

Mecánica de fluidos

Bogurad Barański Barańska Adrián Teixeira de Uña

20 de febrero de 2024

Índice

1. Tema 1: Fundamentos y propiedades de los fluidos	2
1.1. Hipótesis de medio continuo	2
1.2. Ecuaciones equilibrio termodinámico local	4
1.3. Fuerzas y respuestas en sólidos y fluidos	4
1.4. Mojabilidad	8
2. Tema 2: Cinemática de la partícula fluida	9
2.1. Repaso operador nabla	9
2.2. Conceptos fundamentales	10
2.3. Clasificación flujos	10
2.4. Derivada sustancial, local y convectiva	11
3. Ejercicios resueltos	13
3.1. Tema 1: Fundamentos y propiedades de los fluidos	13
3.2. Tema 2: Cinemática de la partícula fluida	15

1. Tema 1: Fundamentos y propiedades de los fluidos

1.1. Hipótesis de medio continuo

Un fluido se caracteriza por un volumen (V) y una longitud característica (L) donde:

$$L \approx V^{\frac{1}{3}}$$



Figura 1: Magnitudes fundamentales de un fluido.

Como el tamaño de una molécula es de $d_0 \approx 10^{-11}$ a $10^{-10} m$. Por ello, la longitud característica debe ser mucho mayor que d_0 ($L \gg d_0$) para así comprender el número suficiente de moléculas y poder estudiar la mecánica de fluidos de manera macroscópica.

Además, la longitud debe ser suficiente para que exista equilibrio termodinámico local y así poder aplicar las ecuaciones de estado:

- Camino libre medio (λ) de interacción por choque entre moléculas.
 - En líquidos: $\lambda \approx d_o$
 - En gases: $\lambda \gg d_o$

$$L \gg \lambda$$

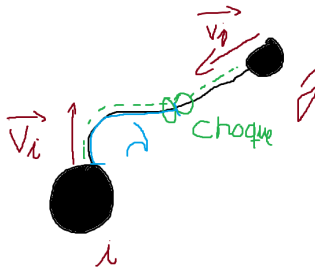


Figura 2: Camino libre medio.

En este fluido, es necesario poder medir:

1. **Densidad:** el diferencial de volumen debe ser una muestra significativa a nivel estadístico.

$$\rho(\vec{r}, t) = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

- El fluido es un gas si: $\rho \neq cte \rightarrow \rho = f(\vec{r}, t)$
- El fluido es un líquido si: $\rho = cte \rightarrow \rho = f(t)$

Si la función depende del tiempo, se dice que está en forma paramétrica.

- Peso específico

$$\gamma = \rho g \rightarrow g : \text{campo gravitatorio} \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

- Densidad relativa

$$\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{ref}}$$

- Líquidos: $\rho_{ref} = \rho_{agua} \approx 10^3 \frac{kg}{m^3}$
- Gases: $\rho_{ref} = \rho_{aire_{CN}} \approx 1 \frac{kg}{m^3}$

2. **Velocidad:**

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} \left[\frac{m}{s} \right]$$

3. **Presión:** Es una magnitud absoluta (siempre mayor que 0):

$$P = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{n})}{dS} = \frac{dF_n}{dS} [Pa]$$

$$1bar = 10^5 Pa$$

$$1atm = 101325 Pa$$

$$1mmHg = \rho_{Hg} gh = 132,32 Pa$$

$$1mca(\text{metros columna agua}) = \rho_{H_2O} gh = 9,8 \cdot 10^3 Pa$$

- Presión manométrica (P_{man}): Se mide normalmente con un manómetro diferencial:

$$P_{man} = P - P_{atm} \rightarrow P > P_{atm}$$

- Presión vacuométrica (P_{vac}): Se mide normalmente con un vacuómetro.

$$P_{vac} = P_{atm} - P \rightarrow P < P_{atm}$$

- Presión de vapor (P_v): Se refiere al equilibrio de fase líquido - gas. Si la presión es menor que la presión de vapor **cavita**.
- Cavitación: Generación de burbujas en el líquido por estar por debajo de la presión de vapor que posteriormente al subir la presión explotan con violencia.

