

David A. Schmidt, Changxin Shi, Randall A. Berry,
Michael L. Honig, and Wolfgang Utschick

分布式资源分配方案

功率控制的定价算法
干扰网络中的波束形成器设计 [1].

要想在无线网络中获得高频谱效率，就必须有能力缓解和管理相关的干扰。这在网络中变得尤为重要，因为许多发射器和接收器是随机放置的，因此，在没有协调的情况下，一个特定的接收器很可能会遇到来自邻近发射器的严重干扰。因此，一个挑战是提供一种协调的手段，以分配可用的资源，或自由度（DoF），以尽可能避免干扰。

在无线网络中，DoF通常指的是无干扰的传输模式，可以用自由度来定义。

频率、空间和时间。在频率和时间上的DoF通常与多个非重叠的反应有关。频道和时隙，分别是，DoF在空间对应于正交的空间波束。资源包括每个发射器的可用功率和波束，而网络运营商的目标是在可用的DoF之间分配这些资源，以优化整个网络目标。

原则上，无线网络中的最佳资源分配如果所有活动节点测量所有其他节点的信道增益并将该信息传递给资源管理器，就可以实现这一工作。在收集了这些信息后，资源管理器将确定对所有用户或发射器-接收器对的分配，并向各发射器宣布这些分配。当然，这样一个集中式的资源分配方案

对于大多数实际的网络来说，分配需要过多的信息交换和过头。此外，根据目标和具体的资源限制，集中式优化问题可能是非凸性的，其相关的最坏情况下的复杂度会随着用户数和DoF的增加而呈指数增长。

在这篇文章中，我们讨论了分布式资源分配方案，其中每个发射器决定其分配

授权许可使用仅限于。University of Bristol. 于2023年3月4日 15:08:17 UTC从IEEE Xplore下载。限制条件适用。



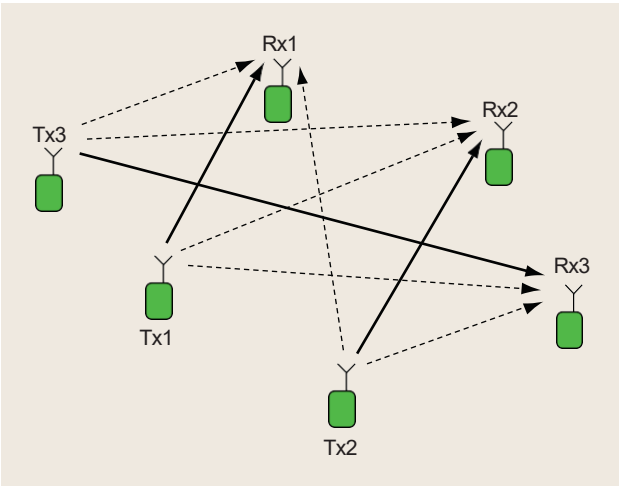
在干扰价格交换的基础上，自主地进行。这些方案主要是由频谱共享的公地模式激发的，其中用户或服务提供商可以在指定的频段内传输，只要他们遵守某些规则（如802.11等标准）[1]。这些方案的一个有吸引力的特性是它们是可扩展的，也就是说，信息交换和开销可以根据网络的大小来调整。

为了模拟用户的服务需求和相关的优先级，我们假设每个用户都被分配了一个效用函数，它取决于服务质量指标，如信号干扰加噪声比（SINR）或速率。网络目标是所有用户的效用之和。这个目标很灵活，可以通过适当的效用函数分配来适应广泛的性能指标。每个干扰价格都与一个特定的接收器相关联，并表示由于与特定DoF相关的干扰的边际增加而导致的效用的边际减少。给出一组来自附近接收机的干扰价格，发射机就会根据最佳响应选择资源，这就使其效用最大限度地减去了总干扰成本。然后，用户在价格和资源分配更新之间进行迭代。

这类分布式资源分配方案的一个基本假设是，用户通过遵守公布价格和确定分配的规则进行合作。（例如，定价协议可以内置于被批准的设备中。）这与非合作用户的网络形成对比，后者可能选择偏离算法以增加自己的效用。众所周知，这种偏离最优分配（即，最大化总效用）的行为可能会导致不同的分配（纳什均衡），对于这种分配，大多数用户的情况会更糟糕。这种类型的非合作行为在没有信息交流的情况下也会出现，因为发射器可能会优化自己的资源，而忽略对邻近接收者的影响。

博弈论在网络中的应用通常假定用户是不合作的，因为这些情况自然适合在网络中使用。

[图1] 一个具有多个对等传输的无线网络。



博弈论框架。例如，[2]-[4]中讨论了蜂窝系统中自主功率控制的博弈论方法。在[5]中研究了干扰信道的功率和带宽（传播）的非合作性调整。那里的动机是使用博弈论来模拟自私的用户的基本偏好。相反，在这里我们把博弈论作为一种工程工具来设计每个用户（或代理）的偏好，从而使“自私的行动”（所产生的博弈中的最佳响应更新）导致理想的合作行为，即收敛到最佳（效用最大化）分配。一个分析上的困难，也是博弈论应用的动机，就是在每次最佳响应更新后，权力和梁子都会发生很大的变化。因此，我们需要不同的分析工具，这些工具通常用于分析基于梯度的算法的收敛性，这些算法在每次迭代中进行增量调整[6],[7]。

我们从一个由窄带、单输入、单输出 (SISO) 链路组成的网络开始, 并说明一些保证分布式定价算法收敛到全局最优的一般条件。然后, 我们将这一讨论扩展到多输入、单输出 (MISO) 和多输入、多输出 (MIMO) 通道。一般来说, 一组对应于所有DoF的价格必须被交换以实现全局最优分配。相应的解决方案与没有信息交换的解决方案进行对比 (即迭代充水[8], [9])。

最后，虽然干扰定价方案是在无线对等网络的背景下讨论的，但该方法也可以应用于蜂窝网络和数字用户线路（DSL）。具体来说，干扰价格可以在相邻小区之间交换，以调整功率水平和DoF，以减轻其他小区的干扰（例如，见[10]），或在同一绑定器内的调制解调器之间交换（例如，见[11]）。分布式定价的其他扩展和限制将在“结论和遗留问题”部分讨论。

点对点的系统模式

我们认为一个无线系统由若干对发射器和接收器组成。例如，这些对可以是蜂窝系统下行链路中的一个基站和一个相关的移动站，或者是随机放置在一个地理区域内的特设网络的节点，如图1所示。我们将每个发射器-接收器对称为一个用户。每个接收器只对来自其相关发射器的信号感兴趣；来自所有其他发射器的信号构成干扰，这些干扰被假定为噪声。除了干扰之外，接收器（w.l.o.g）都经历着相同水平的背景噪声。

无线信道的条件反映在每个发射器和每个接收器之间的随机信道增益。我们假设每个节点（接收器或发射器）都能准确地估计所有相关的信道增益。特别是，每个发射器必须知道与相邻接收机的跨信道增益。在实践中，如果每

