



羊群、牛群和学校。一个分布式的行为模型

Craig W. Reynolds
Symbolics图形部1401 Westwood Boulevard
Los Angeles, California 90024

(电子邮箱：cwr@Symbolics.COM)

摘要

一群鸟、一群陆生动物或一群鱼的集合运动是自然界中美丽而熟悉的一部分。但这种类型的复杂运动在计算机动画中很少见。本文探讨了一种基于模拟的方法，作为对每只鸟的路径单独编写脚本的替代。仿真鸟群是对粒子系统的阐述，仿真鸟是粒子。模拟鸟群的总体运动是由分布式行为模型创造的，与自然界中的鸟群非常相似；鸟群选择自己的路线。每只模拟鸟都是一个独立的角色，根据它对动态环境的局部感知、统治其运动的模拟物理定律以及由"动画师"编程的一系列行为来进行导航。模拟鸟群的密集运动是各个模拟鸟的相对简单的行为密集互动的结果。

类别和主题描述符。1.2.10 [Artificial Intelligence]:视觉和场景理解; 1.3.5 [计算机图形]:计算几何和物体建模。
I.3.7 [计算机图形]。三维图形和现实主义-动画; 1.6.3 [模拟和建模]。应用。

一般术语。算法，设计。

其他关键词和短语：羊群、牛群、学校、鸟、鱼、集合运动、粒子系统、行为者、飞行、行为动画、约束、路径规划。

简介

一群鸟的运动是大自然的乐趣之一。鸟群和相关的同步群体行为，如鱼群或陆地动物群，既是美丽的观赏，也是引人深思的。一个鸟群*表现出许多反差。它是由离散的鸟类组成的，但整体运动似乎是流动的；它的概念很简单，但视觉上却很复杂。

允许无偿复制本资料的全部或部分内容，条件是不为直接的商业利益而复制或分发，出现ACM版权声明和出版物的标题及其日期，并通知复制是由计算机协会许可的。以其他方式复制，或重新发表，需要付费和/或具体许可。

它似乎是随机排列的，但又是壮观的同步化的。也许最令人费解的是，它给人的印象是有意的、集中的控制。然而，所有的证据都表明，羊群的运动必须只是单个动物行动的总和，每个动物都是根据自己对世界的局部感知来行动的。

计算机动画的一个兴趣领域是对所有类型的运动的描述和控制。计算机动画师们既想发明全新的抽象运动类型，又想复制（或改变）现实世界中的运动。乍一看，制作一个鸟群的动画、计算机图形描绘有很大困难。用传统的计算机动画技术来编写大量单个物体的路径，是非常乏味的。考虑到鸟类所遵循的复杂路径，这种规范能否做到不出错是值得怀疑的。即使能描述出合理数量的合适路径，也不可能保持鸟群运动的约束（例如，防止每一帧的所有鸟类之间发生碰撞）。最后，以这种方式编写的鸟群脚本将很难编辑（例如，在动画的某个部分改变所有鸟的路线）。编写鸟群运动的脚本并非不可能，但需要一个更好的方法来实现高效、稳健、可信的鸟群和相关群体运动的动画。

本文介绍了这样一种方法。这种方法认为，鸟群只是单个鸟类行为之间相互作用的结果。为了模拟鸟群，我们模拟了单个鸟的行为（或者至少是鸟的行为中允许它参与鸟群的那一部分）。为了支持这种行为

"控制结构"，我们还必须模拟鸟类的部分感知机制和空气动力飞行的物理学方面。如果这个模拟鸟类模型具有正确的鸟群成员行为，那么创建一个模拟鸟群所需要的就是创建一些模拟鸟类模型的姿态，并允许它们互相作用。

本文的其余部分将详细描述这种模拟羊群的一些实验。诉讼

*在本文中，羊群泛指表现出这种一般类别的极化、非碰撞、聚合运动的物体群体。极化一词来自动物学，意思是动物群体的排列。英语中关于动物群体的术语非常丰富；关于这类词汇的迷人而有文采的讨论，见《云雀的赞美》。[16]

**本文将这些模拟鸟类的"鸟类"物体统称为"boids"，即使它们代表了其他种类的生物，如上学的鱼。

这些模拟的结果和有效性很难客观地衡量。它们似乎与某些标准[25]以及动物学和行为科学所报告的自然鸟群和鸟群的一些统计特性[23]很一致。也许更重要的是,许多人在观看这些动画鸟群时,立刻就能认出它们是自然鸟群的代表,并发现它们同样是一种轻松的观看方式。

我们的前线

计算机图形界以前也见过模拟的鸟群。在SIGGRAPH'85会议上,电子剧院预发了一部标有

"正在进行中的名为'Eurythmy'的工作的运动研究"[4],作者是

是俄亥俄州立大学计算机图形研究小组的Susan

Amkraut、Michael

Girard和George

Karl。在影片中,一群鸟儿从尖塔上飞起,经过一系列柱子

之间,绕着院子懒洋洋地飞下来,形成一个螺旋。在此过程中,鸟儿们缓慢地拍打着翅膀,避免与它们的群友相撞。

那个动画是用一种与本文描述的完全不同的技术制作的,显然不是专门用于羊群建模的。但其基本概念本身是有用和有趣的。下面的概述是基于未发表的通讯[3]。该软件被非正式地称为

"力场动画系统"。力场是由一个 3×3 的矩阵算子定义的,它从空间中的一个点(物体所在的位置)转变为一个加速度矢量;鸟儿沿着力场的

"相位图

"追踪路径。在每只鸟和静态物体周围都有

"排斥力"。与每个物体相关的力场有一个边界盒,因此可以根据边界盒测试来剔除物体的互动。一个增量的、线性时间的算法可以找到边界盒的区间。动画师

"定义了空间场并设置了物体的初始位置、方向和速度。

其余的模拟是自动的。

麻省理工学院媒体实验室的Karl

Sims构建了一些运动物体群(飞船、尺蠖和四足动物)的行为控制动画,但它们并没有被组织为羊群[35]。另一位作者不断建议[28,

29,

30]实现基于分布式行为模型的羊群模拟。

粒子系统

这里描述的模拟羊群与粒子系统[27]密切相关,后者被用来表示具有不规则和复杂形状的动态

"模糊物体"。粒子系统已被用于模拟火、烟、云,以及最近的海浪的喷雾和泡沫[27]。粒子系统是大量单个粒子的集合,每个粒子都有自己的行为。颗粒的产生、老化和消亡。在它们的生命过程中,它们有某些行为可以改变粒子自身的状态,其中包括颜色、不透明度、位置和速度。