1.2. Ecuaciones equilibrio termodinámico local

En un gas ideal, si las condiciones son subsónicas se cumple que:

$$\frac{P}{\rho} = R_g T \rightarrow R_g \frac{R}{mmr} \rightarrow R = 8,314 \frac{J}{molK}$$

El fluido está en condiciones subsónicas si:

$$|\vec{v}(\vec{r}, t)| < a = \sqrt{\left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{S=cte}}$$

- Ecuación isoentrópica: Procesos rápidos.

$$PV^\alpha = cte$$

- Ecuación isoterma: Procesos lentos.

$$PV = cte$$

1.3. Fuerzas y respuestas en sólidos y fluidos

1. Fuerzas en un fluido:

$$F = f(\Delta \dot{x}) = C \dot{x} \rightarrow C : \text{constante de amortiguamiento}$$

2. Tensión tangencial o de cizalladura(τ):

$$\tau = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_t}{\Delta S} = \frac{dF_t}{dS}$$

3. Viscosidad(μ): En fluidos newtonianos la viscosidad es relativamente constante:

$$\mu = f(T)[Pa \cdot s]$$

$$\tau = \mu \dot{\epsilon} = \mu \frac{\Delta v_n}{\Delta l_n} \rightarrow \dot{\epsilon} \text{ es la velocidad de deformación}[s^{-1}]$$

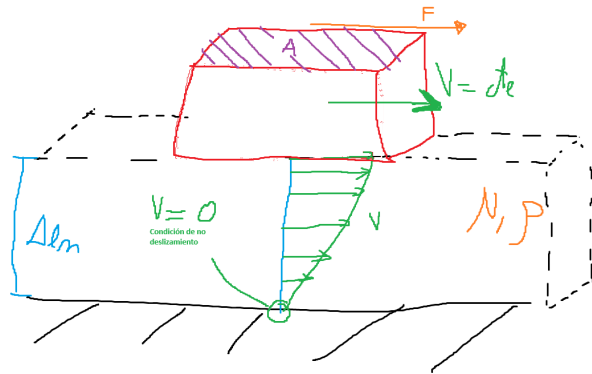
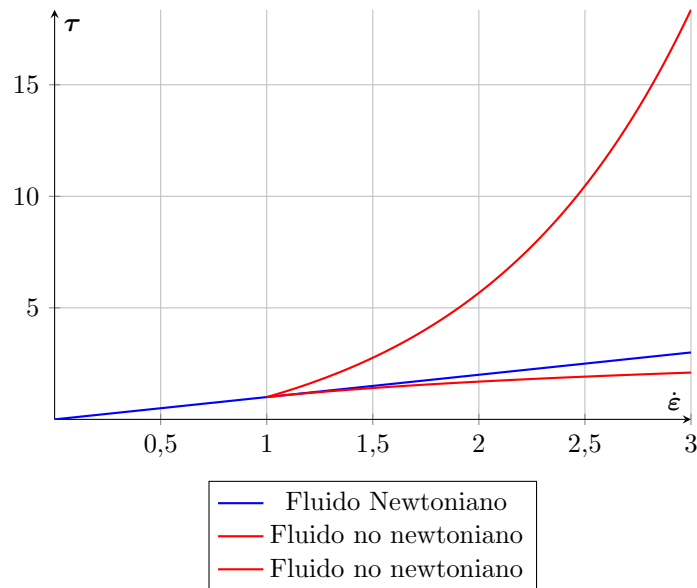


Figura 3: Cálculo de viscosidad.

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{\Delta v_n}{\Delta l_n} = \mu \frac{v - 0}{l_n} = \mu \frac{v}{l_n}$$

En fluidos no newtonianos la viscosidad no es constante:



Viscosidades típicas:

$$\mu_{H_2O} = 10^{-3} Pa \cdot s = 1cP \rightarrow P \text{ Poise}$$

4. Viscosidad cinemática:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{m^2}{s} \right] \rightarrow 1csk = 10^{-6} \left[\frac{m^2}{s} \right] \rightarrow csk \text{ centi-stoke}$$

5. Interfases:

- Vaso grande: Existe intercambio de moléculas en la interfase pero las presiones se equilibran.

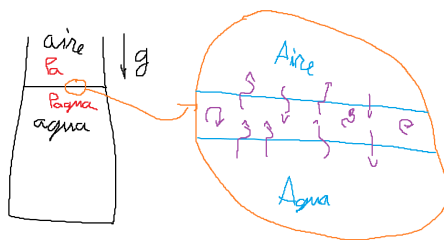


Figura 4: Interfase Vaso grande.