个节点定期发送一个已知的先导信号，这些增益可以被估计。
(这可能需要一定程度的

节点之间的同步性)。此外,我们假设信道条件在所讨论的资源分配程序期间保持不变,对应于静止的用户。

给定 K 个用户(发射器-接收器对),在接收器 k 处对应于一个特定符号间隔的信号是

$$\mathbf{y}_k = \underbrace{\mathbf{H}_{kk}}_{\text{预期信号}} \mathbf{x}_k + \underbrace{\sum_{j \neq k} \mathbf{H}_{kj} \mathbf{x}_j}_{\text{干扰}} + \underbrace{\mathbf{n}_k}_{\text{噪声}} \quad (1)$$

其中,一般来说, \mathbf{H}_{kj} 是一个代表从发射器 j 到接收器 k 的通道的复数矩阵, \mathbf{x}_k 是来自发射器 k 的传输信号矢量, \mathbf{n}_k 是加性噪声。关于每个节点的可用子信道和天线数量的不同假设可以通过改变信道矩阵的结构来表示。最简单的情况对应于单天线终端的窄带传输(SISO模型),在这种情况下,信道和传输信号是标量,即 $\mathbf{H}_{kj} = h_{kj}$ 和 $\mathbf{x}_k = x_k$ 。

优化问题

用户 k 所感知的性能被假定为由一个效用函数 u 代表 k 。该参数可以,在打印

的例子,是任何服务质量指标,如接收 SINR、错误率、吞吐量或包延迟。在这里,我们将假设效用取决于一组可用 DoF 上的 SINR。

例如,对于 SISO 模型,接收器 k 的 SINR 为

$$\text{SINR}_k = \frac{h_{kk} p_k}{\sum_{j \neq k} h_{kj} p_j + s^2} \quad (2)$$

其中 p_k 是发射信号 x_k 的功率, s^2 是背景噪声的功率。因此,一个用户可以通过增加发射功率来增加其 SINR,但这将减少所有其他用户的 SINR。通常情况下,发射功率 p_k 是限制为不超过最大值 P_k 。

实用函数的一个突出例子是 $\log(1 + \text{SINR}_k)$, 它对应于信道的香农容量,因为干扰被视为加性高斯噪声。其他具有理想特性的效用函数包括对数 SINR_k , 对应于高 SINR 下的香农容量,以及"-公平"效用函数 SINR_k^α [12], 当 $\alpha = 1$ 时,它在高 SINR 下"变平",因此反映了一个对速率不敏感的应用。一般来说,任何合理的效用函数在 SINR 中应该是不递减的;效用函数必须满足更严格的标准,以证明将要提出的分布式定价算法的收敛性。另外,当一个用户在多个 $(L - 1)$ DoF 上传输时,其效用函数取决于 DoF 上的 INR 集合。例如,速率效用是给定的

在 SISO 模型中,这可以被设定为以下优化问题。

$$\max_{\mathbf{p}} \sum_{k=1}^K u_k(1 + \text{SINR}_k) \quad \text{s.t.} \quad 0 \leq p_k \leq P_k \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (3)$$

这个优化问题的属性取决于功用函数。一般来说,这是一个非凹型问题。

由于干扰,所以它可能有许多多个局部最优解,这使得对全局最优的搜索成为可能

一个困难的任务。然而,正如在[13]中对 SISO 模型所显示的,对于许多感兴趣的效用,这可以通过应用变量的对数变化而转化为一个凸问题。

具体来说,对于一大类效用函数来说,(3) 中的目标在变量 $e_k = \ln(1 + p_k)$ 方面是凹的,并且约束集是凸的。在这些情况下,(3) 有一个唯一的局部最优,这也是全局最优,可以用标准的优化技术来解决。在个人效用函数的相对风险厌恶系数方面,给出了这一条件成立的充分条件。这是经济学中用来衡量效用函数的相对凹陷性的一种方法,其定义为

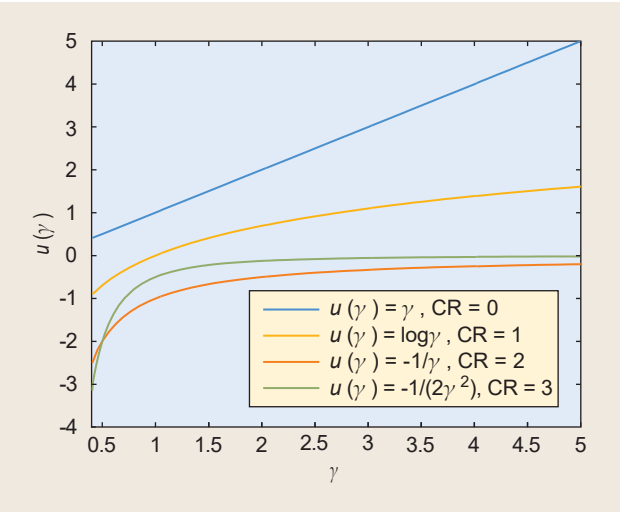
$$CR_k(x) = -x \frac{u''(x)}{u'(x)}$$

其中, $u'(x)$ 和 $u''(x)$ 表示的是

的效用与它的参数有关。对于任何凹形效用 $CR_k(x) \leq 0$, 当 $u(x)$ 是线性的时候是平等的。随着 $CR_k(x)$ 的增加,效用函数变得"更加凹陷"。这就是

如图2所示,该图显示了公平效用函数的例子。对于这些效用, $CR_k(x)$ 是一个常数(独立的

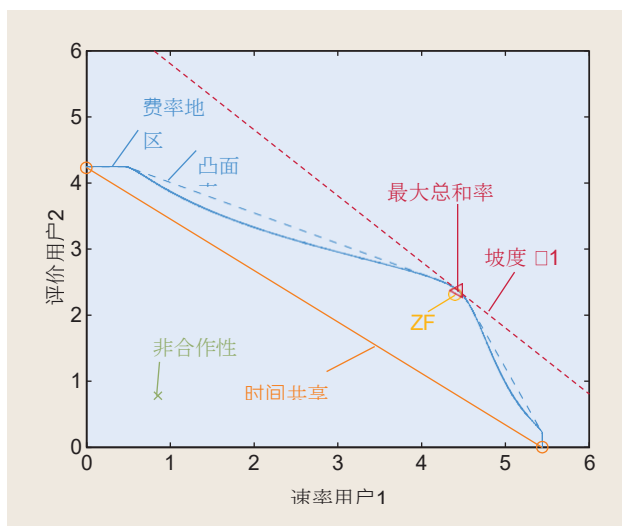
的)。将 (3) 转化为凸问题所需的充分条件是,对于所有可行的 SINR, $CR_k(x) \leq 1$ 。



