Apuntes Medidas eléctricas

Bogurad Barañski Barañska   Adrián Teixeira de Uña

1 de junio de 2024

Índice

1. Tema 1: Introducción y generalidades sobre metrología

1.1. Definiciones

1. **Magnitud**: Atributo de un cuerpo que se puede distinguir cualitativamente y determinado cuantitativamente.

2. **Magnitud básica**: Magnitud que se acepta como independiente.

3. **Magnitud derivada**: Se define en a través de las magnitudes básicas.

4. **Unidad de medida**: Magnitud adoptada por convenio con la que se comparan magnitudes de la misma naturaleza.

5. **Unidad coherente**: Unidad derivada expresada como producto de potencias de unidades básicas.

6. **Sistema de unidades**: Conjunto de unidades básicas y derivadas. Cabe destacar el Sistema Internacional de Unidades que es un sistema coherente de unidades adaptado por la Conferencia General de Pesas y Medidas.

7. **Valor de una magnitud**: Expresión cuantitativa de una magnitud. Se expresa como una unidad de medida multiplicada por un número.

8. **Valor verdadero**: Valor que se obtendría a través de una medición perfecta de una magnitud. Este valor nunca se puede determinar, todas las medidas introducen incertidumbre.

9. **Valor convencionalmente verdadero**: Valor más probable que toma una magnitud. Se debe acompañar con su incertidumbre. Normalmente se corresponde con la media.

10. **Medida**: Conjunto de operaciones para determinar el valor de una magnitud.

11. **Medición general**: Se determina el valor de una magnitud sobre la que se realiza alguna acción de control. Se realiza mediante aparatos convencionales.

12. **Medición metrológica**: Procedimiento plenamente especificado con el fin de calibrar o verificar un aparato. Se requieren aparatos patrones.

13. **Mensurando**: Magnitud sometida a medición.

14. **Magnitud de influencia**: Magnitudes que no son el objetivo de la medida pero alteran la medición.

15. **Señal de medida**: Magnitud que mantiene una relación funcional con el mensurando y lo representa.

16. **Cadena de medida**: Conjunto de instrumentos y personas que intervienen en una medición.

17. **Valor nominal**: Valor aproximado de una característica de un instrumento.

18. **Campo de medida (CM)**: Valor máximo que puede indicar un aparato.

19. **Rango de medida**: Intervalo en el que el error debido al instrumento de medida se mantiene en unos límites especificados.

20. **Constante de medida**: Número por el que debe multiplicarse la medida de un instrumento para obtener el valor del mensurando.

    Normalmente en un aparato analógico:

$$k_m = \frac{CM}{Divisiones}$$

21. **Estabilidad**: Aptitud de un instrumento para mantener constantes sus características a lo largo del tiempo.

22. **Transparencia**: Aptitud de un instrumento para no alterar el mensurando.

23. **Deriva**: Variación lenta de una característica del instrumento por el paso del tiempo, mal uso o desgaste.

24. **Zona muerta**: Máxima variación de la señal de entrada sin que se perciba respuesta en la salida.

25. **Sensibilidad**: Variación de la salida ante un incremento de la entrada. No tienen porque ser siempre iguales.

$$S(x) = \frac{dx}{dy} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

26. **Resolución**: Menor diferencia que puede apreciarse en un aparato de manera significativa.

    - En un aparato analógico suele tomarse como E/2 y como máximo E/4 donde E es una división de escala.
    - En un aparato digital se suele tomar su dígito menos significativo.

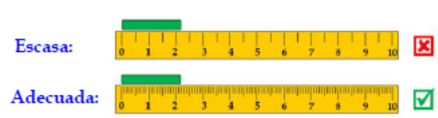


Figura 1: Comparativa de resoluciones

27. **Veracidad**: Concordancia entre la media de un conjunto de medidas y un valor de referencia. Normalmente se comprueba si un valor nominal es correcto.

28. **Precisión**: Capacidad de un instrumento para dar valores agrupados al repetir medidas.

29. **Exactitud**: Grado de concordancia entre un valor medido y el verdadero. Requiere veracidad y precisión.

30. **Sesgo**: Diferencia entre la media de las medidas y el valor de referencia.

31. **Linealidad**: Indica la evolución del sesgo a lo largo del campo de medida del aparato.

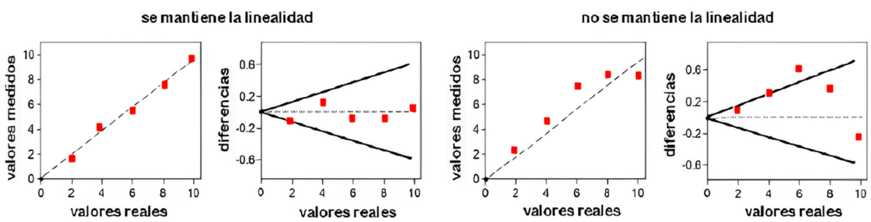


Figura 2: Comparativa de resoluciones

32. **Índice de clase**: Número que informa sobre la exactitud de un aparato según su calidad metrológica. El índice se define como:

$$C_A = \frac{100\alpha}{CM} \rightarrow \alpha = \text{ Error absoluto máximo}$$

Como el índice solo da información del error absoluto, el punto donde se calcula es aquel en el que el error relativo es mínimo. Viéndolo gráficamente:

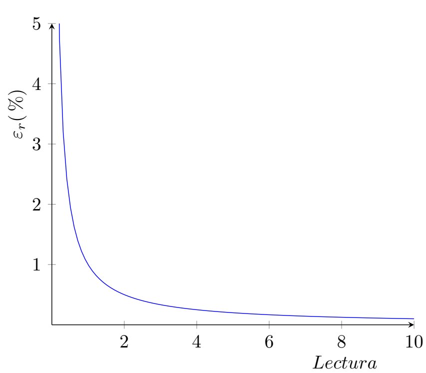


Figura 3: Error de un aparato a lo largo del campo de medida

Este índice sirve para evaluar la incertidumbre intrínseca de un instrumento de medida.

	Laboratorio	**Uso industrial**	**Indicadores**
C_A	0.05 - 0.1 - 0.2 - 0.5	1 - 1.5 - 2.5	5

Cuadro 1: Tabla de clases de aparatos

En aparatos digitales la clase también suele incluir un termino proporcional a la lectura del aparato:

$$C_D = X\,\%CM + Y\,\%L$$

33. **Incertidumbre de medida**: Parámetro asociado al resultado de una medición. Caracteriza la dispersión de los valores. Se expresa acompañando a la medida mediante la incertidumbre expandida (normalmente k=2).

$$U(x) = ku(X)$$

- $U(x) \to$ Incertidumbre expandida
- $k \to$ Factor de cobertura. Mide el nivel de confianza sobre el mensurando.

k	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Porcentaje datos	68.27 %	95.45 %	99.73 %	99.994 %	99.99994 %

Cuadro 2: Tabla de intervalos de cobertura

- $u(x) \to$ Incertidumbre sin expandir.

Normalmente la incertidumbre es el resultado de combinar diferentes componentes y se emplea para comparar la calidad de las medidas.

34. **Error de medida**: Diferencia entre el resultado de una medición y el valor real del mensurando.

35. **Error aleatorio**: Diferencia entre el resultado de una medición y la media de infinitas medidas en condiciones de repetibilidad.

    Para minimizar este error se deben emplear múltiples medidas y utilizar la media aritmética como estimador de la medición.

36. **Error sistemático**: Diferencia entre la media de infinitas medidas realizadas en condiciones de repetibilidad y el valor verdadero del mensurando.

    Si se conoce la causa del error puede eliminarse aplicando correcciones.

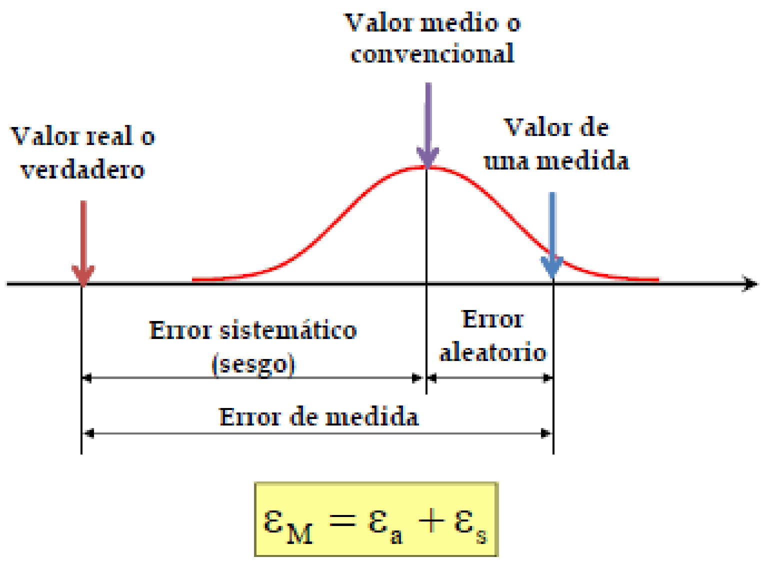


Figura 4: Errores representados gráficamente

37. **Tolerancia**: Intervalo de valores dentro del cual debe situarse el valor real de una magnitud para que se acepte como válida. Es un indicador de un elemento. Si el limite superior LSE e inferior LIE se encuentran equidistantes al valor nominal:

$$T = \pm\frac{LSE - LIE}{2}$$

1.2. Ley propagación de incertidumbres

1. Medidas independientes: Las variables x_i son independientes entre sí:

$$y = f(x_1, x_2, \ ... \ , x_n)$$

$$u_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} u_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} u_2\right)^2 + ... + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u_i\right)^2$$

Tras hallar la incertidumbre a través de las incertidumbres sin expandir se expande mediante k.

2. Medidas correlacionadas: Cuando algunas variables están ligadas entre sí:

$$y = f(x_1, x_2, \ ... \ , x_n)$$

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u_i \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_j} r_{ij} u_i u_j$$

Donde r_{ij} son los coeficientes de correlación entre las variables.