- Vaso pequeño: Existe efecto de la tensión superficial ($\sigma \left[\frac{N}{m} \right]$) descrita mediante la ecuación de Laplace-Young. Solo aplica a fluidos inmiscibles.



$$P_a - P_{liquido} = \sigma K$$

K expresión de la curvatura

$$K = \nabla_s \vec{n} = \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \right)$$

R_i y R_j son radios característicos

Figura 5: Efecto tensión superficial Vaso pequeño

- Zona de efecto: La tensión superficial siempre presenta efectos, no obstante solo se aprecia en una región concreta.

$$\rho g l_c \approx \sigma \rightarrow l_c \approx \left(\frac{\sigma}{\rho g} \right)^{\frac{1}{2}}$$

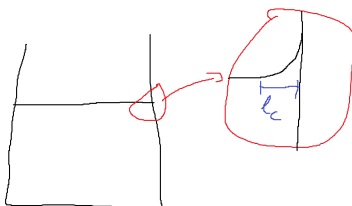
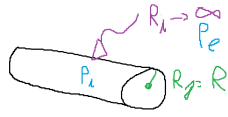


Figura 6: Zona de efecto.

■ Casos particulares

a) Chorro



$$P_i - P_e = \sigma \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \right) = \frac{\sigma}{R}$$

Figura 7: Chorro.

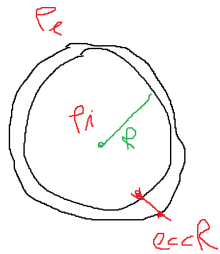
b) Gota



$$P_i - P_e = \sigma \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \right) = \frac{2\sigma}{R}$$

Figura 8: Gota.

c) Pompa



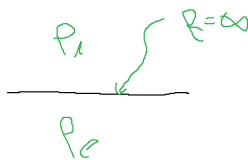
$$P_i - P_m = \frac{2\sigma}{R}$$

$$P_m - P_e = \frac{2\sigma}{R}$$

$$P_i - P_e = \frac{4\sigma}{R}$$

Figura 9: Pompa.

d) Plano



$$P_i - P_e = \sigma \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \right) = 0 \rightarrow P_i = P_e$$

Figura 10: Plano.

1.4. Mojabilidad

- Un líquido no moja a un sólido si $\theta_c \gtrsim 150^\circ$. Sólido hidrofóbico.
- Un líquido moja a un sólido si $\theta_c \lesssim 45^\circ$. Sólido hidrofílico totalmente.



Figura 11: Mojabilidad.

2. Tema 2: Cinemática de la partícula fluida

2.1. Repaso operador nabla

En cartesianas nabla se define como:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

- Aplicado a un campo escalar $\Phi = f(x, y, z)$

- Operador gradiente

$$\vec{\nabla} \Phi = \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) \Phi$$

No es un operador conmutativo.

- Laplaciano:

$$\vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

- Aplicado a un campo vectorial $\vec{\Phi} = \phi_x(x, y, z) \vec{i} + \phi_y(x, y, z) \vec{j} + \phi_z(x, y, z) \vec{z}$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\Phi} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$$

- Rotacional

$$\vec{\nabla} \times \vec{\Phi} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \phi_x & \phi_y & \phi_z \end{vmatrix}$$

- Gradiente

$$\vec{\nabla} \vec{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} & \frac{\partial \phi_x}{\partial y} & \frac{\partial \phi_x}{\partial z} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial x} & \frac{\partial \phi_y}{\partial y} & \frac{\partial \phi_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \phi_z}{\partial x} & \frac{\partial \phi_z}{\partial y} & \frac{\partial \phi_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

- Relaciones algebraicas

1. $\vec{\nabla}(\varphi\phi) = \varphi \vec{\nabla}\phi + \phi \vec{\nabla}\varphi$
2. $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\phi) = 0$
3. $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{\Phi}) = 0$
4. $(\vec{\Phi} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\Phi} = \vec{\nabla} \frac{|\vec{\Phi}|^2}{2} - \vec{\Phi} \times (\vec{\Phi} \cdot \vec{\nabla})$

2.2. Conceptos fundamentales

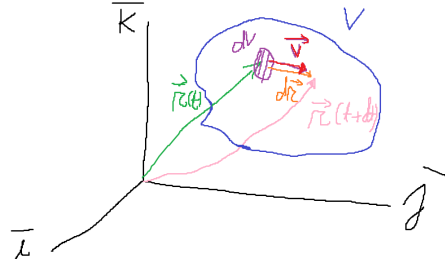


Figura 12: Magnitudes fundamentales.