在Boid

flock模型的基础上,是对粒子系统的一个轻微概括。在所谓的

"子对象系统

"中,Reeves的点状粒子被一个由完整的局部坐标系统和一个几何形状模型的参考所组成的整个地理计量对象所取代。

使用形状而不是点在视觉上很重要,但更基本的区别是单个子对象有一个更复杂的几何状态:它们现在有方向。

boid群和粒子系统之间的另一个区别没有被很好地定义。boids的行为通常比文献中描述的粒子的行为更复杂。目前的BOID行为模型可能比典型的粒子行为复杂一到两个数量级。然而,这只是程度上的差异,而不是种类上的差异。而且这两种模拟行为都没有真正的鸟类的行为复杂。

另外,正如所介绍的那样,粒子系统中的粒子并不相互作用,尽管根据定义并不排除这种情况。但是鸟类,也就是Boids必须有强烈的互动,才能正确地成群结队。博伊德的行为不仅取决于内部状态,而且还取决于外部状态。

演员和分布式系统

控制BOID飞行和成群的行为模型非常复杂,与其使用临时的方法,不如追求最合适的正式计算模型。这些行为在某种意义上将被表示为规则或程序,而每只鸟的内部状态必须被保存在某种数据结构中。在面向对象的编程系统中,将这些行为和状态封装成一个对象是很方便的[10, 11,

21]。这些对象的每个实例都需要一个计算过程来将行为程序应用于内部数据。结合进程、程序和状态的计算抽象被称为行为体[12,

26,

2]。行为体本质上是一个虚拟计算机,通过传递消息与其他虚拟计算机进行通信。行为体模型已经被一些作者提出作为动画控制的一种自然结构[28,

13,

29,

18]。它似乎特别适合于涉及交互式角色和行为模拟的情况。

在并行和分布式计算机系统的文献中,羊群和学校被作为强大的自组织分布式系统的例子[15]。

行为动画

传统的手绘鳗鱼动画是用一种完全惰性的介质制作的。传统的计算机动画使用的是有源介质(运行图形软件的计算机)

,但大多数动画系统并没有充分利用计算机的能力来实现动作设计的自动化。当代电脑动画师使用不同的工具,在与鳗鱼动画师相同的低水平抽象上工作。他们通过直接描述角色的运动来讲述他们的故事。两种媒体中都存在捷径;电脑动画师和鳗鱼动画师通常使用辅助工具在指定的关键帧之间进行交互。但在动作描述的自动化方面进展甚微;要靠动画师将情感和角色的细微差别转化为角色所做的动作。动画师不能简单地告诉角色

"要表现得高兴",而必须有条不紊地指定传达快乐的动作。

典型的计算机动画只对角色的形状和物理属性进行建模,而行为或基于角色的动画则试图对角色的行为进行建模。

我们的目标是让这种模拟的角色处理他们行动的许多细节,从而处理他们的运动。这些行为包括一系列的活动,从模拟路径规划到角色之间复杂的

"情感

"互动。行为动画角色的构建吸引了许多研究人员[19, 21, 13, 14, 29,

30, 41, 但它仍然是一个年轻的领域,需要更多的工作。

由于控制的超脱性,用角色模拟创造动画的人严格来说可能不是**动画师**。传统上,动画师直接负责动画制作中的所有动作[40]。把通过模拟人物指导动画的人称为**元动画师**可能更合适,因为动画师与其说是运动的设计者,不如说是行为的设计者。这些行为,当由模拟人物表演时,间接地导致了最终的行动。因此,动画师的工作有点像戏剧导演的工作:角色的表演是导演对演员指示的间接结果。这里报告的工作的魅力之一是不知道模拟会如何从指定的行为和初始条件中进行;有许多意想不到的、令人愉快的惊喜。另一方面,随着最后期限的临近,这种魅力也开始消减,意外的烦恼也随之出现。笔者最近花了很多时间,试图让不合作的羊群按预定计划移动("这些该死的羊群似乎有自己的想法!")。

几何飞行

野猪模型的一个基本部分是**飞行**的几何能力。通过掩盖翅膀、鳍和腿部运动的相当复杂的情况(在兽群的情况下,通过限制第三维的运动自由),模拟的学校或兽群成员的运动可以被视为一种

"飞行"类型。在本文中,**几何飞行**一词指的是某种类型的沿路运动:物体的动态、增量、刚性的几何变换,沿三维曲线移动并与之相切。虽然运动是刚性的,但物体的基本几何模型可以在这个"飞行坐标系"中自由衔接或改变形状。与更典型的沿着预定义花键曲线的动画运动不同,飞行路径的形状没有事先指定。

几何飞行是基于沿物体的"前进方向",即其本地正Z轴的增量平移。这些平移与围绕本地X轴和Y轴的**转向旋转**(**俯仰**和**偏航**)相混合,后者重新调整本地Z轴的全球方向。在实际飞行中,转弯和移动是连续和同时发生的。思想上的几何飞行是一种离散的近似。小的线性运动模拟出一个连续的弯曲路径。在一个国家

仿真中,运动必须每帧至少递增一次。以更高的速率运行模拟,可以减少飞行模型的离散采样误差,完善运动模糊模式的形状。

飞行建模广泛使用物体自身的坐标系。本地空间代表**"boid的眼睛"**;它意味着相对于**boid**自己的位置和方向来测量事物。在笛卡尔术语中,左/右轴是X,上/下是Y,前/后是Z。本地和全局参考框架之间的几何数据转换由几何运算符**localize**和**globalize**处理。使用本地尺度是很方便的,这样坐标系的长度单位就是一个**体长**。生物学家通常用体长来指定鸟群和学校的统计数据。

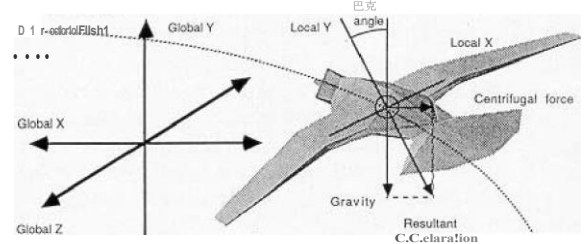
几何飞行是动量守恒的模型。一个飞行中的物体倾向于保持飞行状态。有一个简单的粘性速度阻尼模型,因此,即使船体在一个方向上持续加速,也不会超过某个**最大速度**。

速度。也可以指定一个**最低速度**,但默认为零。一个**最大的加速度**,以最大速度的一部分表示,用来截断对加速度的过度焦虑请求,从而提供速度和航向的平滑变化。这是一个具有有限可用能量的生物的简单模型。

许多物理力在目前的**boid**模型中不被支持。**重力**是被建模的,但只用于定义银行行为。它是按程序定义的,以允许构建任意形状的场。如果每个**BOID**在每一帧都被重力加速,它将倾向于下降,除非重力被**升力**或**浮力**所抵消。浮力是与重力相一致的,但空气动力升力是与**BOID**的局部"上升"方向相一致的,并与速度有关。这种水平的建模导致了一些效果,如通常的平飞,向下飞行时更快(或向上更慢),以及"失速"动作。速度限制参数可以更现实地被建模为**摩擦阻力**,一个与速度有关的向后指向的力。在目前的模型中,转向是通过将可用的**推力**引向适当的方向来完成的。**将切向推力和侧向转向力分开**建模会更现实,因为它们通常有不同的大小。

