforme analoge målesignaler til digitale signaler. Da bruker vi en AD/DA-omformer. Her må det bestemmes hvor mye lagringsplass vi setter av til hvert målepunkt, noe som påvirker oppløsningen til det digitale signalet vårt. For en mer utførlig beskrivelse av dette, se [1].

Når vi studerer signaler med vekslende verdi, slik som fra en vekselstrømkilde, er det ofte lønnsomt å bruke RMS (root-mean-square). Dette kalles også effektivverdien til signalet, og forteller hvilken spenning som ved likestrøm ville gitt samme effekt. Dette er spesielt nyttig for signaler som har både positive og negative verdier, slik spenningen i en vekselstrøm ofte har. For mer informasjon, og hvordan man definerer RMS, se [1].

Vi skal også studere en RC-krets som fungerer som et lavpassfilter. For mer informasjon, se [1]. For høye frekvenser kan man vise at følgende relasjon vil gjelde:

$$\log\left(\frac{V_{\text{ut}}}{V_{\text{inn}}}\right) = -\log(\omega) + \log(\omega_0)$$

Her er V_{ut} spenningen over kondensatoren, V_{inn} er spenningen til kilden i kretsen, $\omega = 2\pi f$, der f er signalfrekvensen, og $\omega_0 = 1/(RC)$ er en konstant vi ønsker å finne. Da kan vi bestemme kapasitansen C til kondensatoren dersom vi kjenner resistansen R til motstanden. Denne relasjonen ønsker vi å vise senere i oppgaven.



Figur 1. Kretstegninger som viser hvordan vi har koblet i de forskjellige målingene der multimetrene måler på hverandre. F45 og F75 viser til henholdsvis Fluke 45 og Fluke 75.

III. EKSPERIMENTELT

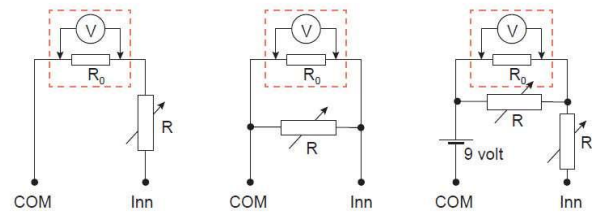
A. Multimeter måler multimeter

Her har vi brukt de to multimetrene, Fluke 45 og Fluke 75, og latt dem måle på hverandre. På den måten har vi målt motstanden til hvert av multimetrene i Voltmeter- og Amperemeterfunksjon, strømmen gjennom dem i Voltmeter- og Ohmmeterfunksjon og spenningen over dem i Amperemeter- og Ohmmeterfunksjon. Kretstegninger er vist i figur 1.

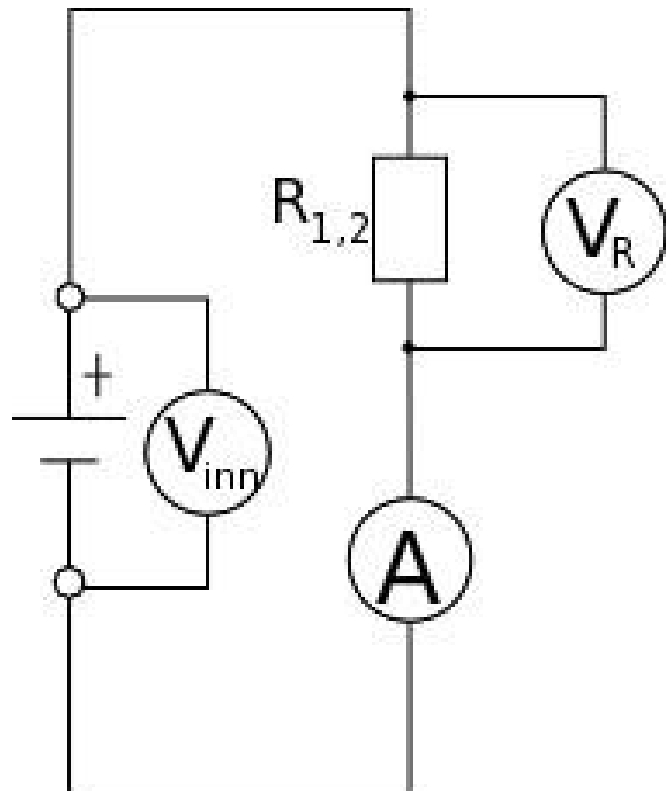
Deretter skal vi studere kretstegningene i figur 2 som viser et Amperemeter, et Voltmeter og et Ohmmeter. Oppgaven er å avgjøre hvilken kretstegning som svarer til hvilken funksjon.