通过 $\mu \{1 + \text{SINR}_{k,1}^{\text{CR}}, \text{SINR}_{k,L}^{\text{CR}}\}^{2.5} \log(1 + \text{SINR}_{k,i}^{\text{CR}})$ 其中 $\text{SINR}_{k,i}$ 是用户 k 对第 i 个 DoF 的 SINR。

考虑到对用户的效用函数的分配，整个系统的目标是使整个用户的总效用最大化。对于

[图2] 具有相对风险厌恶系数不变的效用函数图。随着CR的增加，这些函数表现出更强的凹陷性。



加。帕累托最优结果的集合可以被看作是效用区域的边界点,即所有可能的个人效用的集合

即, 效用必须是充分凹陷的[14]。这对于对数效用来说是成立的, 但对于速率-效用对数 11.1 SINR_k 来说则不成立。

效用区域和纳什均衡

首先，考虑 (3) 的集中式解决方案。资源管理者必须收集有关信道增益和效用的必要信息，解决优化问题，然后告诉每个用户如何在DoF上分配其功率。通过这种方式，将找到一个局部最优的解决方案（如果问题可以转化为一个凸的概率，它可能是全局最优的）。然而，这种资源分配方案所需的信息交换开销，对于中等规模到大型网络来说，可能是难以承受的。

前面的集中式解决方案的一个替代方案是允许每个发射器自主地调整自己的功率。这种分布式分配方案的一个极端例子，不需要任何信息交换，就是让每个发射机选择它的功率分配来最大化自己的利用率。对于SISO模型，SINR和效用随着发射功率的增加而增加。因此，每个用户的最佳反应是用尽可能多的功率发射，即 $p_k \rightarrow P_k$ ，而不考虑其他用户的行为。如果我们把用户解释为博弈中的玩家，策略是选择发射功率，回报是产生的效用，那么全功率发射将是每个玩家的主导策略，因此这个结果是唯一的纳什均衡。

众所周知，纳什均衡不需要使总效用最大化（例如，见 [2]、[9]、[10]、[14]、[15]）。事实上，它甚至可能不是帕累托最优，在这种情况下，有可能通过选择一组不同的分配来改善所有参与者的报酬。在SISO问题的背景下，这意味着一些用户以低功率发射的配置可以导致所有用户的效用增

对于一些可行的功率分配，可以实现的速率。例如， \log $\frac{1}{1 + \text{SINR}_k}$ 的所有组合的联盟是可实现的速率区域。当一个纳什均衡不是帕累托最优时，它严格地位于这个区域的内部。

为了说明前面的讨论，图3显示了一个具有双天线发射器和单天线接收器的双用户MISO干扰网络的典型速率区域。在这种情况下，(1)中的信道矩阵 \mathbf{H}_{kj} 是行向量，信号向量 $\mathbf{x}_k = s \mathbf{v}_k$ 其中 s 是标量符号， \mathbf{v}_k 是用户 k 的天线权重（或波束）的波束成形向量。图3显示了在所有可能的波束选择中，在每个发射器的相同功率约束下，可实现速率的边界。

图3中对应于最大和效用的边界点有一条斜率为21的切线。图中还显示了纳什均衡点，对应于非合作用户（或相当于零信息交换）。(对应于纳什均衡点和最优总和点的梁的特征将在 "MISO系统模型" 一节中讨论)。纳什均衡点离可实现速率区域的帕累托边界很远。即使是两个用户之间的简单分时方案也能为用户带来比非合作性结果更好的性能。请注意，速率区域有明显的非凸性，在高信噪比时出现[15]；如果允许边界上的策略之间共享时间，速率区域的凸壳也是可以实现的。

对于迄今为止讨论的SISO和MISO信道模型，在没有信息交换的情况下，发射机的最佳响应并不取决于其他用户的功率或波束。因此，计算纳什均衡是非常简单的。相比之下，假设信道模型(1)中的信道矩阵 \mathbf{H}_{kj} 是带有复杂对角线元素的对角线，这对应于通过频率选择信道的多载波传输（单天线）。然后，信道矩阵的对角线元素对应于跨频率的复杂信道增益。

每个多载波发射器可以在子信道上分配功率，在总功率约束下实现效用最大化。对于速率效用来说，在没有信息交换的情况下，最佳响应的功率分配是充水。这种最佳响应取决于子载波上的干扰分布，而这又是由相邻发射机的功率分配决定的。因此，纳什均衡可以通过迭代充水法来确定，其中用户更新他们的功率分配，直到功率分配收敛[16], [17]。[事实上，对于所考虑的点对点网络，纳什均衡不一定存在，即使存在，迭代充水法也不一定会收敛。对于双用户信道，这取决于跨信道收益的相对大小[16]。相反，将要讨论的分布式定价算法即使在迭代注水不收敛的情况下也经常收敛。

分布式定价算法

如图3所示, 让每个用户在没有任何信息交流的情况下优化自己的效用, 会导致性能不佳。另一方面, 在集中式解决方案中获得全部信息可能需要过多的开销。我们接下来介绍异步分布式定价 (ADP) 算法[14], 该算法使每个节点能够在有限的信息交换的帮助下在本地调整他们的资源。(在这一节中, 我们描述了SISO模型的算法; 对多天线和多载波传输的扩展将在后续章节中描述。

上一节中的非合作方法之所以会导致性能不佳, 是因为当用户只选择自己的效用函数时, 他们没有考虑到他们因干扰而给其他用户带来的不利益。在经济学术语中, 一个代理人由于另一个人的行为而造成的不效用被称为负外部性。这些负外部性是非合作方式的低效率的根源。ADP算法的主要思想是设计一个新的报酬, 使每个代理人的这些外部性内部化, 也就是说, 当一个代理人优化报酬时, 它是考虑到对其他用户的干扰。对于一个代理人来说, 预测它所造成的干扰的确切影响将再次需要过多的信息交流 (基本上, 每个代理人都需要知道整个全局目标)。相反, 在ADP算法中, 每个代理 (接收者) 宣布一个单一的干扰价格, 这是他自己每单位的干扰效用的最终成本。具体来说, 接收者 j 宣布的干扰价格是由以下公式给出的

$$p_j = \frac{u_j' \text{SINR}_j}{I_j}, \quad (4)$$

其中 $I_j = \sum_{k \neq j} p_k |h_{jk}|^2$ 是在以下位置的总干扰功率。如果发射器 k 的功率为 p_k , 那么干扰接收器 j 的“成本”为 $p_j p_k |h_{jk}|^2$, 即干扰价格乘以接收的干扰功率。我们可以再次把每个用户看作是一个游戏的参与者, 只是现在不是最大化自己的效用, 而是用户的回报是其效用减去所有非预期接收者的总成本

$$P_k(p_k; \mathbf{p}_{-k}) = u_k - \sum_{j \neq k} p_j |h_{jk}|^2 p_k, \quad (5)$$