1. **Trayectoria:** Se determina el vector posición a partir de la velocidad. Esta ligada al enfoque lagrangiano. Tiene realidad física.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow \vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$$

2. **Senda:** Camino que se recorre. Es independiente del tiempo y se obtiene eliminando el tiempo t de la trayectoria. Tiene realidad física.
3. **Línea de corriente:** No tiene realidad física. Se basa en el enfoque euleriano.

$$d\vec{r}/\vec{v}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \rightarrow d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$\text{Si } d\vec{r}/\vec{v} \rightarrow \vec{v} \times d\vec{r} = 0 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ dx & dy & dz \end{vmatrix} = (v_y dz - v_z dy)\vec{i} + (v_z dx - v_x dz)\vec{j} + (v_x dy - v_y dx)\vec{k}$$

$$\therefore \frac{dz}{v_z} = \frac{dy}{v_y} \Leftrightarrow \frac{dz}{v_z} = \frac{dx}{v_x} \Leftrightarrow \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}$$

2.3. Clasificación flujos

1. Enfoque elección de coordenadas

- a) Lagrangiano: Enfoque de seguir a la partícula.

$$\vec{v} = \vec{v}(t(\vec{r})) = \vec{v}(t)$$

- b) Euclídeo: Enfoque de centrarse en el espacio.

$$\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t) = v_x(x, y, z, t)\vec{i} + v_y(x, y, z, t)\vec{j} + v_z(x, y, z, t)\vec{k}$$

2. Dirección

- a) 3 direcciones $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:
 - Campo vectorial tridireccional.
- b) 2 direcciones (\vec{i}, \vec{k}) :
 - Campo vectorial bidireccional.
- c) 1 dirección (\vec{j}) :
 - Campo vectorial unidireccional.

3. Espacio

- a) Si alguna componente depende de x, y, z:
 - Campo vectorial tridimensional.
- b) Si ninguna componente depende de x, y o z:
 - Campo vectorial bidimensional.
- c) Si todas las componentes dependen de x, y o z:
 - Campo vectorial unidimensional o monodimensional.
- d) Si ninguna componente depende de x, y, z:
 - Campo vectorial uniforme o homogéneo.

4. Tiempo

- a) Si alguna componente depende del tiempo:
 - Campo vectorial no estacionario o transitorio.
- b) Si ninguna componente depende del tiempo:
 - Campo vectorial estacionario.

2.4. Derivada sustancial, local y convectiva

Al operador diferencial de variación temporal se le denomina derivada sustancial, total o material:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})$$

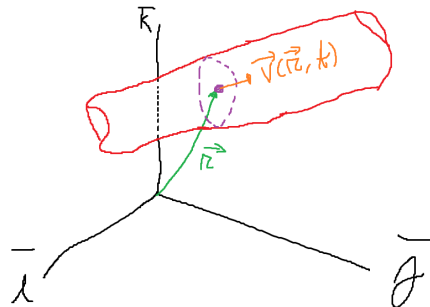


Figura 13: Derivada sustancial.

Sea $\phi = f(\vec{r}, t)$ y $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$d\phi = \phi(\vec{r} + d\vec{r}, t + dt) - \phi(\vec{r}, t) = dx \frac{\partial \phi}{\partial x} + dy \frac{\partial \phi}{\partial y} + dz \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial t} dt = d\vec{r} \cdot \vec{\nabla} \phi + \frac{\partial \phi}{\partial t} dt$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \phi + \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

■ Derivada convectiva: $\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \phi$

■ Derivada local o temporal: $\frac{\partial \phi}{\partial t}$

■ Si $\phi = \vec{v}$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

• Aceleración convectiva: $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = \vec{\nabla} \frac{|\vec{v}|^2}{2} - \vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v})$$

◦ Aceleración modular o debida a cambios temporales de la velocidad: $\vec{\nabla} \frac{|\vec{v}|^2}{2}$

◦ Aceleración direccional: $-\vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v})$

◊ Vorticidad: $\vec{\omega} = (\vec{\nabla} \times \vec{v})$

• Aceleración local: $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$

3. Ejercicios resueltos

3.1. Tema 1: Fundamentos y propiedades de los fluidos

1. Obtener el ángulo de mojabilidad θ_c

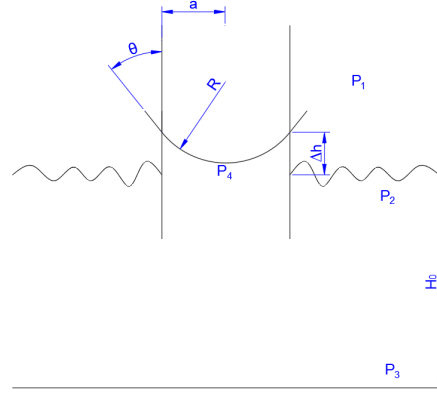


Figura 14: Esquema del problema.