3. Mediante errores porcentuales:

   - Producto de variables:
     $$y = x_1 x_2$$
     - Sin correlación:
       $$u_y^2 = (x_2 u_1)^2 + (x_1 u_2)^2$$
       Dividiendo por: $(x_1 x_2)^2$
       $$u_{y(pu)}^2 = u_{1(pu)}^2 + u_{2(pu)}^2$$
     - Con correlación:
       $$u_{y(pu)}^2 = u_{1(pu)}^2 + u_{2(pu)}^2 + 2r u_{1(pu)} u_{2(pu)}$$
   - Cociente de variables:
     $$y = \frac{x_1}{x_2}$$
     - Sin correlación:
       $$u_y^2 = \left(\frac{u_1}{x_2} \right)^2 + \left(\frac{x_1 u_2}{x_2^2} \right)^2$$
       Dividiendo por: $\left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2$
       $$u_{y(pu)}^2 = u_{1(pu)}^2 + u_{2(pu)}^2$$
     - Con correlación:
       $$u_{y(pu)}^2 = u_{1(pu)}^2 + u_{2(pu)}^2 - 2r u_{1(pu)} u_{2(pu)}$$
   - Potencia de una variable:
     $$y = x^n$$
     - Sin correlación:
       $$u_y = n x^{n-1} u_x$$
       Dividiendo por: x^n
       $$u_{y(pu)} = n u_{1(pu)}$$

   Este método, se emplea para evitar el cálculo de derivadas parciales y se aplican combinados.

1.3. Estimación de la incertidumbre

1. Incertidumbres de tipo A: Se basan en datos de resultados experimentales. Se obtiene la media y la incertidumbre a partir de las medidas.
   La incertidumbre es la desviación típica de la media:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$

$$\hat{s} = \sqrt{\sum_{n=1}^{n} \frac{(x_i - x)^2}{n-1}}$$

   - Medidas independientes:

$$u_A^2(\bar{x}) = \frac{\hat{s}^2}{n} \rightarrow u_A(\bar{x}) = \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$$

   - Medidas dependientes:

$$u_A^2(\bar{x}) = \frac{\hat{s}^2}{n} + r\left(\frac{n-1}{n}\right)\hat{s}^2$$

2. Incertidumbres de tipo B: Se basan en datos de mediciones anteriores. Se suele estimar en base al alcance de la medida y al tipo de distribución. Requieren el conocimiento del aparato de medida.

   El valor de α se corresponde con el error absoluto máximo de la clase del aparato. Normalmente si no se dice nada la distribución se asume rectangular.

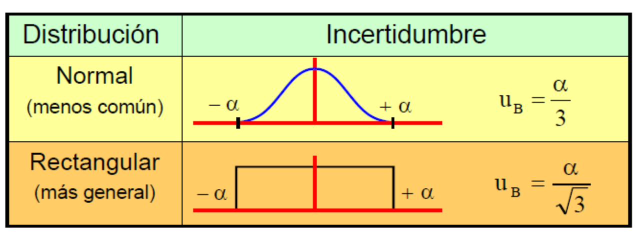


Figura 5: Incertidumbre según la distribución

1.4. Relación tolerancia incertidumbre

Las tolerancias son la base del principio de intercambiabilidad. Para ello, es necesario medir y así saber si una magnitud está en tolerancia. No obstante, si la incertidumbre es incorrecta puede dar lugar a fallos ocultos o falsos fallos.

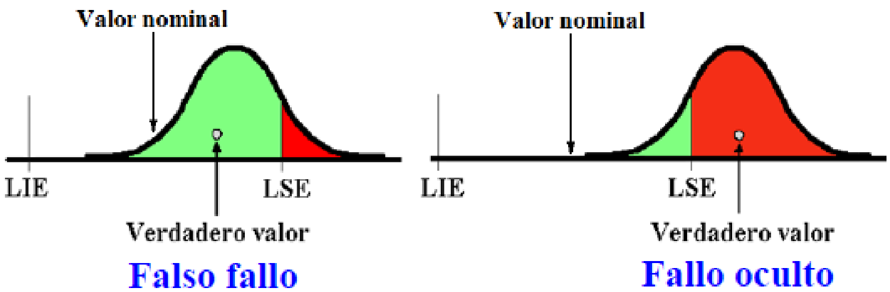


Figura 6: Problemas relación tolerancia incertidumbre

En la práctica se opta por rechazar cualquier mensurando que este fuera de la tolerancia efectiva:

$$T_{eff} = T - 2U$$

Si T está centrada, suele considerarse admisible mantener:

$$3 \leq \frac{T}{U} \leq 10$$

S T no está centrada, entonces:

$$3 \leq \frac{T}{2U} \leq 10$$

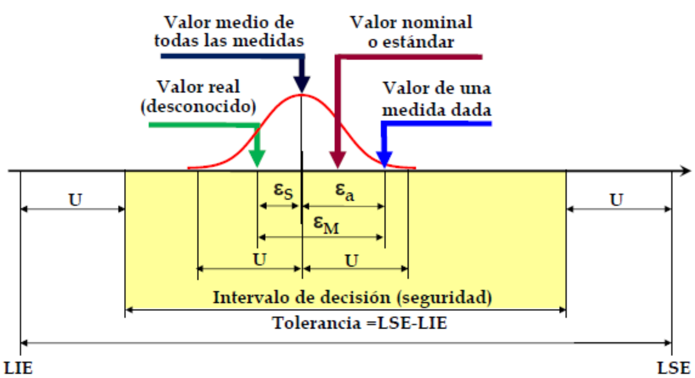


Figura 7: Problemas relación tolerancia incertidumbre

1.5. Resumen magnitudes estudiadas en el bloque

Si existe demasiada resolución las lecturas pueden tener más cifras significativas de las necesaria. No obstante, con poca resolución las variación no serán apreciables.

1. Aparatos analógicos
$$0{,}5 \leq \frac{U(k \geq 2)}{E} \leq 10$$

2. Aparatos digitales
$$0{,}5 \leq \frac{U}{E} = \frac{\alpha}{dms}$$

   Donde dms es el dígito menos significativo.

1.6. Reglas redondeo

1. Si la última cifra es menor a 5 se redondea por defecto.

2. Si la última cifra es mayor a 5 se redondea por exceso.

3. Si la última cifra es 5.

   a) Si la cifra anterior es par se redondea por defecto.

   b) Si la cifra anterior es impar se redondea por exceso.

2. Tema 2: Verificación de equipos de medida eléctricos

2.1. Definiciones

1. **Patrón**: Medida de referencia destinada a definir una unidad de una magnitud. Se usa para detectar desviaciones en aparatos al verificarlos respecto al patrón.

2. **Patrón primario**: Patrones iniciales con los que se comparan los patrones secundarios. Uso muy restringido, destinado a los centros nacionales de metrología.

3. **Patrón secundario**: Se calibran con patrones primarios. Son menos precisos. Se emplean en laboratorios acreditados.

4. **Patrón industrial**: Se calibran con patrones secundarios. Uso en control de calidad.

5. **Trazabilidad**: Resultado de una medición que puede relacionarse con patrones de nivel más alto por medio de una cadena de comparaciones. Permite verificar un resultado.

6. **Calibración**: Operación que establece la relación entre los valores indicados por un patrón y el instrumento a calibrar.

7. **Verificación**: Operación con el fin de comprobar que un instrumento cumple sus especificaciones.

8. **Ajuste**: Acción correctora para evitar que los resultados queden fuera de los valores admisibles.

2.2. Cualidades de los aparatos de medida patrones

Están restringidos a laboratorios y centros nacionales de calibración. Tiene las siguientes características:

- Exactitud muy elevada
- Alta sensibilidad, resolución y linealidad
- Deriva temporal pequeña
- Alta transparencia

En función de la magnitud a medir existen distintos patrones.

- **Patrones de fuerza electromotriz**: Se emplean para medir tensiones con baja incertidumbre.

  1. Pila Weston:
     - Primer patrón de referencia.
     - Su f.e.m es muy estable en el tiempo.
     - Tiene deriva térmica.
     - Si suministran corriente su f.e.m varia.
  2. Diodos Zener:
     - Tensiones más estables.
     - Independiente de la temperatura.

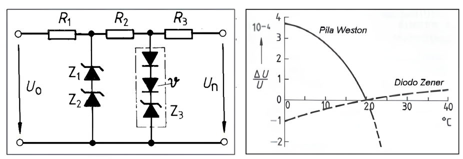


Figura 8: Patrón Zener

- **Patrones de resistencia**: Su clase corresponde a la diferencia en porcentaje entre el valor real y nominal.

  Propiedades:

  - Buena respuesta en frecuencia.
  - Coeficiente de temperatura bajo.
  - f.e.m térmica con el cobre baja.
  - Elevada resistencia mecánica.

  Tipos:

  1. Arrollamiento bifilar: Tiene poca autoinducción, pero presenta elevada capacidad entre conductores. Se emplea para resistencias menores a 100 Ω.

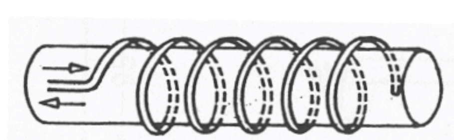


Figura 9: Arrollamiento bifilar

2. Arrollamiento de Wagner: Se divide en secciones para reducir la tensión entre espiras y la capacidad. Se bobina en sentido inverso para reducir la autoinducción. Se fabrican para más de 100 Ω y hasta unos 100 kHz.

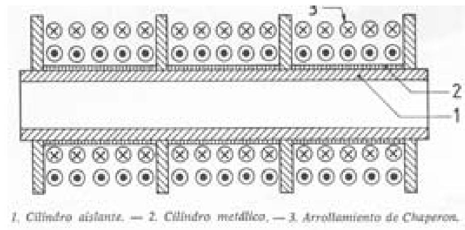


Figura 10: Arrollamiento Wagner

3. Caja de décadas: Su capacidad de ajuste es muy elevada. Resistencias mayores a 10 $k\Omega$ en saltos de múltiplos de 10.

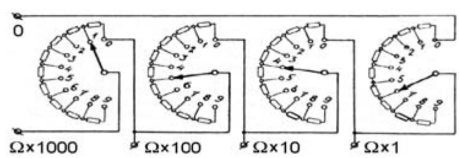


Figura 11: Caja de décadas

- **Patrones de inductancia**: Autoinducción independiente del medio. Baja resistencia óhmnica y bajo coeficiente de temperatura.