其中 \mathbf{p}_{-k} 表示除 k 以外的所有用户的策略选择 (权力) 向量。

在ADP算法中, 用户迭代地调整他们的功率分配并宣布新的干扰价格。当一个用户调整其功率时, 假设其他用户的功率分配和干扰价格是固定的, 它就会使 (5) 中的报酬最大化。因此, 功率更新是一个代理在所产生的博弈中的最佳反应。完整的算法显示在图4中。一般来说, 这可以是完全异步的, 也就是说, 除了每个数量必须无限次地更新外, 对特定用

更新作为特殊情况 (图4中的“任意组”是指同时更新的用户子集)。

为了实现这个算法, 请注意, 当根据 (5) 更新发射功率时, 发射器需要知道来自其他接收机的干扰价格, 它自己的SINR, 以及对邻近接收机的跨信道收益。它不需要知道网络中的其他信道增益和其他用户的效用函数。另外, 为了计算干扰价格 (4), 接收机必须知道直接信道增益和干扰加噪声功率 (或者等同于SINR和发射功率)。我们接下来讨论这个算法的收敛性。

收敛分析

如果ADP算法已经收敛, 那么每个用户的最佳响应使用 (5) 中的报酬不会改变发射功率。此外, 干扰价格不应该改变, 即它们应该代表均衡时的边际干扰成本。可以证明, 这样的固定点必须满足集中式问题 (3) 的Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 最优条件[14]。(KKT条件指出, 任何增加功率的用户 k 的边际效用增加都等于总的干扰成本)。因此, 该算法的任何极限点都满足局部或全局最优的必要条件。同样, (3) 的任何局部或全局最优都必须算法的固定点。此外, 如果我们对每个用户 k 都有 $C R_k \leq 1$, 那么正如上一节所讨论的, 整个问题可以转化为一个凸问题, 在这种情况下, 唯一满足KKT条件的分配 (对应于ADP算法的唯一极限点) 就是全局最优。

我们接下来给出保证ADP算法收敛的条件。在这种情况下显示收敛性是不同的。

从标准分布式优化的分析中得出的结论: 用户何时更新其价格或功率没有任何限制。因此, 这包括同时更新和轮流更新

我们与分布式梯度或基于牛顿的方法（例如，见[19]和[20]）一样，没有对用户的功率更新施加任何步长限制。这样做的好处是不需要这样的步长，但也有可能使分析复杂化，因为整体效用可能在一个时间步长中发生巨大的变化。相反，[14]中ADP算法的收敛证明使用了博弈中最佳响应更新的属性，其中每个用户 k 都被表示为

[图4] SISO模型的ADP算法（单天线终端的窄带传输）。

- 1) 初始化：每个用户 k 选择一个任意的初始价格 π_k ($0 \leq \pi_k$)，功率 $0 \leq p_k(0) \leq P_k$ 。
- 2) 功率更新：任意组中的每个用户都更新其功率以最大化 (5)。
- 3) 价格更新：任意组中的每个用户根据 (4) 更新其干扰价格。

由两个玩家：一个是权力玩家，选择可行的权力分配 p_k ，以最大化(5)中的报酬；一个是价格玩家，通过最大化(4)中的价格来选择干扰价格，以优化报酬。在这个博弈中，功率或价格参与者的最佳响应更新分别对应于ADP算法中的功率或价格更新。在这个博弈的纳什均衡中，没有任何权力方或价格方希望偏离，也就是说，所有的

纳什均衡必须是ADP算法的极限点。

从前面的讨论中可以看出，ADP算法的收敛性可以通过表明最佳响应更新在基础博弈中收敛来建立。对于任意博弈，纳什均衡不一定存在，即使存在，最佳响应更新也不一定收敛于此。然而，对于超模数博弈类（见“超模数博弈”），人们对这种更新的收敛性有更多的了解，即使是以任意的异步方式进行。对于ADP算法来说，如果系数对于所有可行的SINR，每个用户效用的相对风险厌恶系数满足 $1 \leq CR_k \leq 2$ ，那么得到的博弈是超模的。此外，在这种情况下，(3)有一个唯一的全局最优，因此，ADP算法将全局收敛到最佳功率分配[14]。

ADP算法的前述收敛结果的主要限制是，每个用户的效用的相对风险厌恶系数在1和2之间。这可以被理解为要求效用是充分凹陷的，但不是太凹陷。如果它们不是充分凹陷的（ $CR_k < 1$ ），那么整个问题可能有多个局部最优。如果效用过于凹陷（ $CR_k > 2$ ），那么博弈就不是超模态的，最佳响应更新可能过于

咄咄逼人，以保证收敛性。这个条件适用的一个效用是 $u_k = \frac{1}{2} \log \frac{1}{1 + x_k}$ ，这是香农速率的高信噪比近似值。这个结果不适用于速率效用 $u_k = \frac{1}{2} \log \frac{1}{1 + x_k}$ ，它的 $CR_k = 1$ 。然而，在

[21]研究表明，对于速率效用，具有固定干扰价格的ADP算法版本收敛于唯一的纳什版本只要该通道是对角线主导的，就能达到平衡。即，对于每个用户 k ， $0 \leq h_{kk} \leq \sum_{j \neq k} h_{jk}$ 。此外，在[22]中。

这表明，只要每个用户在每次更新后都宣布一个新的干扰价格，ADP就会在 $0 \leq CR_k \leq 2$ 的情况下单调地收敛。

多载波ADP

现在考虑具有对角线信道矩阵的信道模型，对应于多载波传输。对于SISO模型，通过交换干扰价格，有可能提高非合作用户的性能（迭代充水，或更普遍的，迭代效用最大化）。一个用于多载波传输的ADP算法被考虑在

[14] 假设每个用户 k 的效用是可分离的，即 $u_k = \sum_{m=1}^M u_{k,m}(\text{SINR}_{k,m})$ ，其中 $\text{SINR}_{k,m}$ 是用户 k 在子信道 m 上的SINR（例如，这适用于速率-效用函数。）在这种情况下，通过交换所有子信道上的干扰价格，并使用迭代的原始-对等算法来更新功率和价格（考虑到每个发射器的功率限制），可以再次实现总效用的最大化。

在许多应用中，效用函数可能是总比率的非线性（例如，增加的严格凹陷）函数，在这种情况下，它不能被表示为整个效用的总和。

超模数游戏

超模态博弈代表了一类博弈，在这些博弈中，玩家表现出战略互补性。宽泛地说，这指的是这样一个事实，即玩家的行动可以被排序，以便一个玩家行动的增加会导致其他每个玩家的最佳反应也增加（或者更准确地说，不减少）。这种互补性的概念是通过要求玩家的报酬函数具有增加的差异而正式确定的。更具体地说，考虑一个游戏，其中每个玩家选择一个实值策略 x_k 。每个玩家寻求最大化一个报酬函数 $P_k(x_k, x_{-k})$ ，其中 x_{-k} 表示除玩家 k 以外的所有玩家的策略向量。假设报酬是两次可分的，那么如果对于所有 $j \neq k$ ，玩家 k 的报酬将有一个增加的差异。