银行业

几何飞行与平移、俯仰和偏航有关,但不限制**滚动**,即围绕本地Z轴的旋转。这个自由度用于物体的**倾斜-滚动**,使本地Y轴与作用于它的(总加速度的本地XY分量)对齐。通常情况下,倾斜是基于加速度的横向分量,但切向分量也可用于某些应用。横向分量是来自转向和重力。在直线飞行中,没有径向力,所以重力项占主导地位,银行业务使物体的-Y轴与"重力向下"方向对齐。转弯时,径向分量变大,"加速向下"方向向外摆动,就像悬挂在飞行物体上的一个钟摆。转弯加速度的大小直接随物体的速度和其路径的曲率而变化(所以与转弯半径成反比)。无限速度的极限情况类似于没有重力情况下的银行行为。在这些情况下本地+Y(向上)的方向直接指出了中心由当前转弯定义的曲率。



图一。

在正确的倾斜状态下(飞行员称之为**协调飞行**),物体的局部空间仍然与"感知"或"加速"坐标系保持一致。这有几个好处:它简化了鸟儿(或飞行员)的定向任务,它



它使机翼翼面的升力指向最有效的方向("加速上升"), 它使路人的咖啡保持在杯中, 而且对动画来说最重要的是, 它使飞艇符合观众对飞行物体应该如何移动和定向的期望。另一方面, 现实主义并不总是动画的目标。通过简单地扭转倾斜角度, 我们获得了一种卡通式的运动, 看起来就像物体被转弯的离心力向外抛出。

鲑鱼和海龟

作为几何飞行基础的正向平移和局部旋转的增量混合是编程语言Logo中"乌龟图形"的基础[5]。Logo最早是作为一种教育工具, 让孩子们在实验中学习几何、算术和编程[22]。Logo乌龟最初是一个小的机械机器人, 它在教室地板上铺的大纸上爬来爬去, 在移动中用毡尖笔在纸上拖过来画图形。抽象的隧道几何学是一个基于乌龟参照系的系统, 是一个将位置和方向结合起来的目标。在程序的控制下, Logo龟可以从其当前位置向前或向后移动, 从其当前方向向左或向右转, 或将笔在纸上向上或向下。乌龟的几何形状已经从平面扩展到任意流形和三维空间[1]。这些"3D乌龟"和它们的路径完全等同于boid物体和它们的飞行路径。

自然的羊群、牧群和学校

".....成千上万的鱼儿像一只巨大的野兽一样移动, 刺入水中。它们似乎团结在一起, 不可避免地由一个共同的命运所束缚。这种统一性是如何产生的?"

-匿名者, 17世纪(来自肖)。

一只鸟要参加鸟群, 就必须有一些行为, 使它能与群友的动作协调。这些行为并不特别独特; 所有生物在某种程度上都有这些行为。自然界的鸟群似乎由两种平衡的、对立的行组成: 一种是希望靠近鸟群, 一种是希望避免在鸟群中发生碰撞[34]。很明显, 为什么一只鸟要避免与它的群友相撞。但是, 为什么鸟类似乎在空中寻找相当于讨厌的交通堵塞? 加入鸟群的基本冲动似乎是来自几个因素的进化压力的结果: 保护鸟类免受捕食者的攻击, 从统计学上提高(共享)基因库的生存能力, 在寻求食物时从更大的有效搜索模式中获益, 以及社会和交配活动的优势[33]。

没有证据表明自然鸟群的复杂性以任何方式受到限制。鸟群不会因为新鸟的加入而变得"满"或"超载"。当鲱鱼向它们的产卵地迁移时, 它们的鱼群长达17英里, 包含数百万条鱼[32]。在巨大的鸟群范围内, 自然鸟群似乎以完全相同的方式运作。看起来, 一只鸟不可能对它的每一个鸟群伙伴都给予很大的关注。但在一个分布在遥远距离上的巨大鸟群中, 每只鸟都必须有一个局部的、经过过滤的感知。

鸟群的其他部分。一只鸟可能意识到三个类别: 它自己, 它的两个或三个最近的邻居, 以及鸟群的其他部分[23]。

这些关于鸟群的"计算复杂性"的推测是为了表明, 鸟类可以与任何数量的鸟群伙伴成群, 因为它们使用的是正式计算机科学中所谓的恒定时间算法。也就是说, 一只鸟为了成群结队而必须做的"思考"的数量必须在很大程度上与鸟群中的鸟的数量无关。否则, 当单个鸟类因其导航任务的复杂性而变得超负荷时, 我们就会看到自然鸟群的大小有一个明显的上限。这在自然界并没有被观察到。

将真实羊群对复杂性的不敏感性与下面描述的模拟羊群的情况进行对比。所述羊群算法的复杂性基本上是 $O(n^2)$ 。也就是说, 运行该算法所需的工作随着羊群数量的平方增长。我们肯定会看到这里所描述的模拟羊群的大小有一个上限。一些解决这个性能问题的技术将在算法考虑一节中讨论。

模拟的羊群

为了建立一个模拟的鸟群, 我们从一个支持几何学飞行的BOID模型开始。我们增加一些行为, 以对应避免碰撞的对立力量和加入鸟群的冲动。简要地说是规则, 按照优先级递减的顺序, 导致模拟羊群的行为是:

1. 避免碰撞: 避免与附近的人发生碰撞。

同学们

2. 速度匹配: 试图与附近的群居动物的速度相匹配

3. 群体中心化: 试图靠近附近的群友

速度是一个矢量, 指的是航向和速度的组合。调和和结合这些行为中的每一个结果的方式是很重要的, 将在后面详细讨论。同样地, 这些规则中附近的意义是成群结队过程的关键。这一点也将在后面详细讨论, 但一般来说, 一个BOID对另一个BOID的认识是基于它们之间的距离和偏移矢量的方向。

静态防撞和动态速度匹配是互补的。它们共同确保模拟鸟群的成员在鸟群内部拥挤的天空中自由飞行, 而不会相互碰撞。避免碰撞是敦促人们远离即将发生的撞击。静态避免碰撞是基于鸟群伙伴的相对位置, 而忽略了它们的速度。相反, 速度匹配只基于速度而忽略了位置。这是一种预测性的避免碰撞: 如果鲑鸟能很好地与它的邻居进行速度匹配, 它就不太可能很快与它们中的任何一个发生碰撞。在速度匹配的情况下, boids之间的距离与正在进行的几何飞行保持近似不变的状态。静态避免碰撞的作用是建立最小的所需间隔距离; 速度匹配则倾向于保持这一距离。