B. Motstand, likestrøm og likespenningsmålinger med multimeter

Her skal vi måle resistansen til to motstander, først direkte med Fluke 45 i Ohmmeterfunksjon og siden ved å bruke begge multimetrene til å måle strøm og spenning i en krets. Dersom vi kjenner strøm og spenning i kretsen kan vi bruke Ohms lov 1 til å beregne motstanden i kretsen. Målepunktene vi bruker for spenning og strøm er vist i kretstegningen i figur 3. Siden vi bare har to



Figur 2. Kretstegning for de tre ulike funksjonene til et multimeter (Amperemeter, Voltmeter og Ohmmeter). Oppgaven er å avgjøre hvilken kretstegning som svarer til hvilken funksjon. Motstandene R med pil gjennom har variabel resistans, mens R_0 er uendret.

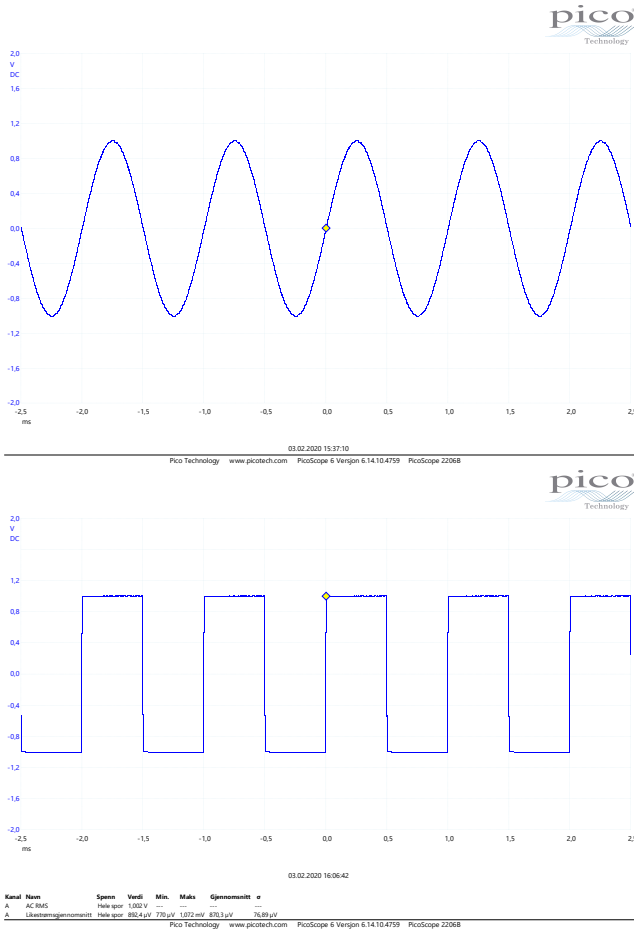


Figur 3. Kretstegning som viser hvordan vi måler strøm og spenning når vi skal bestemme motstandene R_1 og R_2 ved hjelp av Ohms lov. Vi brukte Fluke 45 til å måle strømmen og Fluke 75 til å måle de to spenningene.

multimetre, må vi koble om for å måle alle tre størrelser V_{inn} , V_{ut} og I .

Ohms lov (1 løst for motstand R kan skrives på formen $R = U/I = UI^{-1}$. Usikkerheten i R er da gitt ved

$$\begin{aligned} \Delta R &= R \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta I}{I}\right)^2} \\ &= R \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}, \end{aligned} \quad (2)$$



Figur 4. Sinus- og firkantsignalet brukt til å måle vekselspenning med oscilloskop. Begge siganelene hadde en frekvens på 1 kHz og amplitude 1 V. Resten av innstillingene 500 $\mu\text{s}/\text{div}$, 1 MS, målevindu ± 2 V, AC (vekselstrøm), 12 bit oppløsning i omgjøring fra analogt til digitalt signal.