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial x_k^2} \leq 0, \quad \frac{\partial^2 P_k}{\partial x_k \partial x_j} \geq 0 \quad (S1)$$

归纳起来，允许无差别的报酬和矢量值的策略，例如，见[33]。

就我们的目的而言，超模数游戏具有以下两个有用的特性。

- 1) 如果每个代理人的报酬是上半连续的，那么这个游戏一定有一个纳什均衡。
- 2) 如果纳什均衡是唯一的，那么从任何战略的初始选择来看，最佳响应更新都会全面收敛到该纳什均衡。

这里，最佳响应更新是指，假设其他玩家不改变他们当前的策略，玩家就会反复更新他们的策略以优化他们的报酬。对于前面的收敛结果，这种更新可以以一般的异步方式进行，其中包括同步更新作为一种特殊情况。如果纳什均衡不是唯一的，那么最佳响应更新仍然会收敛，只要代理人初始化了的最小或最大的战略选择；在

对于所有的 \mathbf{x}_k 和 \mathbf{x}_j 。如果每个玩家的报酬有增加的差异，并且每个玩家的可允许策略集是实线的紧凑子集，那么所产生的游戏被称为超级模块化。这个定义可以是

在这些情况下，纳什均衡的集合也有一个格子结构[33]。这应该与任意博弈形成对比，其中纳什均衡可能不存在，即使存在纳什均衡，最佳响应更新也不需要收敛。

子信道。在[23]中考虑了ADP对这种设置的扩展。也就是说，每个用户宣布一组干扰价格 $\mathbf{p}_k^m \in \mathbb{R}^{1 \times M}$ ， \mathbf{p}_k^m 表示除用户 k 外的所有用户功率集合。然后用户像以前一样优化剩余[(5)中报酬的修改版]。尽管数字例子表明，这种算法通常会迅速收敛到局部最优解，但获得保证这种算法收敛的效用函数的一般条件是一个开放的问题。

多天线

酱油系统模型

前面的讨论适用于由单天线终端组成的干扰网络。我们现在讨论将这些结果扩展到具有多天线的终端，这增加了空间 DoF。我们首先考虑发射器上的多天线，并继续假设接收器为单天线；这是蜂窝系统下行链路中的一种常见情况。

正如在“点对点系统模型”一节中已经提到的，对于 MISO 通道模型 (1)，通道矩阵 \mathbf{h}_k 成为行向量，因此，我们定义 $\mathbf{h}_k^H \in \mathbb{R}^{1 \times K}$ ，其中 \mathbf{h}_k^H 。

表示赫米特转置。多天线发射器 k 现在可以改变它的功率和波束 \mathbf{v}_k ，受制于功率约束 $\|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k$ 。与单天线类似

的情况下，我们可以将 SINR 定义为

$$\text{SINR}_k = \frac{\mathbf{h}_{kk}^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_{kk}}{\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_k + \sum_{j \neq k} \mathbf{h}_{kj}^H \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^H \mathbf{h}_{kj}} \quad (6)$$

再次，系统的目标是使总效用最大化，每个用户被分配一个效用函数 $u_k(\text{SINR}_k)$ ，它取决于接收的 SINR。

如果用户是不合作的，只对他们自己的效用最大化，那么每个用户 k 选择 \mathbf{v}_k ，以最大化 $u_k(\text{SINR}_k)$ 。因此， \mathbf{v}_k 应该是 \mathbf{h}_{kk} 的比例版本，使用最大功率。这也被称为匹配滤波器解决方案，对应于图3所示的纳什平衡（非合作）点。即使在背景噪声很低的情况下，SINR 和每个用户的效用也会受到其他用户的干扰的严格限制。

与单天线系统相比，MISO 系统中的发射器可以利用空间 DoF（对应于波束的选择）来避免对其他用户的干扰。例如，考虑以下的利他方案：对每一个无意的接收者造成的干扰被强制为零，即 $\mathbf{h}_{jk}^H \mathbf{v}_k = 0$ for all $j \neq k$ 。注意，这样的解决方案（只存在于发射器比接收者有更多的天线时）。它所干扰的用户数量。另外，与之相反的是

方案，在任何接收器上都没有干扰，而且随着背景噪声的减少，SINR 也会无限制地增长。事实上，随着噪声水平降低到零，这种零强迫方案优化了总和率，所以它对每个用户来说显然比自负的匹配滤波器方案更好。

参照图3，噪声水平很低，因此零强迫方案相当接近于最大和率对应的点。然而，随着噪声功率的增加，完全消除干扰所获得的增益会减少，非合作匹配滤波器方案最终表现得更好。另外，在区域的每个边缘，都有一个边界垂直于坐标轴的部分；这些部分对应着一个用户采用匹配滤波器而另一个用户执行零强迫的策略。

[24] 中显示，对于两个用户和速率效用函数 $\log(1 + \text{SINR}_k)$ 的情况，任何帕累托最优策略都要求两个用户采用利他主义和利己主义波束的线性组合。因此，利他主义和利己主义的解决方案可以被看作是两个极端，任何理想的发射策略都应该位于这两个极端之间。与单天线的情况一样，我们的目标是找到一个分布式发射策略，使总效用最大化[参见 (3)]。

酱油定价算法

SISO 网络的 ADP 算法可以自然扩展到 MISO 的情况。遵循同样的原则，每个

用户 k 将再次宣布一个干扰价格 \mathbf{p}_k ，代表该用户的效用在实际增加干扰后的边际减少。鉴于这些干扰价格，我们可以再次把每个用户看作是一个有报酬的游戏中的玩家

由他们的效用减去由于干扰而产生的成本给出

他们产生的。然而，在这种情况下，用户的最佳响应更新是通过优化他们在梁上的回报而不是功率来实现的，即

$$\max_{\mathbf{v}_k} u_k(\text{SINR}_k) - \mathbf{p}_k^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_{kk} \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k.$$

然后用户像以前一样迭代更新他们的光束和干涉价格。

在 SISO 情况下，用户的最佳响应更新涉及解决一个单一变量的优化，这通常可以用闭合形式完成。在 (7) 中，优化是在一个矢量上进行的，一般来说，解决方案不能以封闭形式获得。另外，对于许多效用函数来说，目标并不是封闭的。因此，每个用户必须使用一种优化算法来计算其最佳响应。为了减少这种复杂性，我们可以在 (7) 中线性近似 $u_k(\text{SINR}_k)$ ，得出优化问题

$$\max_{\mathbf{v}_k} \mathbf{r}_k^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_{kk} - \mathbf{p}_k^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{h}_{kk} \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k, \quad (8)$$

