

6. 图

(a) 概述

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

基本术语

❖ $G = (V; E)$

vertex: $n = |V|$

edge | **arc**: $e = |E|$

❖ 同一条边的两个顶点，彼此邻接 **adjacency**

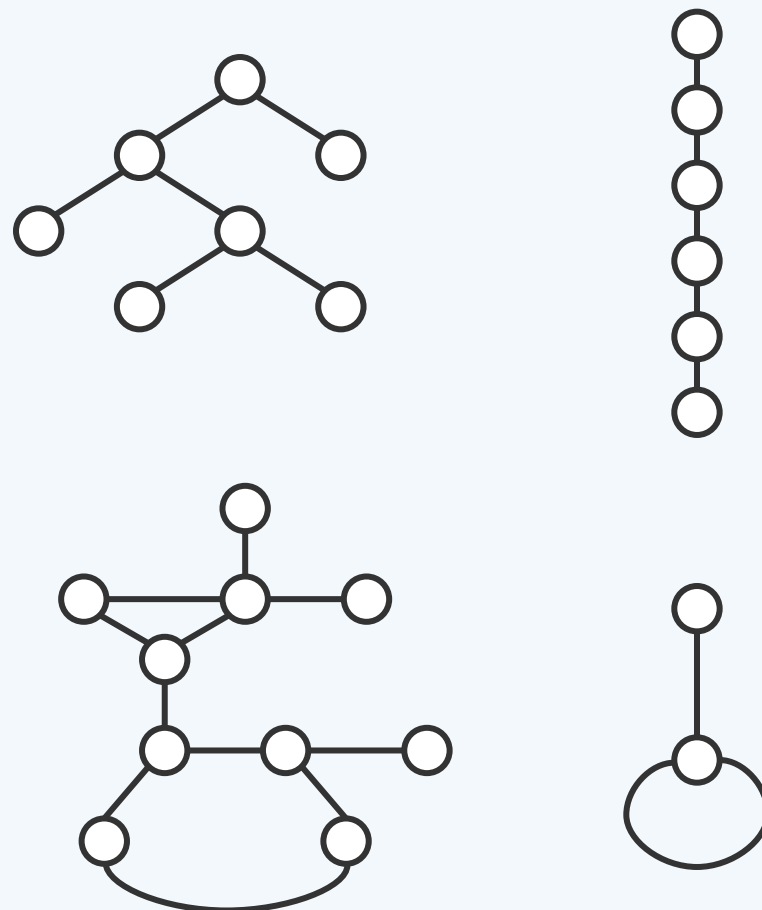
同一顶点自我邻接，构成自环 **self-loop**

不含自环，即为简单图 **simple graph**

非简单图 **non-simple**，暂不讨论

❖ 顶点与其所属的边，彼此关联 **incidence**

度 (**degree**) : 与同一顶点关联的边数



无向图/有向图

❖ 若邻接顶点 u 和 v 的次序无所谓

则 (u, v) 为无向边 `undirected edge`

❖ 所有边均无方向的图，即无向图 `undigraph`

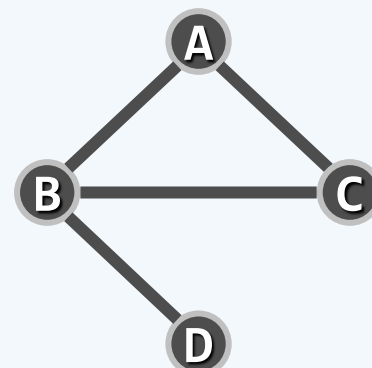
❖ 反之，有向图 `digraph` 中均为有向边 `directed edge`

u 、 v 分别称作边 (u, v) 的尾 (tail)、头 (head)

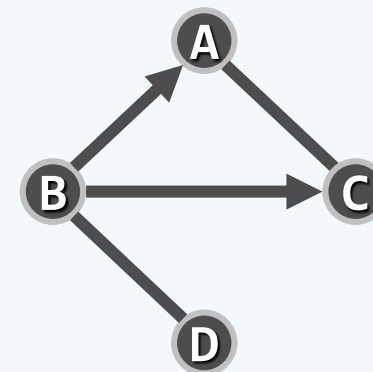
❖ 无向边、有向边并存的图，称作混合图 `mixed graph`

❖ 有向图通用性更强

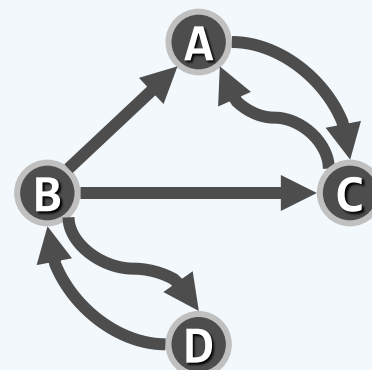
故本章主要 `针对有向图` 介绍相关结构及算法



(a) undigraph



(b) mixed graph



(c) digraph

路径/环路

❖ 路径 $\pi = \langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$

长度 $|\pi| = k$

❖ 简单路径：

$v_i = v_j$ 除非 $i = j$

❖ 环/环路： $v_0 = v_k$

❖ 有向无环图 (DAG)