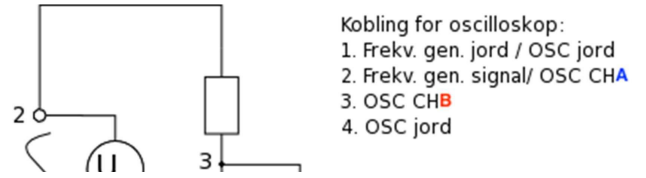
der R er den beregnede resistansen og ΔU og ΔI er måleusikkerhetene i spenning U og strøm I .

C. Vekselspenninger med frekvensgenerator, oscilloskop og multimeter

Her skal vi lage etter tur to varierende spenningssignaler med en signalgenerator. Vi skal bruke et oscilloskop og et multimeter til å måle spenningen fra signalgeneratoren. De to signalene vi brukte i analysen var et sinus- og et firkantsignal. Bilder av signalene med innstillingene som ble brukt finnes i figur 4.

D. Krets med frekvensavhengig respons

Vi har koblet opp en RC-krets som vist i figur 5. Denne vil fungere som et lavpassfilter som filtrerer bort signaler med høye frekvenser mens den lar signaler med lavere



Figur 5. Kretstegning som viser hvordan vi kobler RC-kretsen. Motstanden R er $10\,000 \pm 150\Omega$ (usikkerheten er hentet fra datablad for motstanden).

frekvenser passere, se [1]. For høye frekvenser (tilnærmingen blir bedre og bedre for høyere frekvenser) vil følgende relasjon gjelde mellom forholdet mellom spenning ut og spenning inn og frekvens:

$$\log\left(\frac{V_{\text{ut}}}{V_{\text{inn}}}\right) = -\log(\omega) + \log(\omega_0) \quad (3)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (4)$$

Her er $\omega = 2\pi f$, der f er signalfrekvensen, mens V_{ut} og V_{inn} er størrelsene som er markert på figur 5. C er kapasitansen til kondensatoren og R er resistansen til motstanden.

Likning 4 gir at kapasitansen er gitt ved

$$C = \frac{1}{R\omega_0}. \quad (5)$$

Dette kan skrives $C = R^{-1}\omega_0^{-1}$ som gir at usikkerheten i kapasitansen kan uttrykkes

$$\begin{aligned} \Delta C &= C \sqrt{\left(-1 \frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(-1 \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0}\right)^2} \\ &= C \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \omega_0}{\omega_0}\right)^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

hvor C er den beregnede kapasitansen og ΔR og $\Delta \omega_0$ er måleusikkerhetene i resistans R og konstanten ω_0 .

IV. RESULTATER

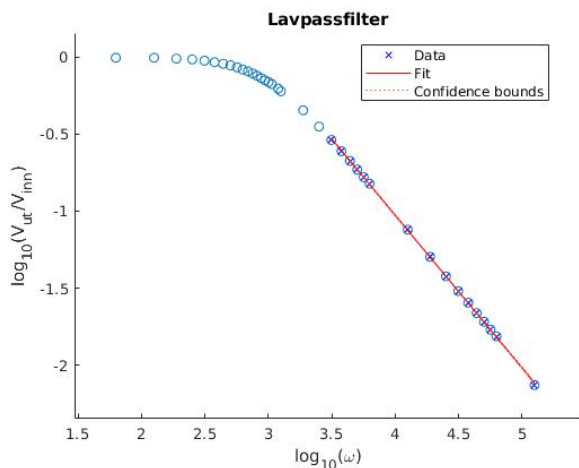
A. Multimeter måler multimeter

Den første delen av eksperimentet, å bruke hvert av multimetrene til å måle på det andre, ga resultatene presentert i tabell IV A.

Den første kretsen i figur 2 svarer til Voltmeterfunksjonen. Den andre svarer til et Amperemeter, og den tredje er et Ohmmeter.