匹配滤波器的解决方案，发射器 k 必须知道所有的通道。

p_k 在用户之间，需要额外的通信。当所有用户都遵守这个

其中 $r_k = \frac{1}{\sigma^2} \frac{u_k^2 \sin^2 \theta_k}{1 + \sum_{j \neq k} h_{jk}^2}$ 。这个问题的解决方案可以通过简单地确定主导的

(见图6)。利用这一观察，我们可以把用户的策略看作是对光束 \mathbf{v} 的选择，而不是把用户的策略看作是其光束与 \mathbf{h} 之间的角度 θ 。这就把策略集减少到一个单一的标量，然后使用类似于在

在SISO情况下，我们可以证明，如果每个用户的效用满足 $1 - \beta_k \leq \text{SINR}_k \leq 2$ for all, 所产生的游戏是超模的。

可行的 SINR_k 。事实上，对于两个用户来说，也可以证明基础博弈是超模态的，如果 $0 < \beta_k \leq 1$ 对于所有可行的 SINR_k 。因此，如果我们从合适的初始条件开始，MISO ADP算法可以再次保证收敛。(在这种情况下，我们一般不知道全局优化问题是否有唯一的最优，因此不能保证全局收敛)。

[25]中的第二个重述是基于这样的观察：在解决(7)时，用户的策略选择中唯一影响网络中任何其他用户效用的方面是该其他用户收到的总干扰功率。基于此，我们可以把每个用户的行动看作是决定其他用户收到的(标量)干扰功率。考虑到这个功率，一个用户的回报是通过优化他自己的波束，受制于选择的干扰功率和他自己的功率约束。对于双用户网络，每个用户的策略都是一个标量，我们可以再次证明，在对两个用户的效用函数的相同限制下，所产生的游戏是超模的。

前面的两种方法都不能推广到有两个以上用户的MISO网络。对于基于角度参数化的方法，在有两个以上用户的情况下，这种最优解的结构没有明确的概括。涉及干扰功率的第二种表述方式可以被归纳为允许每个代理指定一个干扰功率矢量，网络中的每个其他接收器都有一个。然而，在这种情况下，我们可以构建一些例子，表明所产生的游戏并不总是超模的。这是由于SISO和MISO网络之间有以下的区别。在SISO网络中，当一个用户增加其策略（即功率）时，会导致其他每个接收器的干扰增加。然而，在MISO网络中，一个用户可以在增加一个接收器的干扰的同时减少另一个接收器的干扰。因此，在对其他用户的影响方面，用户的策略没有自然的排序，这使得它不可能显示超模态博弈所要求的属性。虽然不能用超模性来证明MISO ADP对两个以上用户的收敛性，但在[22]中显示，对于SISO模型，如果用户依次更新他们的波束，并在每次更新后交换干扰价格，那么MISO ADP算法对所有效用都是单调收敛的， $0 \neq CR_k \neq 2$ 。

图7显示了总效用与数量的关系图。在一个有五个用户和三个发射天线的网络中，MISO ADP算法的迭代次数（每次对应一个波束更新）。在这些模拟中，每次波束更新后，所有用户都会公布他们的干扰价格，因此，[22]中的收敛结果适用。图中显示了四种公平效用的情况。正如预期的那样，对于对数效用（CR 5 1）和 $\alpha = 2$ 效用（CR 5 2），该算法收敛了。对于 $\alpha = 2.2$ （CR 5 3）和 $\alpha = 2.3$ （CR 5 4）的情况，它没有收敛。

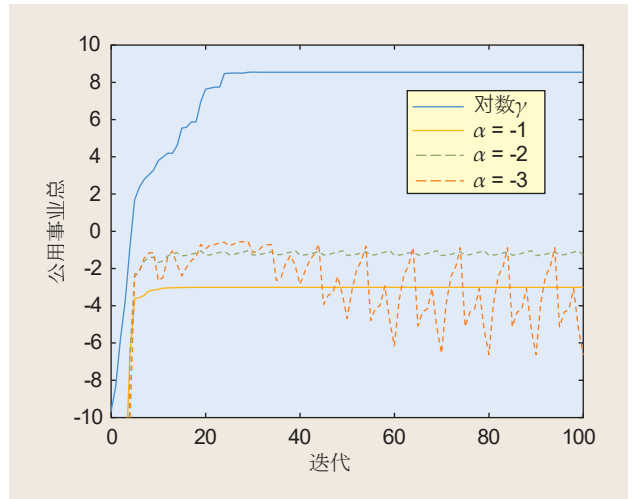
MIMO系统

对于MIMO信道，用户 k 的传输信号矢量为 $\mathbf{x}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{A}_k \mathbf{s}_{kk}$ ，其中 \mathbf{s}_k 是传输符号的矢量， \mathbf{A}_k 是相应振幅的对角线矩阵， \mathbf{V}_k 是具有单位规范列的预编码矩阵。 \mathbf{V}_k 的列对应于不同的空间波束（DoF），它是不同符号流的组合。然后，集中的问题是选择一组跨用户的预编码和振幅矩阵，在每个发射器的功率限制下，使总效用最大化。例如，用户 k 的效用可能是可实现的速率

$$R_k = \frac{1}{2} \log \det \left(\mathbf{I} + \frac{P_k}{\sigma^2} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{H}_{ki}^H \right) \quad (9)$$

其中 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{A}_k \mathbf{V}_k^H$ 是发射协方差矩阵， \mathbf{R}_n 是噪声协方差矩阵，而干扰又被视为加性高斯噪声。

对于速率效用，确定非合作用户的最佳响应策略是很直接的：每个用户 k 将来自其他用户的所有干扰视为噪声，并



【图7】MISO-ADP算法对 α -公平效用的收敛实例。

单用户MIMO优化是众所周知的：在噪声增白滤波器之后，对有效信道矩阵的奇异值进行功率水填充。然而，就像前面讨论的多载波信道一样，当一个用户以这种方式调整其发射策略时，所有其他用户的干扰特性就会改变，迫使他们重新调整其策略。这再次导致了MIMO信道的迭代充水程序，该程序并不总是收敛的[8], [9]。

Mimo定价算法

至于MISO信道，非合作策略并没有充分发挥系统的潜力，特别是在低背景噪声下。当对许多随机信道实现进行平均时，通过迭代注水实现的总和率与信噪比的斜率与最佳斜率相比，显示出明显的劣势（例如，见[26]和[27]）。在这里，我们讨论可以提高性能的MIMO信道的分布式定价方案。与MISO模型有几个重要的区别，这使得寻找MIMO信道的效用最大化问题的分布式方案变得相当复杂。首先，最优接收器的前述香农率不是一组接收到的干扰功率的透明函数（例如，沿不同的空间方向），这使得定义一组用于更新所有前导器的干扰价格更加困难。即使有一个集中的资源管理器，也很难找到全局最优的和率策略，因为这个问题是