$$\begin{aligned}
 P_2 &= P_1 = P_a \\
 P_2 &= \rho g H_0 = P_3 \\
 P_3 &= P_4 + \rho g (H_0 + \Delta h) \\
 P_1 - P_4 &= \frac{2\sigma}{R} \\
 \frac{2\sigma}{R} &= \rho g \Delta h \\
 R \cos(\theta_c) &= a \\
 \theta_c &= \arccos\left(\frac{a \rho g \Delta h}{2\sigma}\right)
 \end{aligned}$$

2. En el pueblo de Aisa se ha instalado un nuevo sistema de presión para el abastecimiento de agua del municipio. El agua procedente de un manantial es impulsado por una bomba y se almacena en un depósito sobrepresor. Para controlar la presión del agua a la entrada y salida de la bomba se han montado un vacuómetro y un manómetro en los puntos de interés. Cuando el vacuómetro marca 0.75 bares y el manómetro marca 4.2 bares, ¿cuál será el valor de la presión absoluta?. ¿Existe riesgo de cavitación en algún punto de la conducción?. Datos: $p_{atm} = 816,91$ hPa; $p_v = 159856$ Pa.

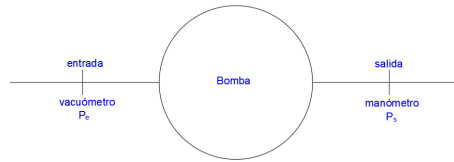


Figura 15: Esquema bomba de agua.

$$\begin{aligned}
 P_v &= P_{atm} - P_e \\
 P_m &= P_s - P_{atm} \\
 P_e &= 81691 - 75000 = 6691 Pa \\
 P_s &= 81691 + 420000 = 501691 Pa \\
 &\text{Existe cavitación a la} \\
 &\text{entrada.}
 \end{aligned}$$

3. La presión en un punto de un fluido ($\rho = 1234 \frac{kg}{m^3}$) alcanza el valor de 3 bares. Expresar el valor de la presión en milímetros de mercurio (cm Hg) y en columna de metros de agua (m.c.a.). Datos: $\rho_{Hg,rel} = 13,6$

$$\rho = 1234 \frac{kg}{m^3}$$

$$P = 3 \cdot 10^5 Pa$$

$$1mmHg = \rho_{Hg}gh = 13,6 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 10^{-3}m = 133,416Pa$$

$$1mca = \rho_{H_2O}gh = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 1m = 9810Pa$$

4. Sobre una superficie de $4000 cm^2$, orientada en el espacio por su vector normal $\vec{n} = \vec{k}$, está actuando una fuerza $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$ (N). Calcular la componente normal de la fuerza y la presión que está soportando la superficie

$$S = 4000cm^2 = 0,4m^2$$

$$\vec{n} = \vec{k}$$

$$\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k} \rightarrow F_n = 3N$$

$$P = \frac{F_n}{S} = \frac{3N}{0,4m^2} = 7,5Pa$$

5. Sabiendo que un fluido tiene una densidad de $0,627 \frac{kg}{l}$ y que su coeficiente de viscosidad absoluta es 1.2 cP, calcular su viscosidad cinemática. ¿Cuál es su densidad relativa si consideramos el agua como fluido de referencia?. Datos $\rho_{agua} = 999,8 \frac{kg}{m^3}$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1,2cP \cdot \frac{10^{-3}Pa \cdot s}{1cP}}{0,627 \frac{kg}{l} \cdot \frac{10^3l}{m^3}} = 1,91 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

$$\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} = \frac{0,627 \frac{kg}{l} \cdot \frac{10^3l}{m^3}}{999,8 \frac{kg}{m^3}} = 6,27 \cdot 10^{-1}$$

6. En la Figura se muestra un bloque, de bases paralelas con dimensiones 0,3 m x 0,6 m y altura 0,1 m, de densidad $1800 \frac{kg}{m^3}$, que desliza con una velocidad constante de $1 \frac{m}{s}$ a la largo de un plano inclinado debido a la acción de las fuerzas gravitacionales tangenciales al mismo. Entre dicho plano y el bloque hay una película de aceite de espesor 1 mm. Aplicando equilibrio de fuerzas, calcular la viscosidad del aceite en Po.