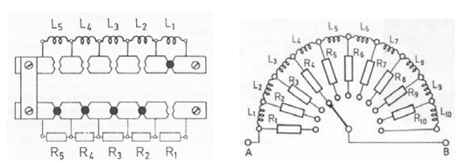
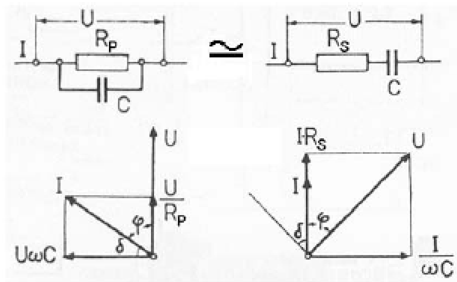
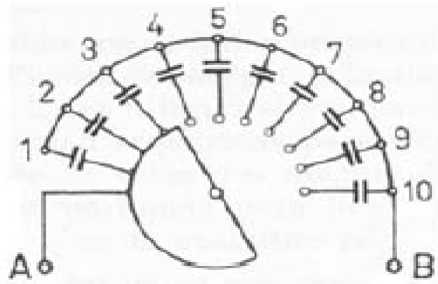


Figura 12: Patrones de inductancia

- **Patrones de capacidad**: Deben reunir las siguientes características:
  1. Gran inmunidad a los campos electromagnéticos ajenos al medio.
  2. Mínima variación a lo largo del tiempo y por efecto de la temperatura.
  3. Capacidad independiente de la frecuencia.
  4. Ángulo de pérdidas bajo: por tener una resistencia interna baja.



(a) Ángulo de pérdidas $tg(\delta)$



(b) Caja de décadas capacitiva

2.3. Verificación de un aparato de medida

Por la presencia de ruido o por el envejecimiento de los instrumentos de medida empiezan a aparecer defectos y es necesaria su calibración.

- La principal causa de incertidumbre proviene del aparato a contrastar (Incertidumbre tipo B).
- La mayor componente de tipo B la introduce el patrón.
- La magnitud debe ser ajustable en el rango del equipo a examen.
- Procedimiento:
  1. Los aparatos se montan para que queden sometidos por igual a la magnitud.
  2. La magnitud se varia a intervalos regulares de modo que sus indicaciones sean siempre divisiones exactas.
  3. Los valores del patrón son los verdaderos.
  4. La diferencia entre las lecturas de los aparatos son las desviaciones.
  5. En cada punto se calcula la desviación típica y la media.
  6. Se elabora un gráfico de correcciones y se elabora un gráfico de calibración.
  7. Conviene repetir al menos diez veces las medidas, cinco en sentido ascendente y cinco en sentido descendente para evitar la histérisis.
  8. Obtener la incertidumbre de contratación.

2.4. Criterio de rechazo de Chauvenet

Se emplea para discriminar datos erróneos fruto de despistes o un error en la toma de datos. Por ello, para evitar distorsiones se supone que los resultados siguen una distribución normal y se rechazan todas las medidas que verifiquen (proceso recursivo):

$$|x_i - \bar{x}| > K(n)\hat{s}$$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
K(n)	1.15	1.38	1.54	1.65	1.73	1.80	1.86	1.92	1.96
n	11	12	13	14	15	20	30	50	100
K(n)	2.00	2.04	2.07	2.10	2.13	2.24	2.40	2.57	2.81

Cuadro 3: Tabla factor K(n)

2.5. Resultados de una verificación

Se emplean gráficos de diferencias para mostrar la linealidad y el sesgo.

Diferencia = Lectura del aparato a verificar - lectura del patrón

Corrección = - Diferencia

1. <u>**Curva de diferencias absolutas**</u>: Da la corrección a introducir en las lecturas del aparato contrastado. **No debe unirse el cero de la escala con el primer punto de la calibración** para no asumir un error en una zona de alta incertidumbre.

   Medida = lectura + corrección

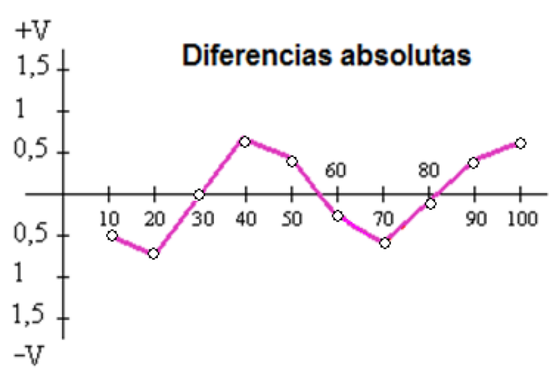


Figura 14: Gráfica diferencias absolutas

2. **Curva de diferencias relativas**: Permite valorar la importancia de cada error con respecto a la lectura. Los puntos se aproximan al eje conforme se avanza en el campo de medida.

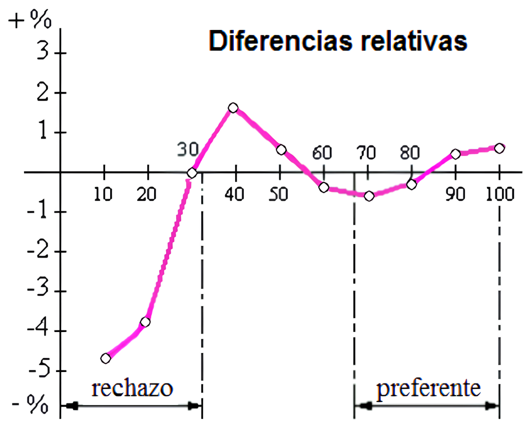


Figura 15: Gráfica diferencias relativas

2.6. Incertidumbre de contraste

$$U_c = \text{máx}\left[k_c\sqrt{\frac{t^2 s_{ci}^2}{n_c} + \left(\frac{\Delta_i}{3}\right)^2 + u_p^2 + u_{RC}^2 + \text{Términos adicionales}}\right]$$

- k_c es el factor de cobertura.
- El factor t se obtiene de la tabla t student, si $n_c < 10$:

Número de medidas	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Factor t	7.0	2.3	1.7	1.4	1.3	1.3	1.2	1.2	1.1

Cuadro 4: Tabla factor t student

- s_{ci} es la desviación típica del punto de la escala i.
- Δ_i es la diferencia respecto al patrón en el punto i.
- u_p incertidumbre sin expandir del aparato patrón: $u_p = \dfrac{\alpha_p}{\sqrt{3}}$
- u_{RC} componente debida a la resolución del aparato contrastado.

- Analógicos

$$u_{RC} = \frac{E}{2\sqrt{3}} \text{ o } u_{RC} = \frac{E}{4\sqrt{3}}$$

- Digitales

$$u_{RC} = \frac{Ndms}{2\sqrt{3}}$$

- E es la división de una escala
- N es un valor proporcionado por el fabricante. Normalmente $N = 1$
- dms dígito menos significativo.

2.7. Clase de un aparato verificado

El índice de clase facilita calcular incertidumbres. Permite fijar un límite de error máximo.

$$Clase = 100\frac{U_c(k=2)}{CM}$$

2.8. Incertidumbre de la medida

La incertidumbre al medir con el aparato calibrado será, donde el subíndice M denota de la muestra:

$$U_M = k_M \sqrt{u_c^2 + t^2\frac{s_M^2}{n_m} + \text{términos adicionales}}$$

No obstante, si se mide en condiciones similares a la de la calibración se habla de **capacidad óptima de medida (COM)** y se puede emplear la siguiente expresión:

$$U_M(COM) = k_M \sqrt{u_c^2 + \frac{s_c^2}{n_m} + \text{términos adicionales}}$$

Donde s_c es la desviación típica de la contratación.

3. Tema 3. Adaptadores y convertidores de medida.

3.1. Divisores de tensión e intensidad.

Necesidad de adaptar las medidas: los alcances de los aparatos de medida están limitados a determinados valores, unas veces por seguridad y otras por razones de diseño o constructivas. Cuando las magnitudes a medir superan los campos de los aparatos de medida hay que realizar una adaptación de las mismas.

3.1.1. Divisores de tensión resistivos.

- Ampliamente utilizados en todo tipo de circuitos eléctricos y electrónicos de B.T.

- Alcances de $< 1\,kV$ y $< 100\,A$.

- Utilizados para ampliar el C.M. de voltímetros y amperímetros, en c.c. y c.a.

- Buena respuesta en frecuencia. No se ven afectados por la forma de onda.

- Su error sistemático de inserción es el mismo que el de un aparato equivalente con igual resistencia interna.

- Una vez construidos deben contrastarse y reclasificar los equipos de acuerdo con las nuevas incertidumbres.

Configuración básica:

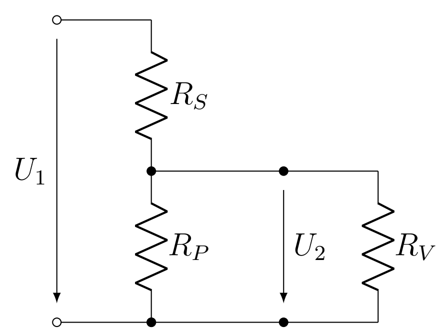


Figura 16: Divisor de tensión resistivo.

R_V ha de ser $> 100 \cdot R_P$ para que el error de inserción $\varepsilon_I < 1\,\%$. Para reducir la disipación de potencia R_S y R_P tienen que ser de valor elevado.

Se suele utilizar en circuitos electrónicos con tensiones reducidas ($< 100\,V$).

Ampliación del campo de medida de un voltímetro.

En el esquema se aplica tensión en alguna de las 3 bornas V_1, V_2 o V_3.

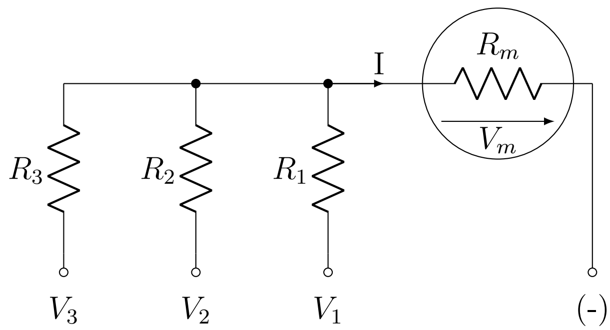


Figura 17: Ampliación del campo de medida de un voltímetro.