已经观察到适度的系统尺寸和低噪声功率的解决方案[28]。

第二个复杂的问题是，性能取决于选择协方差矩阵来最大化自己的速率。这个问题的解决方案

每个预编码器矩阵的等级或复用增益。对于MIMO干扰信道，较大的等级（复用增益）会对邻近的接收机产生更多的干扰，因为可用来避免干扰的DoF较少。因此， V_k s的等级必须与列和相关的功率（ A_k s的集合）一起被联合优化。

最后，第三个复杂情况是

一个最佳的预编码器矩阵取决于相邻的无干扰接收机的选择（例如，最佳的，对应于（9），线性的，或决策反馈的）。此外，在线性接收机的情况下，发射器必须知道与接收滤波器相结合的跨信道增益，以确定接收互易度（即 $\mathbf{G}^H \mathbf{H}$ ，其中 \mathbf{G} 是节点 k 的接收滤波器）。

在[26]中提出的一种方法是将 \mathbf{V}_k 的每一列视为一个空间“波束”，它被用来承载一个单独的符号流，并假设所有的接收器是线性的。然后，用户的效用可以被定义为跨波束的接收SINR的函数（例如，波束上的总速率），并且可以像以前一样为每个波束定义和宣布干扰价格。然后，每个用户可以选择每个波束来最大化相关的效用减去成本。当然，线性接收机的可实现速率只是近似于（9）中的最佳速率。而且，这个问题仍然因为前驱器等级和功率的联合优化而变得复杂。波束更新的启发式方法在[26]中提出，这些方法在性能和信息交换量之间进行权衡。变化取决于波束更新的顺序（例如，按顺序与一次全部更新），功率如何分配，以及价格公布的频率）。对于两个用户，分布式算法的性能通常与集中式优化获得的性能接近，并实现了最佳的高SNR坡度。因此，其性能可以大大优于迭代充水算法，特别是在高信噪比下。（对于两个以上的用户，最佳的高信噪比斜率可能需要干扰对齐[29]）。

结论和遗留问题

在无线网络中交换干扰价格使发射器能够调整它们的资源以优化网络目标，而不是它们各自的单链路目标。尽管在价格公布和联合功率/波束最佳响应更新之间迭代的算法通常显示出快速收敛到极限分配，但建立保证这种收敛的一般条件可能具有挑战性。在博弈论中出现的超模数的概念已被证明对这一目的特别有用。具体来说，只要效用函数满足弱凹性，就能保证SISO信道收敛到唯一的全球最优分配。此外，价格和最佳响应更新的顺序可以是任意的。然而，这里预发的结果有几个局限性。首先，保证收敛的效用函数的条件不包括可实现的（香农）速率。事实上，总和率目标可能有多个局部最优，所以不能保证收敛到全局最优。不过，在数值实验中一直观察到向局部最优收敛的情况。其次，对于MISO信道，超级模块化只能应用于有两个用户的网络，尽管通常在两个以上的用户中观察到收敛。最后，在MIMO信道和自适应的情况下建立迭代定价算法的收敛条件。接收器仍然是一个开放的问题。

虽然用分布式定价实现的总效用可以大大超过纳什均衡（无信息交换）的效用，但这里介绍的模型忽略了与交换互动的价格有关的开销。通过交换对应于纳什均衡的价格，信息交换的开销可能会大大减少。

最强干扰者的子集（例如，见[30]）。除了交换这些价格所需的功率和带宽外，还需要资源来估计用于计算最佳响应更新的跨信道增益。此外，在实践中，价格和跨信道收益将包含估计误差，其大小取决于为信道估计分配的资源。对分布式定价的好处的准确评估最终必须考虑到这种开销和估计误差。

最后，我们的模型假设用户不偏离指定的算法，也就是说，每个用户都如实公布一组干扰价格。一个不合作的用户可以通过虚假地报告一组更大的干扰价格来提高她的个人表现。（跨信道收益也可能被类似地操纵。）解决这个问题一个方法是实施检测这种行为的警察和惩罚策略（例如，见[5]）。另外，还可以设计拍卖机制，为真实的报告提供奖励，尽管会有相关的效率损失（总效用）（例如，见[31]和[32]）。了解这些方法在具有多个DoF的互联网络中的权衡，对未来的研究提出了重大挑战。

鸣谢

作者要感谢Andreas Gründinger对数字的帮助。这项工作部分得到了美国陆军研究办公室根据W911NF-07-1-0028号拨款。

作者

大卫·A·施密特 (dschmidt@tum.de) 是德国慕尼黑工业大学（TUM）信号处理副研究所的研究助理，他正在攻读博士学位。他于2005年获得慕尼黑工业大学的工程师文凭。他目前的研究兴趣包括MIMO干扰网络的最佳资源分配和分布式算法。他是IEEE的学生会员。

史昌鑫 (cshi@u.northwestern.edu) 是伊利诺伊州埃文斯顿西北大学电子工程和计算机科学系的博士生。他于2006年在中国上海交通大学获得电子工程学士学位，2008年在西北大学获得电气工程和计算机科学硕士学位。他的研究兴趣包括无线通信，重点是资源分配和动态频谱共享。他在西北大学获得2006年Walter P. Murphy奖学金，并在2003年和2005年获得上海交通大学一等优秀学术奖学金。

Randall A. Berry (rberry@eecs.northwestern.edu)收到。1993年获密苏里大学罗拉分校电子工程学士学位，1996年和2000年分别获麻省理工学院(MIT)电子工程和计算机科学系的硕士和博士学位。他是西北大学电子工程和计算机科学系的副教授。1998年，他在麻省理工学院林肯实验室高级网络组担任技术员。2000年，他在麻省理工学院的信息和决策系统实验室担任博士后助理。他的主要研究兴趣包括无线通信，数据网络和信息理论。他获得了2003年美国国家科学基金会CAREER奖和西北大学2001-2002学年的最佳教师奖。

迈克尔·L·霍尼格 (mh@eecs.northwestern.edu) 1977年在斯坦福大学获得电子工程学士学位，1978年和1981年分别在加利福尼亚大学伯克利分校获得电子工程硕士和博士学位。他加入了位于新泽西州Holmdel的贝尔实验室，并于1983年转到贝尔核心的系统原理研究部门。自1994年以来，他一直在西北大学工作，是该校电子工程和计算机科学系的一名教授。他还曾是IEEE信息理论论文集和IEEE通信论文集的编辑。他是IEEE信息理论学会理事会的成员。他获得了2002年IEEE通信学会和信息论学会联合论文奖和美国高级科学家的洪堡研究奖。他是IEEE的研究员。

沃尔夫冈·乌奇克 (utschick@tum.de) 分别于1993年和1998年获得慕尼黑工业大学(TUM)电气工程专业的硕士和博士学位(均为荣誉学位)。从1998年到2002年，他在TUM的电路理论和信号处理研究所担任信号处理小组的联合主任。自2002年以来，他一直是TUM的教授，也是信号处理副研究所的负责人。2006年，他因其优秀的教学记录而获奖，2007年，他获得了ITG奖(德国信息技术协会)。他是VDE/ITG的高级会员。他也是IEEE的高级会员，目前是IEEE《电路与系统》的副编辑。