B. Motstand, likestrøm og likespenningsmålinger med multimeter

Ved å måle motstandene R_1 og R_2 direkte fikk vi disse verdiene:



Figur 6. Datapunktene (blått) for måling av spenning og frekvens i RC-kretsen 5. Lineær regresjon (rød linje) på datapunktene som svarer til de høyeste frekvensene. Den lineære tilnærmingen (som gjelder for høye frekvenser) gir at stigningstallet for den røde linja skal bli -1. Tilpasningen her gir stigningstall -0.98879 med en standardfeil på 0.0026743.

- $R1 = 10.10 \pm 0.01 \Omega$
- $R2 = 0.99 \pm 0.02 \text{ M}\Omega$

Ved indirekte måling av motstanden ved Ohms lov fikk vi først verdiene for strøm og spenning som er vist i tabell IV B. Ved likninger 1 og 2 fikk vi da disse verdiene for størrelsene på motstandene:

- $R1 = 10.37 \pm 0.06\Omega$
- $R2 = 0.90 \pm 0.07 \text{ M}\Omega$

C. Vekselspenninger med frekvensgenerator, oscilloskop og multimeter

Resultatene fra målingene på det genererte signalet finnes i tabell IV C.

D. Krets med frekvensavhengig respons

Jeg har brukt måledataene fra filen Lavpass-RC-sorted.mat, målt av foreleser og veiledere. Dataene er presentert i figur 6. Ved lineær regresjon fant jeg at verdien for $\log_{10}(\omega_0)$ var 2.93 med en standard error på 0.01 som jeg bruker videre som usikkerheten i målingen. Ved likninger 5 og 6 gir dette en kapasitans på $C = 1.18 \cdot 10^{-7} \pm 4 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, der jeg har brukt at usikkerheten i R er $\Delta R = 150\Omega$.

V. DISKUSJON

A. Multimeter måler multimeter

I figur 2 viser den første kretsen et enkelt Voltmeter. Kretsen er koblet i parallell og vi ønsker å bestemme spenningsfallet V_0 mellom Inn og COM. Strømmen sendes gjennom kretsen og ved å måle spenningsfallet V over R_0 kan man bestemme V_0 :

$$I = \frac{V_0}{R_0 + R} = \frac{V}{R_0} V_0 = V \frac{R_0 + R}{R_0}$$

Følsomheten for V er gitt, men ved å øke verdien for R kan vi måle større og større spenninger.

Den andre kretsen i figuren viser et enkelt Amperemeter. Vi kan velge en liten R , slik at spenningsfallet over apparatet blir lite, og når vi kjenner resistansen til begge motstandene kan vi finne strømmen ved:

$$I = \frac{V}{R} + \frac{V}{R_0}$$

Ved å endre R kan man endre følsomheten til apparatet og tilpasse det ønskede måleområder.

Den tredje kretsen i figuren svarer til et Ohmmeter. Her settes det på en spenning, og resten av kretsen fungerer som et kombinert Voltmeter og Amperemeter. På den måten finner vi strømmen gjennom kretsen samt spenningsfallet over den ukjente motstanden hvilket lar oss bestemme resistansen ved hjelp av Ohms lov.

Av tabell IV A kan man lese av typiske motstander for de forskjellige kretsene. Vi ser at motstanden gjennom multimeterne i Amperemeterfunksjon er ca 6ω og 11ω . Vi ønsker at motstanden gjennom et Amperemeter skal være så liten som mulig for å unngå et spenningsfall over måleinstrumentet. Siden resistansene ikke er null, kan apparatene ha merkbare påvirkninger på kretsen de måler på dersom resten av motstandene i kretsen ikke er store i forhold til motstanden til måleapparatet. Det virker som at Fluke 75 har mindre resistans enn Fluke 45, men Fluke 45 (som er et lab-multimeter) har høyere oppløsning.

Når vi lar et Amperemeter og et Voltmeter måle på hverandre, blir begge målingene (tilnærmet) null. Det er fordi det da ikke er noen spenningskilde i kretsen. De eneste tilfellene hvor det går strøm i kretsen er når det ene av måleapparatene er et Ohmmeter. Et Ohmmeter setter selv på en spenning på kretsen, det må det gjøre for å kunne bestemme motstanden vi prøver å måle. Amperemetre og Voltmetre kobles på i kretser der vi allerede har en ekstern spenningskilde som får det til å gå strøm i kretsen.