Se define el *"factor amplificador"* como:

$$n_i = \frac{V_i}{V_m} / i \in \mathbb{N}$$

$$R_i = R_m \cdot (n_i - 1)$$

$$R_{V_i} = R_i + R_m$$

Normalmente $V_i >> V_m$, luego

$$P_{R_i} \approx \frac{V_i^2}{R_i}$$

Se demuestra que el campo de medida del aparato aumenta conforme aumenta la resistencia en serie con éste, aplicando el debido factor amplificador.

3.1.2. Divisores de tensión inductivos.

Sólo son válidos en corriente alterna, ya que están formados por dos bobinas acopladas en serie, en configuración, comunmente, de **autotransformador**. Comparados con los resistivos, apenas disipan energía, siempre que su R sea pequeña.

Su impedancia aumenta con la frecuencia, por lo que no son útiles en circuitos de frecuencia variable. Se suelen utilizar a baja tensión y a frecuencia industrial.

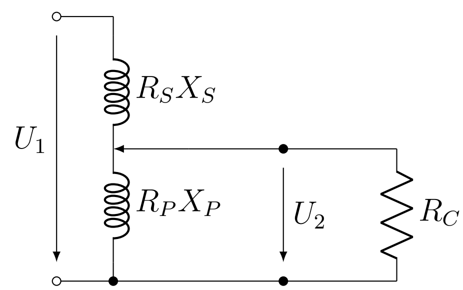


Figura 18: Divisor de tensión inductivo.

3.1.3. Divisores de tensión capacitivos.

- Se utilizan tanto en corriente continua como en alterna, principalmente para la **medida de altas tensiones**.
- En corriente continua los aparatos en paralelo con C_P tienen que ser de tipo electrostático.
- Su consumo de energía es nulo a efectos prácticos.
- En c.a. se reduce su impedancia conforme aumenta la frecuencia, pudiendo llegar a comportarse como un cortocircuito.
- Se pueden usar en B.T. para **aplicaciones de bajo consumo**.

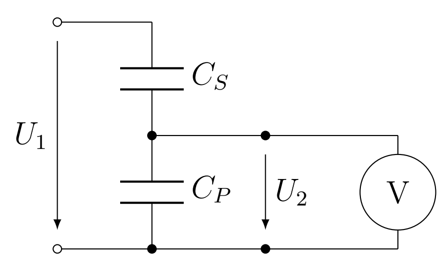


Figura 19: Divisor de tensión inductivo.

3.1.4. Divisores de intensidad resistivos.

Existen diversas alternativas a la hora de conectar un microamperímetro a resistencias en paralelo para ampliar su campo de medida y hacer que tenga varios alcances. No obstante, el montaje debe impedir siempre que por el elemento indicador circule la corriente principal (a medir) ya que ésta lo destruiría.

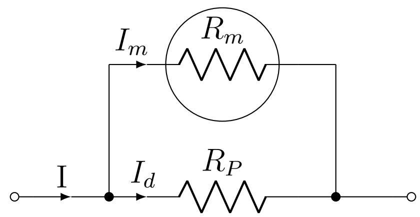


Figura 20: Divisor de intensidad resistivo.

Shunt de Ayrton.

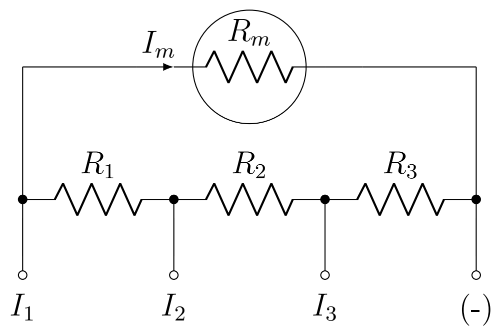


Figura 21: Shunt de Ayrton.

Se inyecta corriente en alguno de los puntos I_1, I_2 ó I_3.

$$I_3 > I_2 > I_1$$

$$I_i = n_i \cdot I_m \ /i \in \mathbb{N}$$

Para el campo de I_1: paralelo de R_1, R_2 y R_3 con R_m.

$$(I_1 - I_m) \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = R_m \cdot I_m \Rightarrow R_P = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{R_m}{n_1 - 1}$$

Para el campo de I_2: paralelo de R_2 y R_3 con $R_m + R_1$. Para el campo de I_3: paralelo de R_3 con $R_m + R_1 + R_2$. Resulta:

$$R_2 + R_3 = \frac{R_P + R_m}{n_2}; R_3 = \frac{R_P + R_m}{n_3}$$

Para las potencias, si $I_i >> I_m \Rightarrow P_{R_i} \approx R_i \cdot I_i^2$. La R interna del aparato es distinta para cada alcance.

Otros acoplamientos de resistencias.

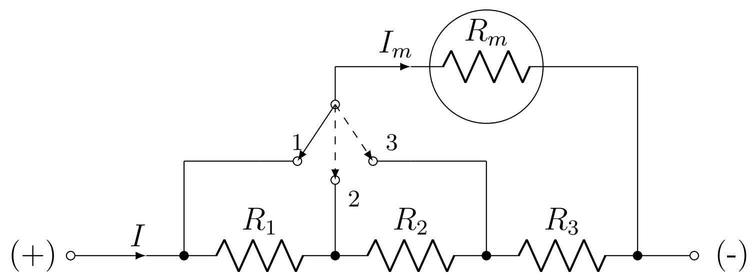


Figura 22: Divisor de intensidad de resistencia global cuasiconstante.

$$I_3 > I_2 > I_1$$
$$n_i = \frac{I_i}{I_m}$$

Como $R_m >> R_i$, la R interna global se mantiene prácticamente constante y con valor $R_1 + R_2 + R_3$.

3.2. Transformadores de medida.

3.2.1. Utilidad de los trafos de medida.

- Reducen a valores seguros (bajos) las magnitudes a medir. También pueden ampliarlas (poco normal).
- Separan físicamente el equipo de medida del circuito a medir (aislamiento galvánico).
- Permiten alejar el aparato de medida del punto donde se toma la señal a medir.
- Los errores de inserción son más difíciles de evaluar.

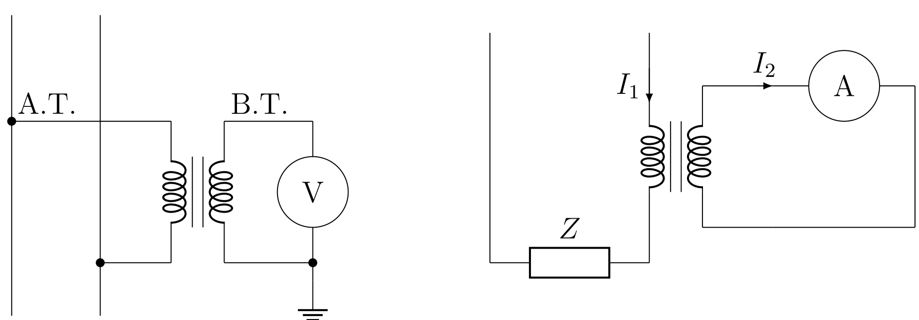


Figura 23: Transformadores de medida.

3.2.2. Transformadores de tensión.

Se basan en la relación que existe entre las tensiones del primario y el secundario en vacío:

$$K_U = \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{U_{1N}}{U_{2N}} \Rightarrow U_1 = K_U \cdot U_2$$

Trabajan prácticamente en vacío. Sus cargas deben ser de muy bajo consumo (impedancias de voltímetros, bobinas voltimétricas de vatímetros, contadores...).

Para mantener la linealidad hay que evitar en todo momento la saturación del núcleo (deben tenerse en cuenta los **valores máximos de la onda senoidal**).

No exigen otros requerimientos especiales, pudiendo trabajar con el secundario abierto (sin carga).

Tensiones nominales.

Las del primario (U_{1N}) suelen ir desde 2,2 kV hasta 400 kV , la del secundario (U_{2N}) suele ser 110 V, según la UNE-21127.

Potencia nominal o de precisión.

Es la potencia aparente que, de forma permanente, pueden transferir al secundario, tanto a los aparatos como a los conductores de unión que tienen conectados, sin perder la **precisión** que le corresponde según su clase. Los valores preferentes suelen ser 10, 25, 50, 100, 200 y 500 VA.

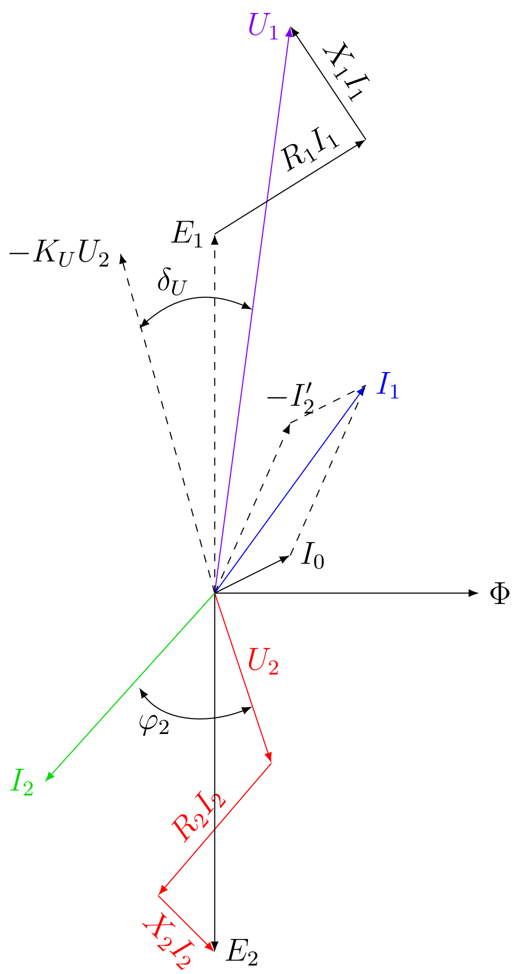
Impedancia de precisión.