参考文献

- [1] "建议制定规则的通知和命令", 联邦通信委员会, Rep. 03-322, 2003年12月。
- [2] C.W. Sung and W. S. Wong, "A noncooperative power control game for multirate CDMA data networks," *IEEE Trans. 无线通信*, 第2卷, 第1期, 第186-194页, 2003年1月。
- [3] R. Menon, A. B. MacKenzie, J. E. Hicks, R. M. Buehrer, and J. H. Reed, "A game-theoretic framework for interference avoidance," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 4, pp. 1087-1098, Apr. 2009.
- [4] T. Heikkinen, "动态无线网络中基于拥堵的定价", in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conf.*, 2001, vol. 2, pp. 1073-1076.
- [5] R. Etkin, A. Parekh, and D. Tse, "Spectrum sharing for unlicensed bands," *IEEE J. 选择. Areas Commun.*, vol. 25, no. 3, pp. 517-528, Apr. 2007.

- [6] M. Chiang, "平衡无线多跳网中的传输和物理层作品. Jointly optimal congestion control and power control," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 23, no. 1, pp. 104-116, Jan. 2005.
- [7] M. Wiczanowski, S. Stanczak, and H. Boche, "Performance and interference control in wireless ad hoc and mesh networks-Generalized Lagrangian approach," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 8, pp. 4039-4052, Aug.
- [8] G. Scutari, D. Palomar, and S. Barbarossa, "基于博弈论的多用户MIMO系统的竞争设计. A unified view," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 26, no. 7, pp. 1089-1103, September.
- [9] S. Ye and R. S. Blum, "带反馈的MIMO干扰系统的优化指令," *IEEE Trans. 信号处理*, 第51卷, 第11期, 第2839-2848页, 2003年11月。
- [10] C. Zhou, M. Honig, and S. Jordan, "Utility-based power control for a two-cell CDMA data network," *IEEE Trans. 无线通信*, 第4卷, 第6期, 第2764-2776页, 2005年11月。
- [11] Y. Noam and A. Leshem, "Iterative power pricing for distributed spectrum coordination in DSL," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 4, pp. 948-953, Apr. 2009.
- [12] J. Mo and J. Walrand, "公平的端到端基于窗口的拥堵控制". *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 8, no. 5, pp. 556-567, Oct. 2000.
- [13] H. Boche and S. Stanczak, "SIR的对数空洞性和CDMA信道的可行SIR区域的特征", in *Proc. 37th Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers*, Nov. 2003, vol. 1, pp.
- [14] J. Huang, R. A. Berry, and M. L. Honig, "Distributed interference compensation for wireless networks," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 24, no. 5, pp. 1074-1084, May 2006.
- [15] E. Larsson and E. Jorswieck, "MISO干扰信道上的竞争与合作", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 26, no. 7, pp. 1059-1069, September.
- [16] W. Yu, G. Ginis, and J. Cioffi, "Distributed multiuser power control for digital subscriber lines," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 20, no. 5, pp. 1105-1115, June 2002.
- [17] J.-S. Pang, G. Scutari, F. Facchinei, and C. Wang, "Distributed power allocation with rate constraints in Gaussian parallel interference channels," *IEEE Trans. Inform. 理论*, 第54卷, 第8期, 第3471-3489页, 2008年8月。
- [18] F. Wang, M. Krunz, and S. Cui, "Price-based spectrum management in cognitive radio networks," *IEEE J. Select. Topic Signal Process.*, vol. 2, no. 1, pp. 74-87, Feb.
- [19] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, *Parallel and Distributed Computation: Numerical Methods*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [20] H. Boche, M. Wiczanowski, and S. Stanczak, "Characterization of optimal resource allocation in cellular networks," in *Proc. IEEE 5th Workshop Signal Processing Advances in Wireless Communications*, July 2004, pp. 454-458.
- [21] J. Yuan and W. Yu, "无线传感器网络的分布式跨层优化. A game theoretic approach," in *Proc. IEEE Conf. Global Communications*, San Francisco, CA, Nov. 2006.
- [22] C. Shi, R. A. Berry, and M. L. Honig, "Monotonic convergence of distributed interference pricing in wireless networks," in *Proc. IEEE Int. Symp. 2009年信息理论*, 韩国首尔, 2009年6月。
- [23] C. Shi, R. Berry, and M. Honig, "Distributed interference pricing for OFDM wireless networks with nonseparable utilities," in *Proc. 42nd Annu. Conf. 信息科学与系统*, 新泽西州普林斯顿, 2008年3月, 第755-760页。
- [24] E. A. Jorswieck, E. G. Larsson, and D. Danev, "MISO干扰信道的帕累托边界的完整特征," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 10, pp. 5292-5296, Oct. 2008.
- [25] C. Shi, R. A. Berry, and M. L. Honig, "Distributed interference pricing with MISO channels," in *Proc. 46th Annu. Allerton Conf. 2008, Urbana-Champaign, IL*, Sept. 2008, pp.
- [26] C. Shi, D. A. Schmidt, R. A. Berry, M. L. Honig, and W. Utschick, "Distributed interference pricing for the MIMO interference channel," in *Proc. IEEE Int. Conf. Communications 2009*, Dresden, Germany, June 2009.
- [27] S. A. Jafar and M. J. Fakhereddin, "Degrees of freedom for the MIMO interference channel," *IEEE Trans. Inform. 理论*, 第53卷, 第7期, 第2637-2642页, 2007年7月。
- [28] C. Hellings, D. A. Schmidt, and W. Utschick, "Optimized beamforming for the two-stream MIMO interference channel at high SNR," in *Proc. IEEE/ITG Workshop Smart Antennas 2009*, Berlin, Germany, February 2009.
- [29] V. R. Cadambe and S. A. Jafar, "干扰对齐和K用户干扰通道的自由度," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 54, no. 8, pp. 3425-3441, Aug. 2008.
- [30] J. Huang, R. Berry, and M. Honig, "Performance of distributed utility-based power control for wireless ad hoc networks," in *Proc. IEEE Military Communications Conf.*, Oct. 2005, vol. 4, pp. 2481-2487.
- [31] J. Huang, R. A. Berry, and M. L. Honig, "基于拍卖的频谱共享" *Mobile Networks Applicat.*, vol. 11, no. 3, pp. 405-408, June 2006.

[32] J.Bae, E. Beigman, R. Berry, M. Honig, and R. Vohra, "Sequential bandwidth and power auctions for distributed spectrum sharing, " *IEEE J. Select.Areas Com- mun.*, vol. 26, no. 7, pp. 1193-1203, September.

[33] D.M. Topkis, *Supermodularity and Complementarity*.Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1998.

[SP]