羊群中心化使羊群想要靠近羊群的中心。因为每只野猪对世界都有一个本地化的感知, "鸟群中心"实际上是指附近鸟群伙伴的中心。鸟群中心化会使鲑鸟向一个方向飞去, 使其更接近附近的鲑鸟的中心点。如果一只鲑鸟深入鸟群, 它附近的人口密度大致是均匀的; 鲑鸟的密度是

在各个方向上大致相同。在这种情况下, 邻域boids的中心点大约在邻域的中心, 所以羊群中心化的冲动很小。但是, 如果一个BOID在羊群的边界上, 它的邻居BOID就在一边。邻近BOID的中心点会从邻里中心向羊群的主体移动。在这里, 鸟群中心化的冲动更强, 飞行路径将在一定程度上向局部鸟群中心偏转。

真实的鸟群有时会分裂开来, 绕过障碍物。为了逼真, 模拟羊群模型也必须具备这种能力。羊群的居中位置正确地允许模拟羊群分叉。只要单个野猪能靠近其附近的邻居, 它就不会在乎其他的羊群是否转身离开。为鸟群组织提出的更简单的模型(如中心力模型或跟随指定的领导者模型)不允许分叉。

这里提出的鱼群模型实际上是一个比鱼群更好的学校或鱼群模型。浊水中的鱼(和陆地上的动物, 因为它们无法看到它们的同伴)对它们的环境有一个有限的、短距离的感知。鸟类, 特别是鸟群中的外侧鸟类, 具有出色的远距离"视觉感知"。据推测, 这使得相距甚远的鸟群能够结合在一起。如果鸟群居中的冲动是完全本地化的, 那么当两个鸟群相距一定距离时, 它们就会忽略对方。在"操纵波"在鸟群中令人难以置信的快速传播中, 远距离视觉似乎起到了一定的作用。已经证明, 这种波前的传播速度达到了单个鸟类的惊吓反应时间所暗示的速度的三倍。韦恩-波茨提出的解释是, 鸟类感知到迎面而来的"机动波"的运动, 并确定自己的转弯时间以配合它[25]。波茨将此称为"合唱队"假说。

仲裁独立行为

与成群结队有关的三种行为冲动(以及下文将讨论的其他冲动), 每一种都会产生一个单独的建议, 即如何引导鳐鸟的方向。这些都被表述为加速请求。每个行为都说:"如果我是负责人, 我会朝那个方向加速"。加速请求是以三维矢量的形式出现的, 根据系统惯例, 该矢量被截断为单位大小或更小。每个行为都有七个控制其功能的参数; 一个是"强度", 一个介于零和一之间的分数值, 可以进一步减弱加速请求。由Boid大脑的导航模块来收集所有相关的加速请求, 然后确定一个单一的行为所需的加速。它必须结合起来, 确定优先次序, 并在潜在的冲突冲动之间进行仲裁。飞行员模块接受导航模块所要求的加速度, 并将其传递给飞行模块, 飞行模块则试图向该方向飞行。

结合加速请求的最简单方法是对它们进行平均。由于包含了"强度"因素, 这实际上是一个加权平均。一种行为对另一种行为的相对强度可以这样定义, 但这是一种不稳定的相互关系, 很难调整。boid模型的早期版本显示, 通过简单的加速请求的加权平均来导航, 效果"相当好"。在典型条件下, 以这种方式选择航线的BOID会飞出一条合理的航线。但在关键情况下, 如可能与障碍物相撞, 必须及时解决冲突。在高速飞行中, 犹豫不决或犹豫不决是对前面的砖墙的错误反应。

导致犹豫不决的主要原因是, 每个行为都可能在大喊大叫, 建议转向哪条路以避免灾难, 但如果这些加速要求恰好位于近乎相反的方向, 在一个简单的加权平均方案下, 它们基本上会被抵消。boid会做一个非常小的转弯, 然后继续朝同一方向前进, 也许会撞上障碍物。即使在冲动没有抵消的情况下, 平均化也会导致其他问题。考虑在摩天大楼之间的城市街道网络上飞行; 虽然"向北飞"或"向东飞"可能是好主意, 但把它们合并为"向东北飞"将是个坏主意。

人工智能的技术, 如专家系统, 可以用来仲裁相互冲突的意见。然而, 在目前的实施中, 采取了一种不太复杂的方法。优先的加速分配是基于对所有组件行为的严格优先排序, 因此考虑了它们的加速请求。(加速请求按优先顺序排列, 并加入到一个累积器中。每个请求的大小被测量并加入另一个累加器中。这个过程一直持续到累加的幅度之和大于最大加速度值, 这是每个boid的参数。最后一个加速请求被修剪掉, 以补偿累积的幅度过大。重点是, 在导航模块的控制下, 有一个固定的加速度; 这个加速度被分配出去, 以满足各种行为的加速度要求, 并按优先顺序排列。在紧急情况下, 加速度的分配将首先满足最紧迫的需求; 如果所有可用的加速度都被"用完"了, 不那么紧迫的行为可能会暂时得不到满足。例如, 为了避开一个静态障碍物, 可以暂时正确地忽略羊群中心化的冲动, 而采取机动行动。

模拟感知

boid模型并不直接模拟真实动物在成群(视觉和听觉)或成群(视觉和鱼类独特的"侧线"结构, 提供一定的压力成像能力[23, 241])时使用的感官。相反, 感知模型试图向行为模型提供与真实动物作为其感知和认知过程的最终结果可用的大致相同的信息。

这主要是过滤掉实现boids行为的软件所能获得的多余信息的问题。模拟的鳐鸟可以直接访问描述环境中所有物体的确切位置、方向和速度的地理尺度数据库。真实的鸟类对世界的信息是非常有限的, 因为它通过不完善的感官进行感知, 而且它附近的鸟群伙伴会掩盖那些更远的地方。这在群居动物中更为明显, 因为它们都被限制在同一平面内。在鱼群中, 由于鱼群之间的水有时很浑浊, 对光线的散射和吸收进一步限制了对相邻鱼的视觉感知。这些因素结合在一起, 使每个动物可用的信息强烈地本地化。

给每个模拟的Boid提供关于世界的完美和完整的信息不仅是不现实的, 而且是完全错误的, 会导致行为模型的明显失败。在目前实施的局部羊群中心化行为之前, 羊群使用的是中心力模型。这导致了一些不寻常的效果, 如导致一个广泛分散的鸟群的所有成员同时聚集在一起

朝向鸟群的中心点。本文所报告的经验的一个有趣的结果是，我们直观地认识到的“成群”（或上学或成群）的整体运动取决于对世界的有限的、局部的看法。

构成羊群模型的行为是以“附近的羊群伙伴”为标准的。在目前的实施中，邻域被定义为以Boid的本地原点为中心的球形感应区。灵敏度的大小被定义为距离的反指数。因此，邻域是由两个参数定义的：半径和指数。有理由相信，这个敏感区在现实中应该在前进方向上被夸大，而且可能是与BOID的速度成正比的量。处于运动中的人需要对前方的情况有更多的了解，而且这种要求随着速度的增加而增加。前方加权的敏感区可能也会改善目前实施的处于鸟群前沿的鳐鸟的行为，它们往往会被身后的鸟群分散注意力。由于它们的头部和眼睛的排列方式，真正的鸟类有很宽的视野（大约300度），但两只眼睛的重叠区很小（10到15度）。因此，鸟类只有在一个非常小的、面向前方的锥体中才有立体深度知觉。目前正在研究boids的前向加权知觉模型。