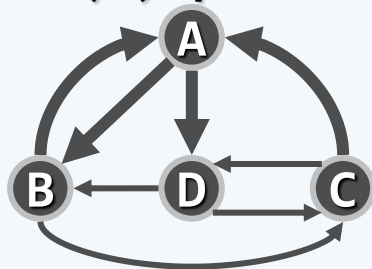
❖ 欧拉环路： $|\pi| = |E|$

各边恰好出现一次

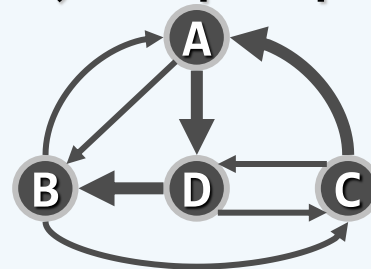
❖ 哈密尔顿环路： $|\pi| = |V|$

各顶点恰好出现一次

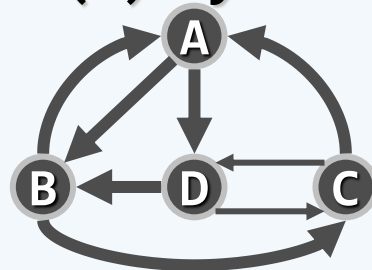
(i) path



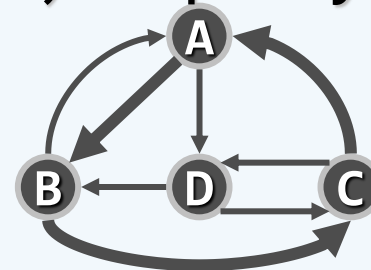
(ii) simple path



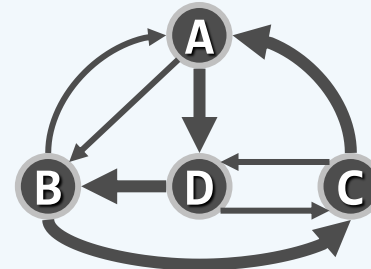
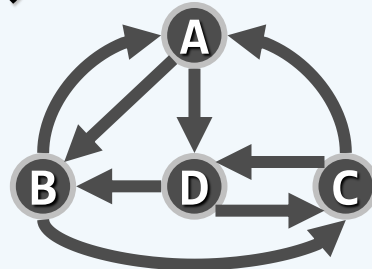
(i) cycle



(ii) simple cycle



(i) Eulerian tour (ii) Hamiltonian tour



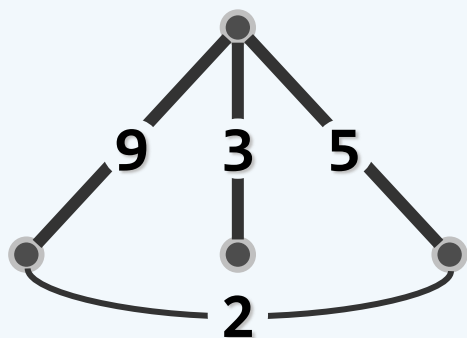
支撑树/带权网络/最小支撑树

❖ 图 $G = (V; E)$ 的子图 $T = (V; F)$ 若是树，即为其支撑树 **spanning tree**

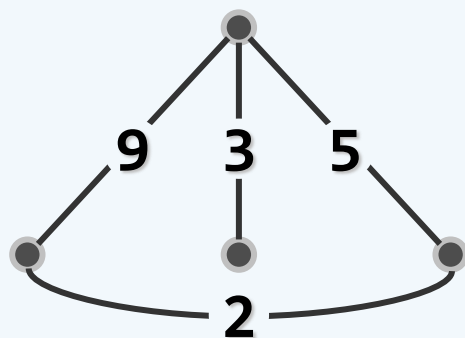
同一图的支撑树，通常并不唯一

❖ 各边 e 均有对应的权值 $wt(e)$ ，则为带权网络 **weighted network**

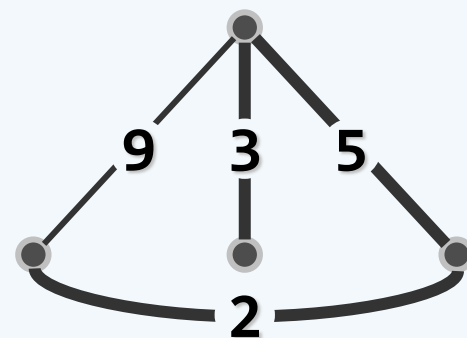
❖ 同一网络的支撑树中，总权重最小者为最小支撑树 **MST**



spanning tree



weighted network
(triangle inequality holds?)



minimum spanning tree