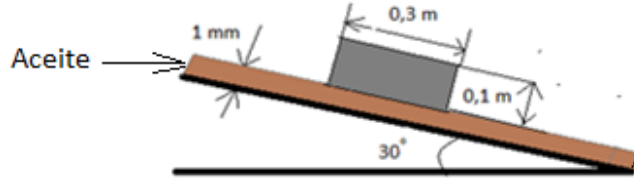


Figura 16: Esquema del bloque deslizando por el plano inclinado.

$$F_n = mgsen\alpha$$

$$F_n = \rho Vgsen\alpha$$

$$\tau = \mu \frac{v}{e} = \frac{F_n}{S} = \rho hgsen\alpha$$

$$\mu = \frac{e\rho hgsen\alpha}{v} = \frac{10^{-3}m \cdot 1800 \frac{kg}{m^3} \cdot 0,1m \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot sen(30^\circ)}{1 \frac{m}{s}} = 0,8829Pa \cdot s \frac{1P}{0,1Pa \cdot s} = 8,83P$$

3.2. Tema 2: Cinemática de la partícula fluida

1. Dado el campo de velocidades de un flujo

$$\vec{v} = 4\cos(\omega t)x\vec{i} - 2\cos(\omega t)y\vec{j} - 2\cos(\omega t)z\vec{k}$$

- a) Indicar el tipo de flujo

Flujo tridireccional, tridimensional y transitorio.

- b) La ecuación de la trayectoria si en $t = 0s$ se encuentra en (x_0, y_0, z_0)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$v_x = 4\cos(\omega t)x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = -2\cos(\omega t)y = \frac{dy}{dt}$$

$$v_z = -2\cos(\omega t)z = \frac{dz}{dt}$$

$$\ln x|_0^t = \frac{4sen(\omega t)}{\omega} \Big|_0^t \rightarrow x = x_0 e^{\frac{4sen(\omega t)}{\omega}}$$

$$y = y_0 e^{\frac{-2\text{sen}(\omega t)}{\omega}}$$

$$z = z_0 e^{\frac{-2\text{sen}(\omega t)}{\omega}}$$

c) La ecuación de las sendas

$$\ln \frac{x}{x_0} = \frac{4\text{sen}(\omega t)}{\omega}$$

$$\ln \frac{y}{y_0} = \frac{-2\text{sen}(\omega t)}{\omega}$$

$$\ln \frac{z}{z_0} = \frac{-2\text{sen}(\omega t)}{\omega}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{x}{x_0} = -\ln \frac{y}{y_0} \rightarrow xy^2 = x_0 y_0^2$$

$$\ln \frac{y}{z_0} = \ln \frac{y}{y_0} \rightarrow yz_0 = zy_0$$

d) Las líneas de corriente en un instante t

$$\frac{dz}{v_z} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dx}{v_x}$$

$$\frac{dy}{-2\cos(\omega t)y} = \frac{dz}{-2\cos(\omega t)z} \rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z} \rightarrow \ln z = \ln y + C_0 \rightarrow z = C_{00}y$$

$$\frac{dy}{-2\cos(\omega t)y} = \frac{dx}{4\cos(\omega t)x} \rightarrow -\frac{dy}{y} = \frac{dx}{2x} \rightarrow -\ln y = \frac{1}{2} \ln x + C_1 \rightarrow C_{11} = xy^2$$

2. Un campo de velocidades viene dado por $v_x = x^2 - 2y^2$; $v_y = -2xy$

$$\vec{v} = (x^2 - 2y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$$

a) Clasificación del flujo

Flujo bidireccional, bidimensional y estacionario.

b) La expresión de la aceleración total de la partícula fluida

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = v_x \frac{\partial}{\partial x} [v_x \vec{i} + v_y \vec{j}] + v_y \frac{\partial}{\partial y} [v_x \vec{i} + v_y \vec{j}]$$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = \left[v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right] \vec{i} + \left[v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \right] \vec{j}$$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = [(x^2 - 2y^2)2x + 4xy^2] \vec{i} + [(x^2 - 2y^2)(-2y) + 4x^2y] \vec{j}$$

- c)* Aceleración local
- d)* Aceleración convectiva debida al cambio del módulo de la velocidad
- e)* Aceleración convectiva debido al cambio de dirección de la velocidad
- f)* Demostrar que la variación de la densidad a lo largo de una línea de corriente es nula
- g)* Movimiento de la partícula fluida