在羊群模型的早期版本中，牵引力和排斥力的度量是按距离线性加权的。这种类似于弹簧的模型产生了一种弹跳的羊群动作，可能对卡通化的特征来说是不错的，但不是很逼真。该模型被改变为使用距离的反平方。这个更像重力的模型产生了一个似乎更自然、阻尼更好的羊群模型。这与布莱恩·帕特里奇（Brian Partridge）对鱼群的空间关系进行的精心控制的定量研究有很好的关联。

[23]；他发现，“一条鱼受其近邻的影响比受鱼群中远处成员的影响要强烈得多。每条鱼对[影响]的贡献与距离的平方或立方成正比”。在以前的工作中，他和同事[23, 24]证明了鱼类根据其视觉系统和感知压力波的“侧线”器官所提供的信息形成群体。一个物体轮廓的透视图像的面积（它的“视觉角度”）与它的距离的平方成反比，而通过像水这样的三维介质传播的压力波与距离的立方成反比。

Boid感知模型是相当临时的，避免了实际模拟视觉。人工视觉是一个极其复杂的问题[38]，远远超出了这项工作的范围。但是，如果boids能够“看到”它们的环境，它们的路径规划就会比目前的模型更好。有可能构建简单的类似迷宫的形状，这将使目前的boids模型感到困惑，但有视觉的boids会很容易解决。

即兴的植绒

上面描述的成群结队模式使鳐鸟急于参与可接受的近似成群结队的活动。被释放的Boids在彼此附近开始成群结队，互相打闹和争夺位置。船只们彼此靠近（船群中心化），但始终与邻居保持谨慎的分离（避免碰撞），船群很快变得“两极化”--其成员以大致相同的速度朝同一方向前进（速度匹配）；当他们改变方向时，他们会

它是同步的。孤独的鸟群和较小的鸟群联合起来成为较大的鸟群，在有外部障碍物的情况下（下文讨论），较大的鸟群可以分裂成较小的鸟群。

在每次模拟运行中，BOID模型的初始位置（在一个特定的椭圆体内）、航向、速度和其他各种参数被初始化为特定分布范围内的随机值。一个可重后的随机数发生器被用来允许重复性。这种随机化并不是必须的；BOID在开始时也可以按照规则的模式排列，羊群模型的所有其他方面都是完全确定的和可重复的。

当模拟运行时，鸟群的第一个动作是对初始条件的反应。如果羊群开始时过于紧密地挤在一起，就会出现最初的“闪电式扩张”，在这种情况下，避免碰撞的共同愿望促使羊群在径向上远离最初的过压点。如果被租在一个半径小于“邻域”半径的球壳中，沸腾体就会向球心收缩；否则，它们就会开始凝聚成小块，而这些小块可能会自己开始结合在一起。如果将boids限制在某一区域内，那么如果让它们游荡足够长的时间，较小的群落最终会聚集成一个单一的群落。

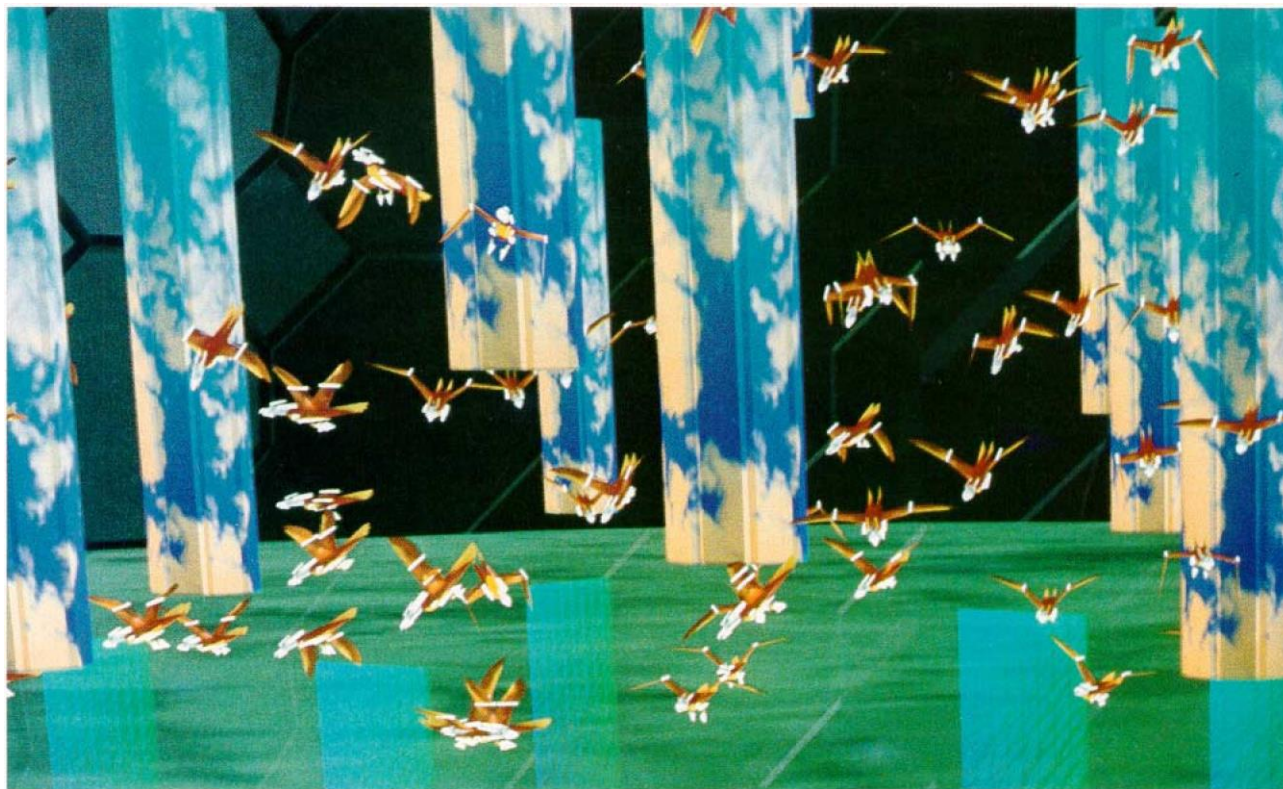
脚本化的植绒

到目前为止所讨论的行为提供了个体鸟类飞行和参与快乐的无目的鸟群的能力。但是，为了将鸟群模拟与其他动画动作相结合，我们需要对鸟群进行更直接的控制。我们希望在特定的时间指导特定的动作（例如，“鸟群在序列的:02.3秒时从左边进入，在:03.5时转向直接向上飞，并在:04.0时离开画面”）。