Av målinger 5 og 6 ser vi at motstanden til multimeterne i Voltmeter-funksjon er $10\text{--}11 \text{ M}\Omega$. Vi ønsker at motstanden gjennom et voltmeter skal være så stor som mulig, slik at ingen strøm går gjennom det når vi kobler det i parallell med kretsen vi ønsker å måle på. Her er motstanden til Fluke 75 størst, som i utgangspunktet er det vi ønsker. Vi må likevel huske på at det ikke

er teoretisk mulig å lage et Amperemeter med null motstand eller et Voltmeter med uendelig motstand. Selv om dette er det vi ønsker, må vi gjøre en avveining mellom hvor mye apparatene påvirker kretsen og hvor følsomme apparatene skal være.

Det er katastrofalt dersom man kobler et multimeter i Amperemeterfunksjon direkte på en spenningskilde fordi motstanden i Amperemeteret er veldig liten. Strømmen gjennom apparatet blir derfor stor, og effekten $P = UI$ blir stor, noe som kan skade komponentene, og kanskje også kortslutte kretsen.

B. Motstand, likestrøm og likespenningsmålinger med multimeter

Fra resultatene ser vi at vi fikk betydelig lavere usikkerhet ved å måle resistansen direkte, enn det vi gjorde ved å måle strøm og spenning for så å anvende Ohms lov. Dette er fornuftig ettersom vi ved den indirekte metoden gjør flere målinger, som hver har usikkerheter som siden kombineres. Vi ser at verdiene for R2 såvidt overlapper dersom vi tar hensyn til usikkerhetene, mens de to verdiene for R1 ikke overlapper i det hele tatt. Det er grunn til å at den indirekte målingen av R1 blir uriktig fordi resistansen i Amperemeteret ikke er neglisjerbar i forhold til resistansen i motstanden. Dette ser vi tydelig av tabell IV B, der inn-spenningen er mye større enn spenningsfallet over R1. Dette kan forklares ved at vi også har et betydelig spenningsfall over Amperemeteret, og vi ser at de flere måleapparatene tydelig påvirker kretsen.

C. Vekselspanninger med frekvensgenerator, oscilloskop og multimeter

Det virker fra tabell IV C som at alle målinger stemmer godt overens med de teoretiske resultatene (gitt at signalene som blir generert også er riktige). Målingene fra oscilloskopet er nærmere det teoretiske i alle målinger, dette apparatet er nok det mest nøyaktige. For å måle forskyvningen kan vi bruke et Voltmeter eller funksjonen for likestrømsgjennomsnitt i oscilloskopet.

D. Krets med frekvensavhengig respons

Det er tydelig av figur 6 at en logaritmisk fordeling på aksene er fornuftig for å studere dataene. For høye frekvenser er en lineær modell en svært god tilpasning, noe

som viser seg i den lave standardfeilen i lineærtilpasningen og den lave usikkerheten vi til slutt får for kapasitansen. Usikkerheten i verdien vi får for kapasitansen er rundt 3-4% av verdien av kapasitansen.

Vi ser tydelig at signaler med høy frekvens blir filtrert bort. Forholdet V_{ut}/V_{inn} forteller oss hva styrken er på signalene som kommer ut av kretsen i forhold til styrken på signalet idet det kommer inn. Av figur 6 ser vi at for lave frekvenser er dette forholdet ca. 1 ($\log(V_{ut}/V_{inn}) \approx 0$ gir $V_{ut}/V_{inn} \approx 1$) som betyr at signalstyrken blir bevart. For høye frekvenser derimot, blir signalstyrken mer og mer redusert (det viser seg i at forholdet blir mindre og mindre). Signaler med lav frekvens bevares, mens signaler med høy frekvens blir filtrert bort.