Es una impedancia que colocada como carga en el secundario a la tensión nominal hace que el secundario, a la tensión nominal, hace que el transformador trabaje a su potencia nominal.

Si se conecta al trafo una impedancia inferior a la de precisión se sobrepasa su potencia nominal de trabajo.

Un transformador de tensión no debe trabajar nunca a potencia superior a la nominal ya que la relación $\frac{U_1}{U_2}$ se aleja de la relación de transformación nominal K_U, y las sobrecargas pueden producirle alteraciones y daños.

Errores sistemáticos.



Si el transformador fuese ideal la relación entre los fasores $\dfrac{U_1}{U_2}$ debería ser igual a $\dfrac{N_1}{N_2}$. Como esto no ocurre, se toma $K_U = \dfrac{N_1}{N_2} \approx \dfrac{U_1}{U_2}$.

El alejamiento de la condición de idealidad se debe, principalmente, a las pérdidas en el hierro (magnéticas) y en el cobre (efecto Joule). Por ello, se consideran dos tipos de error: relación (**módulo**) y angular (**fase**).

Error de relación o de tensión (ε_U).

Es la desviación de la tensión medida respecto al valor real".

$$K_U = \frac{U_{1N}}{U_{2N}}$$

$$\Delta U = K_U \cdot U_2 - U_1$$

$$\varepsilon_U\,[p.u.] = \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{K_U \cdot U_2 - U_1}{U_1}$$

Error angular o de fase (δ_U).

Es la diferencia entre el ángulo de fase de U_2 y U_1 como consecuencia de la impedancia del transformador.

$$\delta_U\,[rad] = \theta_2 - \theta_1$$

La "clase de exactitud" depende de esos dos errores. Debido a su diseño para limitar los errores estos transformadores no son reversibles, ya que no mantienen la precisión.

Error relativo complejo o compuesto ($\vec{\varepsilon_U}$).

$$\vec{\varepsilon_U} = \varepsilon_U + j \cdot \delta_U$$

Como δ_U es muy pequeño se aproxima el ángulo por el valor de su seno:

$$\delta_U \approx sen(\delta_U)$$

Límites de error y aplicaciones según su clase.

Clase	$\varepsilon_U\,[\%]$	δ_U	Uso
0.1	$\pm 0{,}1$	$\pm 5'$	Patrones
0.2	$\pm 0{,}2$	$\pm 10'$	Pruebas de precisión en lab.
0.5	$\pm 0{,}5$	$\pm 30'$	Pruebas ordinarias en lab.
1	$\pm 1{,}0$	$\pm 1^\circ$	Medidas rutinarias fuera de lab.

3.2.3. Transformadores de intensidad.

Se basan en la relación que existe entre las intensidades del primario y del secundario:

$$K_I = \frac{N_2}{N_1} \approx \frac{I_{1N}}{I_{2N}}$$

El primario se pone en serie con el circuito, línea o carga cuya intensidad se quiere medir. Al secundario se conectan los circuitos amperimétricos de los equipos de medida, por lo que a efecto prácticos puede considerarse que trabajan en cortocircuito.

Por cuestiones de precisión se les exige un buen comportamiento lineal.

Para evitar que los equipos resulten dañados por sobrecorrientes reflejadas en el secundario, se diseñan para que se saturen fácilmente.

La saturación limita la máxima corriente secundaria a unas 5 veces la nominal (factor de seguridad).

Intensidades nominales.

Primario: múltiplos de 5A. Secundario: está normalizada en 5A (excepcionalmente 1A).

Potencia nominal o de precisión.

Potencia aparente máxima con la que se puede carga el secundario sin perder la precisión que indica su clase.

Los valores más normales son: 2.5, 5, 10, 15 y 30 VA.

Otros parámetros.

- *Intensidad límite térmica:* máxima corriente primaria que pueden soportar durante un segundo, normalmente

$$I_{th} = 100 \cdot I_n$$

- *Intensidad límite dinámica:* máxima corriente que pueden soportar sin sufrir deformación mecánica, normalmente

$$I_{din} = 2{,}5 \cdot I_{th}$$

- *Factor de seguridad:* múltiplo (n) de la intensidad nominal del primario que provoca un error de relación del 10 %, normalmente

$$n = 5$$

Consideraciones sobre el diseño.

Para tener exactitud el flujo disperso debe ser muy bajo:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \Phi_d \approx 0 \Rightarrow N_1 \cdot I_1 \approx N_2 \cdot I_2 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} \approx \frac{I_1}{I_2} = K_I$$

Si el devanado secundario está abierto:

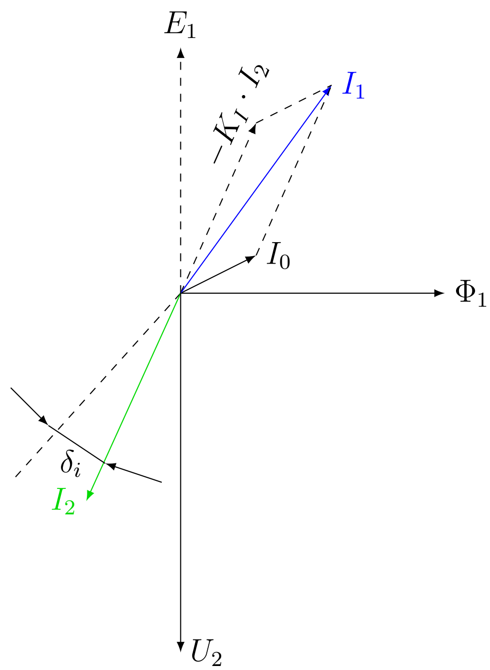
$$I_2 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_d$$

haciendo que toda la I_1 sea magnetizante, lo que hace crecer mucho el flujo que satura el núcleo y produce su calentamiento. Este aumento de flujo puede hacer que se induzcan tensiones muy elevadas en el secundario, por eso **nunca debe quedar abierto el secundario en un transformador de intensidad**.

Errores sistemáticos.

Sus principales causas son el flujo de dispersión y la impedancia de carga del secundario. La relación $\frac{I_1}{I_2}$ debería mantenerse constante e igual a $\frac{N_2}{N_1}$. Como esta condición no se da, se toma

$$K_I = \frac{N_2}{N_1} \approx \frac{I_1}{I_2}$$



Se consideran los mismos tipos de error que para los trafos de tensión.

Errores de relación (ε_I) y angular (δ_I).

$$K_I = \frac{I_{1N}}{I_{2N}}$$

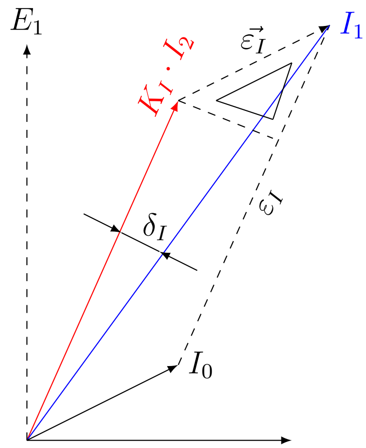
$$\varepsilon_I \, [p.u.] = \frac{\Delta I}{I_1} = \frac{K_I \cdot I_2 - I_1}{I_1}$$

$$\delta_I \, [rad] = \theta_2 - \theta_1$$

Error relativo complejo ($\vec{\varepsilon}_I$).

$$\vec{\varepsilon}_I = \varepsilon_I + j \cdot \delta_I$$

Si la forma de onda es senoidal el error complejo coincide con el error compuesto.



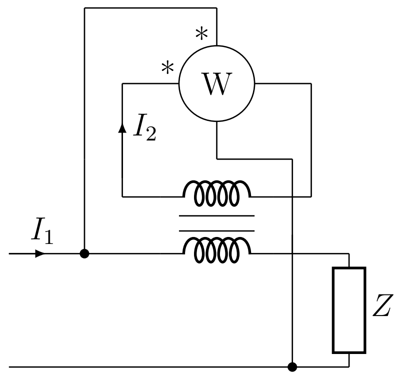
Límites del error según la clase.

Tienen las mismas clases que los trafos de tensión, pero cambian los límites de error admisibles. Los errores son en función del grado de carga.

Clase	ε_I (%)				δ_I (minutos)			
	5 %	20 %	100 %	120 %	5 %	20 %	100 %	120 %
0, 1	±0, 4	±0, 2	±0, 1	±0, 1	±15	±8	±5	±5
0, 2	±0, 75	±0, 35	±0, 2	±0, 2	+30	+15	+10	+10
0, 5	±1,5	±,75	±0,5	±0,5	±90	±45	±30	±30
1,0	±3,0	±1,5	±1,0	±1,0	±180	±90	±60	±60

Vatímetro en conexión semidirecta.

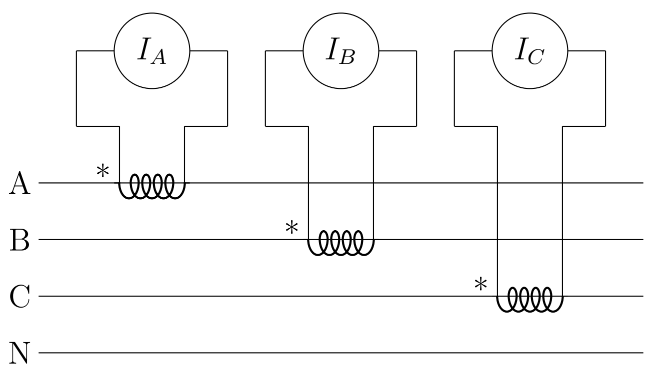
La corriente I_2 es K_I veces menor que la I_1, por lo que la potencia de Z es K_I veces la indicada por el vatímetro.

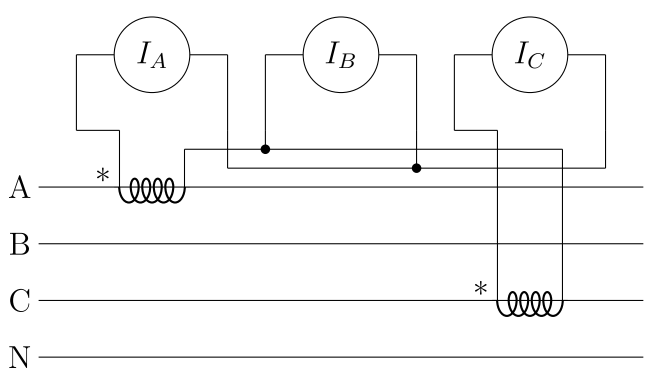


$$P_Z = U_L \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 \approx U_L \cdot K_I \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2 \approx K_I \cdot W$$

Medida indirecta de corrientes.