目前，BOID模型的实现有几个设施来指导羊群的运动和时间行动。首先，模拟是在一个通用的动画脚本系统[36]的控制下运行。该脚本系统的细节在此并不重要，除了典型的交互式运动控制设施外，它还提供了在逐帧基础上安排调用用户提供的软件（如羊群模型）的能力。这个脚本工具是用来描述各种羊群动作的时间的基本工具。它还允许对参数的时间变化值进行灵活的控制，这些参数可以被传递给模拟软件。最后，脚本被用来设置和动画化场景的所有非行为方面，如背景、灯光、摄像机运动和其他可见目标。

编写鸟群路径的主要工具是BOID模型中的迁徙冲动。在目前的模型中，这种冲动是以全局目标来指定的，可以是一个全局方向（如“去Z国过冬”），也可以是一个全局位置--所有鸟类都飞向的目标点。该模型计算出一个有边界的加速度，使鳐鸟逐步转向其迁徙目标。

通过脚本系统，我们可以对一个动态的parameter进行动画处理，其值是一个全局位置向量或一个全局方向向量。这个参数可以传递给鸟群，而鸟群又可以将其传递给所有的BOID，每个BOID都会设置自己的“迁徙目标寄存器”。因此，所有鸟类的全球迁徙行为都可以从脚本中直接控制。（当然，没有必要同时改变所有的boids，例如，延迟可以是它们目前在空间的位置的一个函数。真正的鸟群不会同时改变方向[25]，而是从一只鸟开始转向，像冲击波一样迅速扩散到整个鸟群中）。



我们可以通过将目标点沿着所需的路径制作成动画,并在一定程度上领先于鸟群来引导鸟群。即使迁徙的目标点突然改变,由于飞行模型模拟的动量守恒,每个BOID的路径仍然是相对平滑的。这意味着BOID自身的飞行动力学在"控制点"之间实现了一种平滑的插值。

避免环境障碍

模拟羊群的最有趣的运动来自于与环境其他物体的互动。羊群的孤立行为倾向于达到一个稳定的状态,并变得相当无活力。羊群可以被看作是对其行为所隐含的约束条件的一种放松方案。例如,鸟群居中和避免碰撞的冲突冲动不会导致持续的来回运动,而是鸟群最终在这两种冲动之间取得平衡(阻尼的程度控制了达到这种平衡的时间)。环境中的障碍物和鳐鸟试图绕过这些障碍物的尝试增加了鸟群行为的明显复杂性。(事实上,真正的鸟群的复杂性可能主要是由于自然环境的复杂性造成的)。

从对我们希望放置鸟群的场景进行建模的角度来看,环境障碍物也很重要。如果脚本中的鸟群要在桥下和树周围飞行,我们必须能够表示这些障碍物的几何形状和尺寸。这里采取的方法是对"渲染的形状"和"避免碰撞的形状"进行独立建模。目前用于环境障碍物的形状类型比用于计算机图形模型渲染的模型复杂得多。目前的工作实现了两种类型的环境形状

避免碰撞。一个是基于力场的概念,在要求不高的情况下有效,但有一些不足之处。另一个模型被称为"转向避开",更加稳健,在精神上似乎更接近于自然机制。

力场模型假定了一个从障碍物向空间发射的排斥力场;当Boids接近障碍物时,它们会被不断排斥。这种方案很容易建模;场的几何形状通常相当简单,因此可以直接从场方程中计算出避开的加速度。这些模型可以产生很好的结果,例如在

"极乐世界"(4)中,但它们也有缺点,仔细观察就会发现。如果BOID以某种角度接近被力场包围的障碍物,使其与力场的方向正好相反,BOID就不会转身离开。在这种情况下,力场只是通过加速后退来减缓BOID的速度,根本不提供侧推力。对于即将发生的碰撞,最糟糕的反应是无法转向。力场也会造成"周边视觉"的问题。boid在飞向墙壁时应该注意到并转身离开,但如果boid在墙壁旁边飞行,就应该忽略墙壁的存在。最后,力场往往是近处太强,远处太弱;躲避障碍物应包括长期规划,而不是在最后一刻慌乱的修正。

转向避开是对视觉引导的自然鸟类的更好模拟。野猪只注意它正前方的障碍物。(如果有的话,它找到其本地Z轴与障碍物的交点。)在本地透视空间工作,它找到最接近最终撞击点的障碍物的轮廓边缘。计算出一个径向矢量,该矢量将把BOID瞄准该剪影边缘以外的一个体长点(见图2)。目前steer-to-avoid已经实现了几种障碍物形状:球体、圆柱体、平面和盒子。Colji-

目前正在开发任意凸多面体障碍物的避让方法。

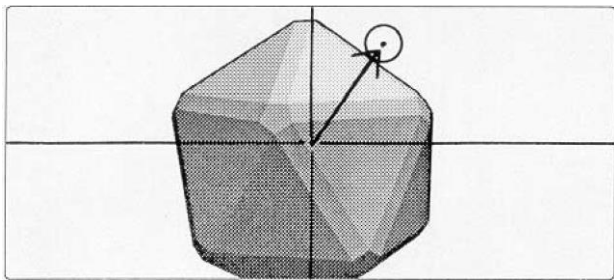


图2.

障碍物不一定是固定在空间里的，它们可以在动画制作过程中被脚本赋予动画效果。或者更有趣的是，障碍物可以是行为上的角色。麻雀虽小，五脏俱全，它们可能会围着一群障碍物转，而这群障碍物实际上是一群大象。同样，行为上的障碍物可能不仅仅是碍事的，它们可能是恐惧的对象，如捕食者。有人指出[25]，自然成群的本能似乎被捕食者磨灭了。

群体模型的其他应用

极化非碰撞聚合运动的模型有许多应用，计算机动画中鸟群的视觉模拟就是其中之一。某些修改产生了一个鱼群模型。进一步的修改，如限制在一个二维的表面和跟随地形的能力，导致了一个群落模型。想象一下，一群PODA式的腿部生物[9]，使用Karl

Sims的技术在不平整的复杂地形上运动[35]。其他应用则不那么明显。交通模式，如高速公路上的汽车流，是一种类似于羊群的运动。有一些专门的行为，如被限制在车道内行驶，但使船群不发生碰撞的基本原则在高速公路上同样适用。我们可以想象为故事片创造

"临时演员"（人类或其他）的人群。然而，最有趣的是通过混合和匹配在计算机图形中可能出现的非传统组合：一群弹弓，一群飞马，或3D星际公路上的飞船交通堵塞。

一个重要的应用是帮助对羊群、牛群和学校进行科学调查。这些科学家必须几乎完全以观察的方式工作；在自然界的鸟群和鸟群中进行实验是很难的，而且很可能会干扰所研究的行为。也许有可能，利用某种鸟类的现实行为的更精心制作的模型，对