Ved å bytte plass på kondensator og motstand i kretsen i figur 5 forventer vi å få et høypassfilter. På samme måte som vi her fant en lineærtilpasning på formen $\log(V_{ut}/V_{inn}) = -\log(\omega) + \log(\omega_0)$ ville vi for et høypassfilter kunne funnet en tilpasning på formen $\log(V_{ut}/V_{inn}) = \log(\omega) - \log(\omega_0)$ CITE. Da vil signaler med lave frekvenser bli dempet, og signaler med høye frekvenser slippe gjennom.

VI. KONKLUSJON

Vi har gjennom dette forsøket fått en forståelse av hvordan måleapparater for å måle spenning, strøm og motstand fungerer, og hva man må tenke på når man velger apparat og målemetode. Det er umulig å måle en krets uten at måleapparatene påvirker kretsen vi måler på. Selv om resultater kan ha lav estimert usikkerhet, må vi tenke gjennom hvilke antakelser vi gjør og hva som kan gjøre at verdien vi måler er uriktig. Målingene i IV B og resultatene som følger for resistansen til de to motstandene er et godt eksempel på det.

Vi har sett på flere metoder vi kan bruke til å måle effektivverdien til en vekselspanning, og studert presisjonen og riktigheten til disse ved å sammenlikne dem med analytiske resultater. Oscilloskopet viste seg å være svært nøyaktig metode.

Vi så også hvordan et lavpassfilter fungerer, og at tilnærmingen $\log(V_{ut}/V_{inn}) = \log(\omega) - \log(\omega_0)$ er god for høye frekvenser. Dersom vi kjenner resistansen til motstanden, kan vi ved å variere signalet og se på effekten det har for spenningen over kondensatoren bestemme kapasitansen til kondensatoren med stor nøyaktighet. Vi bestemte kapasitansen til vår kondensator til $C = 1.18 \cdot 10^{-7}$ F, med en usikkerhet på rundt 3-4% av den målte verdien.

Tabell I. Tabell som viser resultatene av å bruke de to multi-meterne til å måle på hverandre. Målingene merket med * var oppgitt med én desimal mer på måleinstrumentet enn det som er oppgitt her, men det siste sifferet er sløffet fordi det var umulig å avlese da verdien svingte hele tiden. OL står for overload og viser at størrelsen vi prøver å måle er for stor til å vises med denne oppløsningen.

Forsøk #	Spennning, [mV]	Strøm, [mA]	Motstand
1		F45: 0.501	F75: 10.9 Ω
2		F75: 0.81	F45: 5.94 Ω
3	F45: 0.01	F75: 0.00	
4	F75: 0.0	F45: 0.000	
5	F45: 722.4		F75: 10.03 M Ω
	1982.2		OL. Ω
	1979.3		OL Ω
	1426.4		O.L k Ω
	1310.0		OL. k Ω
	722.3		.OL M Ω
6	F75: 1552		F45: 11.10 M Ω *
	1552		11.1 M Ω *
	1552		11.1 M Ω

Tabell II. Tabell som viser resultatene av å bruke de to multi-meterne til å måle strøm og spenning gjennom kretsene i figur 3. Målingen merket med * er avlest for tidlig i forhold til den tiden som multimeter bruker på å stabilisere seg når man måler strøm med største presisjon, og er ikke egnet til å brukes i videre beregninger.

Komponent	Måling	Spennning, [V]	Strøm, [mA]
R1	Spennning inn	1.474 ± 0.007	$68.93 \pm 0.04^*$
	Spennning over R1	0.716 ± 0.004	69.01 ± 0.04
R2	Spennning inn	17.78 ± 0.08	0.018 ± 0.002
	Spennning over R2	17.79 ± 0.08	0.020 ± 0.002

Tabell III. Tabell som viser resultatene av å bruke oscilloskop og multimeter (Fluke 45) til å måle på sinussignal og firkant-signal laget av en signalgenerator.

Apparat	Sinussignal, AC RMS	Sinussignal med forskyvning 1V, likestrømsgjennomsnitt	Firkantsignal, AC RMS
Oscilloskop	$707.1 \text{ mV} \pm 20 \mu\text{V}$	996.7 mV	$1.002 \text{ V} \pm 50 \mu\text{V}$
Multimeter	704.75 mV	996.13 mV	996.75 mV
Analytisk	707.1 mV	1 V	1V