Cuando no hay neutro una corriente puede obtenerse como "suma" de las otras dos, lo que no es posible midiendo de forma directa.





En el esquema de la derecha:

$$I_B = -(I_A + I_C)$$

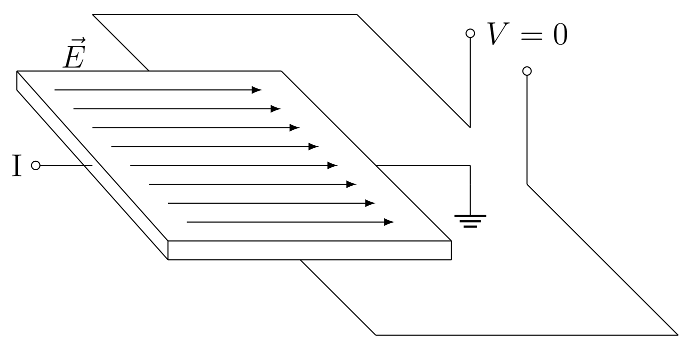
Un esquema similar puede desarrollarse para medir la I_N en el circuito de la izquierda.

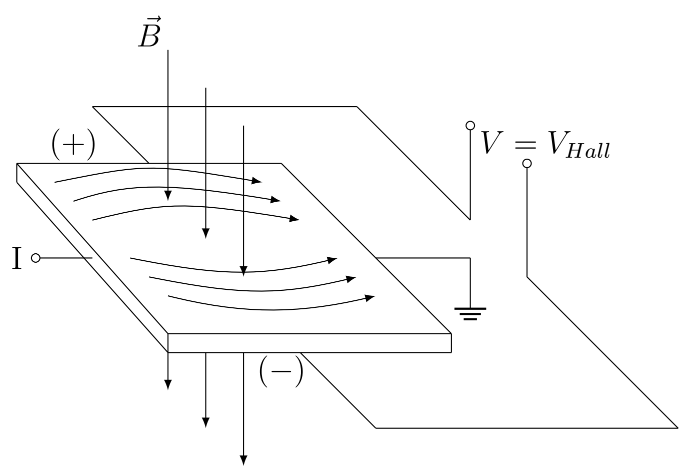
3.3. Sensores de efecto Hall.

3.3.1. Aplicaciones y fundamento.

Si un conductor plano (sensor) por el que circula una corriente se somete a un campo magnético perpendicular a él las cargas se desvían debido a la fuerza que sobre ellas origina el campo.

Pueden utilizarse indistintamente para adaptar tanto señales de tensión como de intensidad.





La distorsión causada sobre la corriente origina una diferencia de potencial entre dos puntos perpendiculares al sentido de dicha corriente.

Manteniendo constante la corriente por el sensor la tensión "Hall" es proporcional al campo:

$$V_{Hall} = k \cdot I \cdot \beta \cdot \operatorname{sen}\theta$$

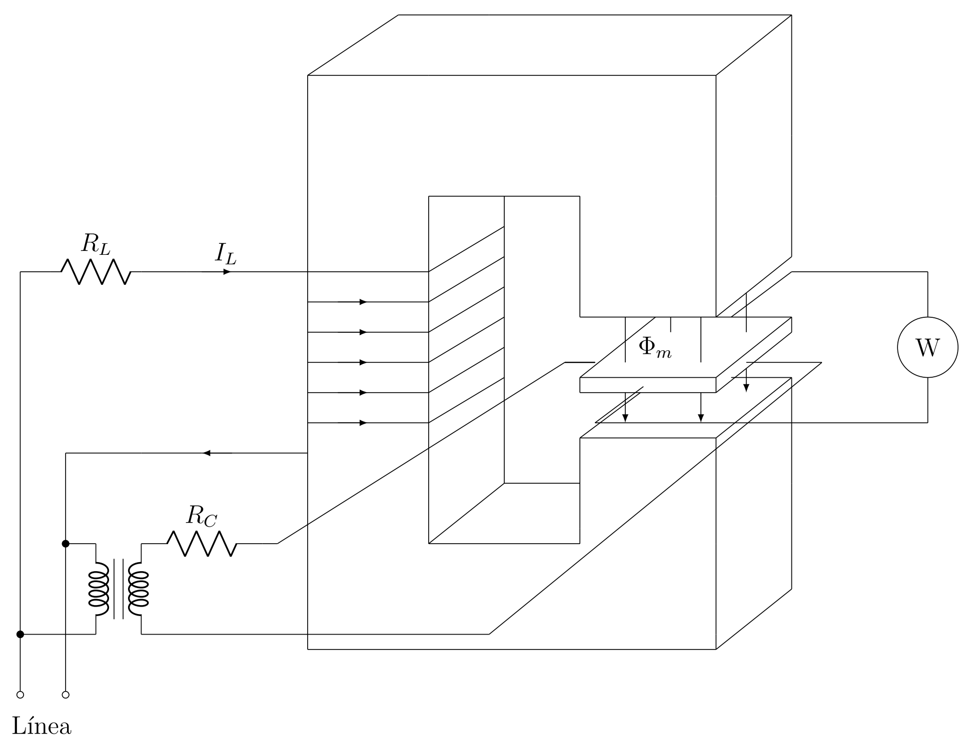
Si el campo magnético es variable en el tiempo, la tensión Hall también lo será. Esto permite aprovechar este efecto para realizar medidas en corriente alterna y continua, o con cualquier forma de onda.

La tensión Hall es muy débil. Como ejemplo, un campo de 1 Gauss ($10^{-4}\,T$) origina entre 20 y 30 mV. Sólo algunos materiales tienen interés para utilizarlos como sensores (placa conductora).

Como todas las corrientes crean campos magnéticos, este efecto permite medirlas indirectamente. Debido a que es un valor débil, es necesario un circuito electrónico para adaptar y amplificar la tensión Hall.

Haciendo que la corriente a través del sensor sea proporcional a la tensión de un circuito puede utilizarse este efecto para medir potencias.

3.3.2. Vatímetro de efecto Hall.



$$P_W = I_L \cdot V_L \cdot \cos\phi$$

4. Tema 4. Medidas de tensiones, intensidades y resistencias.

4.1. Métodos industriales frente a métodos de laboratorio.

- **Métodos industriales:**
  - Utilizan aparatos de medida básicos.
  - No es necesaria formación especial.
  - No son muy exactos, pero tienen precisión suficiente.
  - Dan respuestas inmediatas.
- **Métodos de laboratorio:**
  - Requieren equipos de gran calidad metrológica.
  - Los operadores deben ser capacitados para su uso.
  - Las tomas de datos se realizan bajo condiciones controladas.
  - Buscan minimizar la incertidumbre de medida.

4.2. Métodos industriales para medir tensión e intensidad.

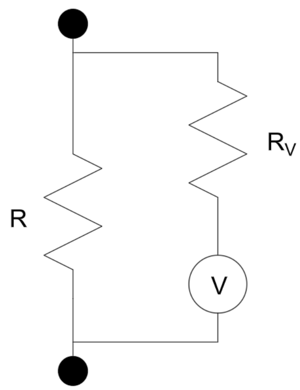
Para un buen resultado se debe prestar atención a:

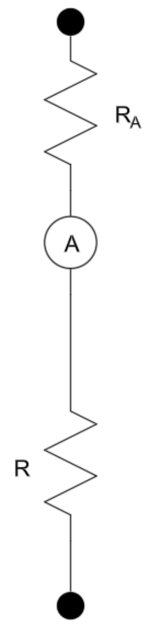
- La selección adecuada de los campos de medida.
- La clase del aparato y su error de inserción.
- Si el aparato mide el verdadero valor eficaz.
- La posición de empleo.
- Las condiciones ambientales.
- El ancho de banda.

4.3. Error de inserción.

Debido a la resistencia interna de los aparatos un voltímetro indica una tensión menor a la medida y el amperímetro una corriente menor a la medida. Como los circuitos equivalentes de un voltímetro y amperímetro son:

- En voltímetros:
  - Es importante que $R \ll R_V$
- En amperímetros:
  - Es importante que $R_A \ll R$





4.3.1. Medida de tensión en circuitos de alta impedancia.

La conexión de un voltímetro a un circuito de alta impedancia puede producir una reducción importante en la tensión a medir. Para ello, se realiza la siguiente comprobación:

1. Se mide la tensión deseada con un voltímetro U_1.
2. Se coloca una resistencia ajustable R_s en serie con el voltímetro y se ajusta hasta que el voltímetro indica una tensión $U_2 = \frac{U_1}{2}$.
3. En función de los valores obtenidos se pueden obtener 2 conclusiones:
   a) Si el valor de R_s es igual a R_V la medida no se ve afectada por la inserción del voltímetro.
   b) Si el valor de R_s es mayor a R_V existe efecto de carga y se realiza la siguiente corrección:
   $$U = U_1 \frac{R_s}{R_V}$$

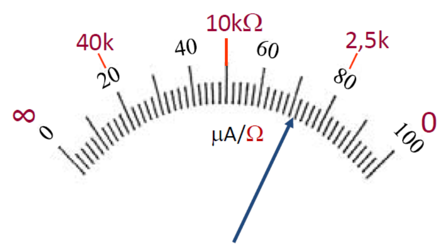
4.4. Medida de resistencia con óhmetros.

4.4.1. Digitales.

Su lectura directa es el valor de la resistencia desconocida. Si ese valor es muy reducido, para mejorar el resultado debe restarse la lectura del óhmetro al cortocircuitar los terminales. El campo de medida elegido debe ser el más próximo al valor de la resistencia, para que la incertidumbre del aparato sea mínima y la lectura tenga suficiente resolución.