"模拟的自然鸟群"进行有针对性和可重复的实验。通过实施分布式行为模型和简单地比较模拟鸟群与自然鸟群的总体运动，可以明确地检验鸟群组织理论。

算法方面的考虑

一个基本羊群算法的天真实现，其复杂程度将随着羊群数量的平方而增长（" $O(N^2)$ "）。基本上，这是因为每个布依族必须

对其他每一个boids进行推理，即使只是决定忽略它。这并不是说这个算法很慢或很快，只是说随着问题的大小（羊群的总数量）的增加，复杂性增加得更快。增加Boids的数量，所花费的时间就会翻两番。

然而，如前所述，真正的鸟类可能对鸟群总数没有那么敏感。这就给人们带来了希望，模拟的鳐鸟可以被教导独立于总鸟群进行导航。当然，问题的一部分是，我们正试图在一台计算机上运行整个鸟群的模拟。自然的解决方案是使用分布式处理，就像真实的鸟群那样。如果我们为每只野猪使用一个单独的处理器，那么即使是植群算法的天真实现也是 $O(N)$ ，或者说是与人口数量相关的线性。但即使这样也是不够好的。这仍然意味着，当更多的BOID被添加到羊群中时，问题的复杂性会增加。

我们所希望的是一个恒定时间的算法，一个对总人口不敏感的算法。另一种说法是，如果有一种有效的方法来保持 N 非常小，那么 N^2 的算法就可以了。目前正在研究实现这一目标的两种方法。一种是对鸟群进行动态空间划分；根据它们在空间中的位置，将鳐鸟分类到一个"格子"的格子里。试图在羊群中导航的BOID可以通过检查其当前位置附近的"格子"来快速获得附近的羊群伙伴。另一种方法是进行增量碰撞检测（"接近度检测"）。一般的碰撞检测是另一种 N^2 算法，但是如果我们根据刚才描述情况的部分解决方案，逐步进行碰撞检测，那么该算法只需要担心变化，因此可以运行得更快，假设增量心理变化很小的话。Girard的PODA系统[9]中使用的增量碰撞检测算法显然在典型情况下实现了恒定时间性能。

计算环境

boids软件是用Symbolics Common Lisp编写的。代码和动画是在Symbolics 3600 Lisp机上制作的，这是一台高性能的个人电脑。羊群软件是用Flavors实现的，它是Symbolics Common Lisp的面向对象的编程扩展。该系统的几何方面是在S-Geometry（一种交互式几何建模器[37]）上分层的。Boids是基于3D:OBJECT的，它提供了它们的几何能力。羊群模拟是由S-Dynamics[36]动画系统创建的脚本调用的，该系统还提供了用于查看运动测试的实时回放设施。这个图形工具包的可用性使作者能够立即专注于这个项目的独特问题。这个底层的价值的一个例子是，羊群模型的初始版本，包括实施、测试、调试和七个简短的运动测试的制作，是在SIGGRAPH '86会议之前的十天内完成的。

boid软件还没有进行速度优化。但是，如果不对系统的实际性能做一个粗略的估计，这份报告将是不完整的。在没有任何特殊硬件加速器的情况下，在一台Lisp机器上，使用天真的 $O(N^2)$ 算法（因此有6400个单独的boid-to-boid比较），80个boid群，每帧模拟运行约95秒。一个10秒（300帧）的运动测试需要大约8个小时的实际时间来完成。

未来的工作

本文在很大程度上忽略了提供Boid视觉表现的几何模型的内部动画。用这些模型制作的原始运动测试都显示了成群的小的抽象的刚性形状, 可能是纸飞机。没有拍打翅膀, 也没有转头, 当然也没有人物动画。这些主题对于模拟羊群的可信动画来说都是很重要的, 也是相关的。但是, 鸟群作为极化的、非碰撞的整体运动的基本抽象性质在很大程度上与这些内部形状变化和衔接的问题无关。这一概念得到了以下事实的支持: 即使在没有任何内部动画的情况下, 这些模拟的大多数观众都将这些抽象物体的运动识别为“成群”。

但要把这两方面的运动融为一体, 不仅仅是把角色的内部动画周期的动作与几何飞行定义的运动连接起来的问题。在飞行动力学模型的当前状态和机翼运动周期的振幅和频率之间存在着重要的同步问题。目前开发的主题包括内部动画、同步化, 以及基于模拟的鸟群模型和其他更传统的、相互作用的动画脚本系统之间的接口。我们希望允许熟练的计算机动画师设计一个鸟类角色, 并使用标准的交互式建模和脚本技术来定义它的“拍翅周期”, 然后能够把这个周期性运动“插入”鸟群仿真模型中, 使鸟群中的鸟类按照脚本周期飞行。

本文所讨论的行为都是简单的、孤立的、低复杂性的行为。boids有一个几何和运动状态, 但它们没有明显的心理状态。真正的动物有更复杂、更抽象的行为, 而不是简单地希望避免痛苦的碰撞; 它们有更复杂的动机, 而不是简单地希望飞到空间的某个点。更有趣的行为模型会考虑到饥饿、寻找食物、对捕食者的恐惧、对睡眠的周期性需求等等。这种类型的行为模型其他研究者也创造了一些新方法, 例如: [16, 19, 21], 但是他们在这里描述的boid模型中还没有实现。

总结

本文提出了一个极化的、非碰撞的集合运动模型, 如鸟群、鸟群和学校的运动。该模型是基于模拟每只鸟的独立行为。在独立工作时, 鸟儿们既要粘在一起, 又要避免彼此之间以及与环境中的其他物体发生碰撞。显示由该模型构建的模拟鸟群的动画似乎符合观察者对构成“鸟群运动”的直观概念。然而, 要客观地衡量这些模拟的有效性是很困难的。通过将模拟羊群的行为与自然羊群的行为进行比较, 我们能够改进和完善该模型。但在模型达到一定的逼真程度后, 动画师可以随意改变模拟羊群的参数, 以实现羊群行为的多种变化。

鸣谢

我想感谢羊群、牛群和学校的存在; 大自然是计算机图形和动画灵感的最终来源。我也想感谢他们的贡献。

在这一过程中, 有很多不同领域的工作者为这项研究提供了贡献。

献给行为学、进化论和动物学等自然科学: 因为他们做了艰苦的工作, 是真正的科学, 而这个计算机图形的近似是建立在这个基础之上的。感谢Logo小组, 他们发明了适当的几何图形, 从而使我们坐在驾驶座上。向发明了适当的控制结构的Actor语义学人员致敬, 他们给了Boid一个大脑。感谢现代Lisp的许多开发者, 他们发明了适当的编程语言。感谢我在麻省理工学院、Ill公司和Symbolics公司过去和现在的同事, 在我做出第一只Boid之前, 他们已经耐心地听了我多年关于羊群的猜测。感谢Symbolics公司的图形部门, 他们雇用了我, 忍受了我讨厌的性格, 为我提供了美妙的计算和图形设施, 并为这里描述的工作的发展提供了真正的支持。还要感谢计算机图形领域, 因为他们为本文所报告的高级游戏形式提供了专业的尊重。



参考文献

1. Abelson, H., and diSessa, A., "Maneuvering a Three Dimensional Turtle" in *Turtle Geometry: 计算机作为探索数学的媒介*, 麻省理工学院出版社, 剑桥, 马萨诸塞州。1981年, 第140-159页。
2. Agha, G., *Actors: A Model of Concurrent Computation in Distributed Systems*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1986.
3. Amkraut, S., 个人通讯, 1987年1月8日。
4. Amkraut, S., Girard, M., Karl, G., "为正在进行的题为'Eurythmy'的工作进行运动研究", 载于SIGGRAPH视频评论, 第21期 (第二项, 时间代码3:58至7:35), 1985年, 在俄亥俄州立大学计算机图形研究组制作, 俄亥俄州科伦巴。
5. Austin, H., "The Logo Primer," MIT A.I. Lab, Logo Working Paper 19, 1974.
6. Braitenberg, V., 车辆。合成心理学的实验。麻省理工学院出版社, 剑桥, 马萨诸塞州, 1984。
7. Burton, R., *Bird Behavior*, Alfred A. Knopf, Inc., 1985。
8. Davis, J. R., Kay, A., Marion, A., 未发表的关于behavioral模拟和动画的研究, Atari Research, 1983。
9. Girard, M., Maciejewski, A. A., "Computational Modeling for the Computer Animation of Legged Figures," in *Computer Graphics VJ9 #3*, 1985, (proceedings of ACM SIGGRAPH '85), pp.263-270.
10. Goldberg, A., Robson, D., *SMALLTALK-BO, The Language and its Implementation*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading Massachusetts, 1983.
11. Goldberg, A., Kay, A., *SMALLTALK-72 指导手册*。学习研究小组, 施乐公司帕洛阿尔托研究中心, 1976年。
12. Hewitt, C., Atkinson, R., "Parallelism and Synchronization in Actor Systems," *acm Symposium on Principles of Programming Languages 4*, January 1977, Los Angeles, California.

13. Kahn, K. M.,
从故事描述中创造计算机动画, 麻省理工学院人工智能实验室, 技术报告540 (博士论文), 1979年8月。
14. Kahn, K. M., Hewitt, C., *Dynamic Graphics using Quasi Parallelism*, May 1978, proceedings of ACM SIGGRAPH, 1978.
15. Kleinrock, L., "Distributed Systems," in *Communications of the ACM*, V28 #11, November 1985, pp.1200-1213.
16. Lipton, J., *An Exaltation of Larks (or, The Illmereal Game)*, Grossman Publishers, 1977. 1977年、1980年、1982年、1983年、1984年、1985年由企鹅出版社重印。
17. Maciejewski, A. A., Klein, C.A., "Obstacle Avoidance for Kinematically Redundant Manipulators in Dynamically Varying Environments," to appear in *International Journal of Robotic Research*.
18. Magnenat-Thalmann, N., Thalmann, D., *Computer Animation: 理论与实践*, Springer-Verlag, Tokyo, 1985.
19. Marion, A., "Artificially Motivated Objects," [install piece], ACM SIGGRAPH艺术展, 1985.
20. Moon, D. A., "Object-oriented Programming with Flavors," in *Proceedings of First Annual Conference on Object-Oriented Programming Systems, Languages, and Applications*, ACM, 1986
21. Myers, R., Broadwell, P., Schauler, R., "Plasm: Fish Sample," [装置作品], ACM SIGGRAPH艺术展, 1985.
22. P-apert, S., "Teaching Children to be Mathematicians vs. Teaching Them About Mathematics," *International Journal of Mathematical Education and Sciences*, V3, pp.249-262, 1972.
23. P-artridge, B. L., "鱼群的结构和功能" *科学美国人*, 1982年6月, 第114-123页。
24. Pitcher, T. J., Partridge, B. L.; Wardle, C. S., "Blind Fish Can School," *Science* 194, #4268 (1976), p. 964.
25. Potts, W. K., "The Chorus-Line Hypothesis of Manoeuver Coordination in Avian Flocks," letter in *Nature*, Vol 309, May 24, 1984, pp.344-345.
26. Pugh, J., "Actors-The Stage is Set," *acm SIGPLAN Notices*, V19 #3, March 1984, pp.61-65.
27. Reeves, W., T., "Particle Systems-A Technique for Modeling a Class of Fuzzy Objects," *acm Transactions on Graphics*, V2 #2, 1983年4月, 转载于《计算机图形学》, V17 #3, 1983年7月, (acm SIGGRAPH '83论文集), 第359-376页。
28. Reynolds, C. W., *Computer Animation in the Ubrld of Actors and Scripts*, SM论文, MIT (the Architecture Machine Group), May 1978.
29. Reynolds, C. W., "Computer Animation with Scripts and Actors," *Computer Graphics*, V16 #3, July 1982, (acm SIGGRAPH '82 Proceedings), pp.
30. Reynolds, C. W., "Description and Control of Time and Dynamics in Computer Animation" in the notes for the course on Advanced Computer Animation at acm SIGGRAPH '85, and reprinted for the notes of same course in 1986.
31. Selous, E., *Thought-transference (or what?) in Birds*, Constable, London, 1931.
32. Scheffer, V. B., *Spires of Form: Evolution Glimpses*, Harcourt Brace Jovanovich, San Diego, 1983 (reprinted 1985 by Harvest/ HBJ), p. 64.
33. Shaw, E., "Schooling in Fishes: Critique and Review" in *Development and Evolution of Behavior*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1970, pp.
34. Shaw, E., "Fish in Schools," *Natural History* 84, no. 8 (1975), pp.40-46.
35. Sims, K., *Locomotion of Jointed Figures Over Complex Terrain*, SM论文, 麻省理工学院媒体实验室, 目前正在准备中, 1987年4月。
36. Symbolics图形部门, *S-Dynamics* (用户手册), Symbolics公司, 1986年11月。
37. Symbolics Graphics Division, *S-Geometry* (user's manual), Symbolics Inc., October 1986.
38. 平克, S. (编辑), 《视觉认知》, 麻省理工学院出版社, 马萨诸塞州Cam bridge, 1985。
39. Thomas, F., Johnson, O., *Disney Animation: 生命的幻觉*, 阿贝维尔出版社, 纽约, 1981年, 第47-69页。
40. Wilhelms, J., "Toward Automatic Motion Control," *IEEE Computer Graphics and Applications*, V7 #4, April 1987, pp.11-22.
41. Zeltzer, D., "Toward an Integrated View of 3-D Computer Animation," *The Visual Computer*, V1 #4, 1985, pp.249-259.