4.4.2. Analógicos.

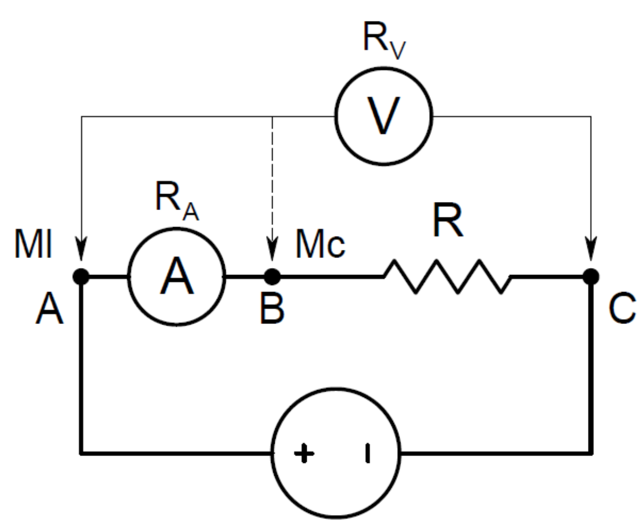
Hay que hacer un ajuste de cero inicial y cambiar de campo para que la aguja quede siempre lo más próxima al centro de la escala (no es lineal).



Cabe destacar como la mayor sensibilidad se obtiene cuando la resistencia es nula o igual a la resistencia interna del aparato. Por ello, es mejor medir en la primera mitad de la escala.

4.5. Medida de resistencia con voltímetro y amperímetro.

Se mide la corriente y tensión de una carga para obtener la resistencia mediante la ley de Ohm.



En el montaje largo:

$$R' = \frac{U_{AC}}{I_A} = R + R_A$$

$$\epsilon_{ml} = R' - R = R_A \rightarrow \epsilon_{ml(pu)} = \frac{R_A}{R}$$

En el montaje corto:

$$R'' = \frac{U_{BC}}{I_A} = \frac{R \cdot R_V}{R + R_V}$$

$$\epsilon_{mc} = -\frac{R^2}{R + R_V} \rightarrow \epsilon_{mc(pu)} = -\frac{R}{R + R_V} \approx -\frac{R}{R_V}$$

Por tanto, para elegir un montaje u otro se igualan los errores y se obtiene el valor crítico:

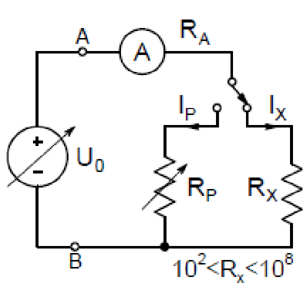
$$\epsilon_{ml} = \epsilon_{mc} \rightarrow \frac{R_A}{R} \approx \frac{R}{R_V} \rightarrow R_C \approx \sqrt{R_A \cdot R_V}$$

Donde si la resistencia R es mayor a R_C se debe usar el montaje largo y el montaje corto en caso contrario.

4.6. Medida de R con una R_p.

4.6.1. Por comparación de corrientes.

Se mantiene constante U_0 y se compara la corriente que circula por la resistencia desconocida y la resistencia patrón.



$$U_0 = I_x(R_x + R_A) = I_P(R_P + R_A) \rightarrow R_x = R_P\frac{I_p}{I_x} + R_A\left(\frac{I_P}{I_x} - 1\right)$$

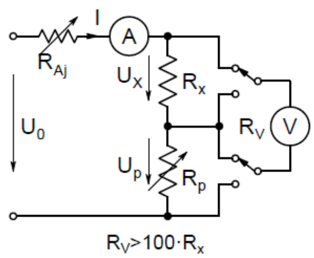
Si $R_A \ll R_x$ y R_P:

$$R_x \approx R_P\frac{I_P}{I_x}$$

Si se ajusta R_P de manera que las corrientes sean iguales entonces la resistencia interna del amperímetro no influye ya que $R_P = R_x$.

4.6.2. Por comparación de tensiones.

Se mantiene constante I y se compara la tensión que circula por la resistencia desconocida y la resistencia patrón.



$$U_x = I_x(R_x||R_V); U_P = I_P(R_P||R_b) \rightarrow \frac{U_x}{U_P} = \frac{R_x||R_V}{R_P||R_V} = \frac{R'_x}{R'_P}$$

$$R'_x = R'_P\frac{U_x}{U_P}$$

Si $R_V \gg R_x$ y R_P:

$$R_x \approx R_P\frac{V_x}{V_P}$$

Si se ajusta R_P de manera que las tensiones sean iguales entonces la resistencia interna del voltímetro no influye ya que $R_P = R_x$.

4.7. Métodos de laboratorio para medir tensión e intensidad.

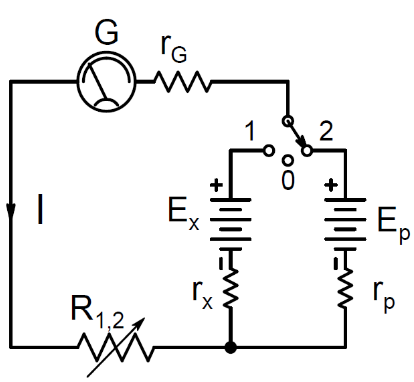
Los métodos de laboratorio permiten medir de manera más precisa. No obstante, la precisión se ve limitada por:

- Todas las corrientes y tensiones tienen una fluctuación propia como consecuencia del movimiento aleatorio de los electrones (1 pA o 1nV).
- Esta fluctuación se ve influenciada por la temperatura.

4.8. Métodos de medida de f.e.m.

4.8.1. Método de sustitución.

El método consiste en mediante comparación obtener la tensión de un elemento. Para ello, se realiza el siguiente montaje y se ajusta la resistencia variable hasta obtener la misma corriente en ambos momentos.



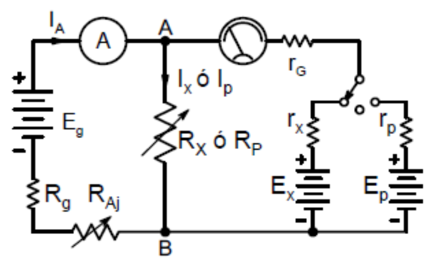
Cuando eso ocurre se cumple que:

$$\frac{E_x}{E_p} = \frac{r_x + r_G + R_1}{r_p + r_G + R_2}$$

La principal ventaja de este método es que no es necesario emplear una fuente de alimentación auxiliar. No obstante es necesario conocer las resistencias internas y que las corrientes no sean demasiado elevadas para que no alteren las f.e.m.s.

4.8.2. Método de compensación.

Se basa en compensar por separado la tensión patrón y la desconocido mediante una resistencia externa hasta obtener un cero de corriente en el galvanómetro. Cabe recalcar que la resistencia R_{Aj} se emplea solo para ajustar la corriente.

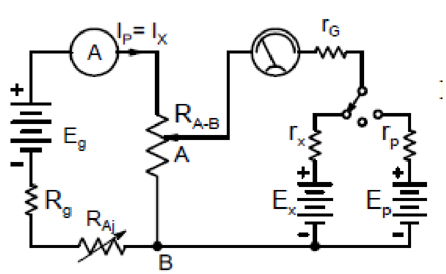


Por tanto:

$$I_x \cdot R_x = E_x \rightarrow I_G = 0 \rightarrow I_x = I_{A1}$$
$$I_p \cdot R_p = E_p \rightarrow I_G = 0 \rightarrow I_p = I_{A2}$$
$$\frac{E_x}{E_p} = \frac{I_x \cdot R_x}{I_p \cdot R_p}$$

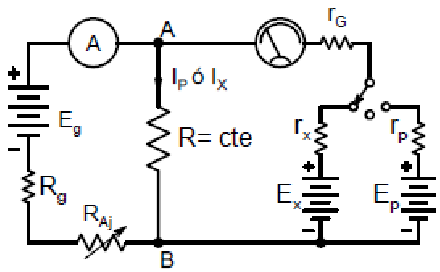
En función de que parámetros se mantienen constantes se obtienen los siguientes métodos (aunque un parámetro no intervenga a nivel de cálculo si lo hace a nivel de incertidumbre):

- Método de Dubois-Raymond: corriente constante.



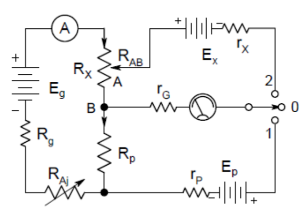
$$E_x = E_p \frac{R_x}{R_p}$$

- Método de Poggendorf: resistencia constante.



$$E_x = E_p \frac{I_x}{I_p}$$

- Método mixto: potenciómetro de Feussner.



En este método combinado también se busca obtener el cero en el galvanómetro. Para ello, se realiza mediante los siguientes pasos:

1. Se ajusta R_{AJ} en la posición 1 hasta que se obtiene un cero.
2. Se ajusta R_{AB} en la posición 2 hasta que se obtienen un cero.

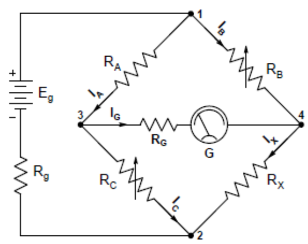
Una vez ajustados estos valores se cumple que:

$$E_x = E_p \frac{R_{AB}}{R_P}$$

Donde a la vista de la ecuación se puede observar como hay menos fuentes de incertidumbre.

4.9. Puente de Wheatstone para medida de resistencia.

Es un método de cero donde mediante el ajuste de resistencias se obtiene el valor de otras.



Como la corriente por el galvanómetro es nula:

$$V_{13} = V_{14} \rightarrow I_A \cdot R_A = I_B \cdot R_B$$

$$V_{32} = V_{42} \rightarrow I_A \cdot R_C = I_B \cdot R_x$$

$$\frac{R_A}{R_C} = \frac{R_B}{R_x} \rightarrow R_x = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}$$

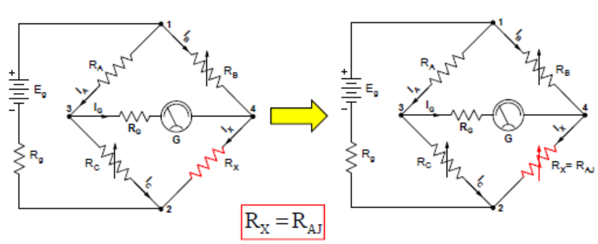
4.9.1. Causas de incertidumbre.

- F.e.m.s en las uniones entre diferentes metales.
- Resistencias de contacto y de conductores.
- Tolerancias de las resistencias patrón.
- Resolución del galvanómetro.
- Sensibilidad del puente.

De estas causas las dos primeras solo afectan a resistencias de pequeño valor y la principal fuente de incertidumbre son las resistencias patrón.

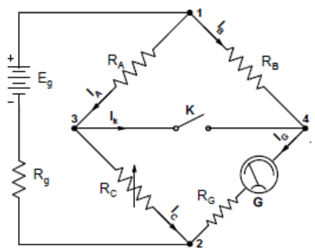
4.9.2. Método de sustitución.

Se ajustan las resistencias R_B y R_C hasta lograr un cero en el detector. Una vez obtenida se sustituye por una resistencia variable calibrada y se ajusta nuevamente hasta obtener el cero en el detector. De esta manera, la única fuente de incertidumbre es R_{AJ}.



4.9.3. Método del falso cero.

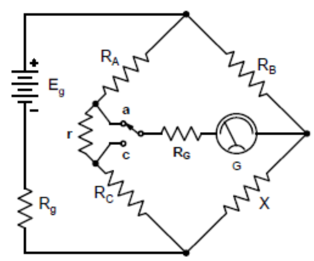
Es un método empleado para medir la resistencia interna de un galvanómetro. Cuando el puente está en equilibrio como no circula corriente por la rama central se sabe que esta en equilibrio si la lectura del galvanómetro no cambia con el interruptor abierto o cerrado.



$$R_G = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}$$

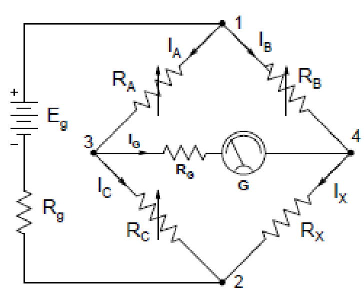
4.9.4. Puente límite.

Es un circuito donde en función de la desviación del galvanómetro se puede conocer si una resistencia X esta dentro de tolerancias.



4.9.5. Análisis de sensibilidad.

Se entiende por sensibilidad la capacidad para detectar los pequeños cambios que se producen en la condición de equilibrio cuando se modifica alguna resistencia. Cuanto mayor sea la respuesta a esos cambios mayor será la sensibilidad del puente y, por tanto, mayor su capacidad para detectarlos.



En equilibrio:

$$U_{34} = 0 \rightarrow I_A = I_C \ y \ I_B = I_x \rightarrow \frac{I_A \cdot R_A}{I_A \cdot R_C} = \frac{I_B \cdot R_B}{I_B \cdot R_x} \rightarrow r = \frac{R_A}{R_C} = \frac{R_B}{R_x}$$

Suponiendo que cambia una resistencia:

$$R'_C = R_C + \Delta R_C \rightarrow U_{34} \neq 0$$

Reescribiendo las ecuaciones:

$$R'_C = R_C + \Delta R_C = R_C(1 + \delta_R)$$

$$U'_{34} = U_{34} + \Delta U_{34} = \Delta U_{34}$$

No obstante como $\Delta R_C \ll R_C$ se puede considerar que las corrientes y tensiones permanecen prácticamente constantes. Escribiendo las ecuaciones de las tensiones y corrientes:

$$\Delta U_{34} = -I'_A \cdot R_A + I'_B \cdot R_B$$

$$I'_A \approx \frac{U_{12}}{R_A + R'_C}$$

$$I'_B \approx \frac{U_{12}}{R_B + R_x}$$

$$\Delta U_{34} \approx -\frac{R_A \cdot U_{12}}{R_A + R'_C} + \frac{R_B \cdot U_{12}}{R_B + R_x}$$

Expresándolo por unidad:

$$\delta_U = \frac{\Delta U_{34}}{U_{12}} = -\frac{R_A}{R_A + R_C(1 + \delta_R)} + \frac{R_B}{R_B + R_x}$$

Teniendo en cuenta la condición de equilibrio:

$$r = \frac{R_A}{R_C} = \frac{R_B}{R_x} \rightarrow \delta_U = \frac{R_B \cdot R_C \cdot \delta_R}{[R_A + R_C(1 + \delta_R)] \cdot (R_B + R_x)}$$

Como $\delta_R \ll 1$

$$\delta_U \approx \frac{R_B \cdot R_C \cdot \delta_R}{(R_A + R_C) \cdot (R_B + R_x)}$$

Reescribiendo la ecuación anterior y teniendo en cuenta la relación r:

$$\delta_U \approx \delta_R \frac{R_C}{R_A + R_C} \frac{R_B}{R_B + R_x} = \delta_R \frac{1}{1 + r} \frac{r}{1 + r} = \delta_R \frac{r}{(1 + r)^2}$$

De esta manera, se define la sensibilidad por unidad como:

$$\sigma_{U/R} = \frac{\delta_U}{\delta_R} = \frac{r}{(1 + r)^2}$$

$$\sigma_{V/\Omega} = \frac{\Delta U_{34}}{\Delta R_C} = \frac{r}{(1+r)^2}\frac{U_{12}}{R_C}\left[\frac{V}{\Omega}\right]$$

El punto de máxima sensibilidad:

$$\frac{\partial \sigma_{U/R}}{\partial r} = 0 = \frac{1-r}{(1+r)^3} \rightarrow r = 1$$

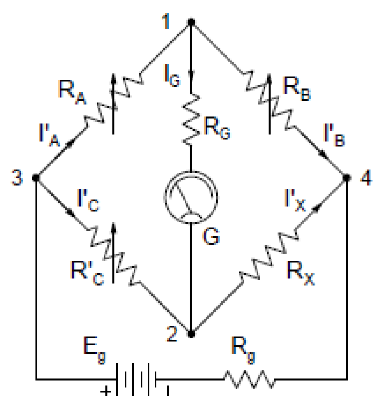
Visto este valor, la máxima sensibilidad se tiene cuando:

$$r = 1 = \frac{R_A}{R_C} = \frac{R_B}{R_x}$$

Con el valor de:

$$\sigma_{max} = \frac{1}{4}$$

Con esta conclusión, si se invirtiera la posición de la alimentación como el equilibrio no se modifica la máxima sensibilidad se obtiene cuando todas las resistencias son iguales.



Por otro lado, se define la sensibilidad del detector como el cambio en la resistencia R_x cuando se desvía del punto de equilibrio el detector.

$$\sigma_{R/U} = \frac{1}{\sigma_{U/R}} = \frac{\delta_R}{\delta_U} = \frac{(1+r)^2}{r}$$

Conocer este valor, permite reajustar el valor de la resistencia desconocida cuando no es posible alcanzar el cero por la falta de resolución en las resistencias ajustables.

En la condición de mínimo se cumple que:

$$\frac{\partial \sigma_{R/U}}{\partial r} = 0 = \frac{r^2-1}{r^2} \rightarrow r = 1$$

Por tanto, el mínimo error cometido es:

$$\sigma_{min} = 4$$

Conocer la sensibilidad, permite:

1. Obtener R_x cuando no se puede alcanzar el cero: se basa en interpolar entre los valores que dan lugar a una lectura positiva y a otra negativa.

$$\sigma_{\Omega/V} = \frac{\Delta R_C}{\Delta U_{34}} = \frac{R''_C - R'_C}{U''_{34} - U'_{34}}$$

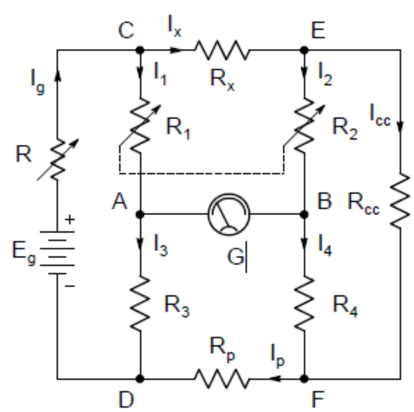
$$R_x = R'_x + \sigma_{\Omega/V} \cdot -U'_{34} = R''_x + \sigma_{\Omega/V} \cdot -U''_{34}$$

2. Obtener la componente de incertidumbre asociada a la resolución del detector: la incertidumbre del aparato viene dada por su clase y el redondeo que se aplique a su lectura. Por tanto, al pasar estos valores a ohmios se obtiene una componente de tipo B con distribución rectangular.

$$U_{RX} = \sigma_{\Omega/V} \cdot U_G$$

4.10. Puente de Kelvin-Thomson.

Es un puente diseñado para medir resistencias de bajo valor. Este puente a diferencia de otros puentes suministra una corriente muy elevada. Como R_{CC} normalmente es una barra de cobre de gran sección a efectos prácticos su resistencia es nula.



En el equilibrio:

$$U_{AB} = 0 \rightarrow \begin{cases} U_{CA} = U_{CB} \rightarrow I_1 \cdot R_1 = I_x \cdot R_x + I_2 \cdot R_2 \\ U_{AD} = U_{BD} \rightarrow I_3 \cdot R_3 = I_4 \cdot R_4 + I_p \cdot R_p \end{cases}$$

En estas condiciones:

$$I_x = I_p \qquad I_1 = I_3 \qquad I_2 = I_4$$

Reordenando y operando se obtiene:

$$\frac{R_x}{R_p} = \frac{R_1\left(I_1 - I_2\frac{R_2}{R_1}\right)}{R_3\left(I_1 - I_2\frac{R_4}{R_3}\right)}$$

Si se cumple la siguiente condición:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

Entonces se cumple que:

$$R_x = \frac{R_1}{R_3}R_p$$

La suposición de que $R_{cc} = 0$ no es rigurosamente cierta. No obstante si las resistencias R_1, R_2, R_3 y R_4 son mucho mayores a la resistencia patrón y la desconocida la aproximación es válido. Además, como los cocientes deben mantenerse constantes, R_1 y R_2 deben regularse a la vez.

5. Tema 5. Medidas de impedancia, capacidad y autoinducción en corriente alterna.

6. Tema 6. Medida de potencia y energía.