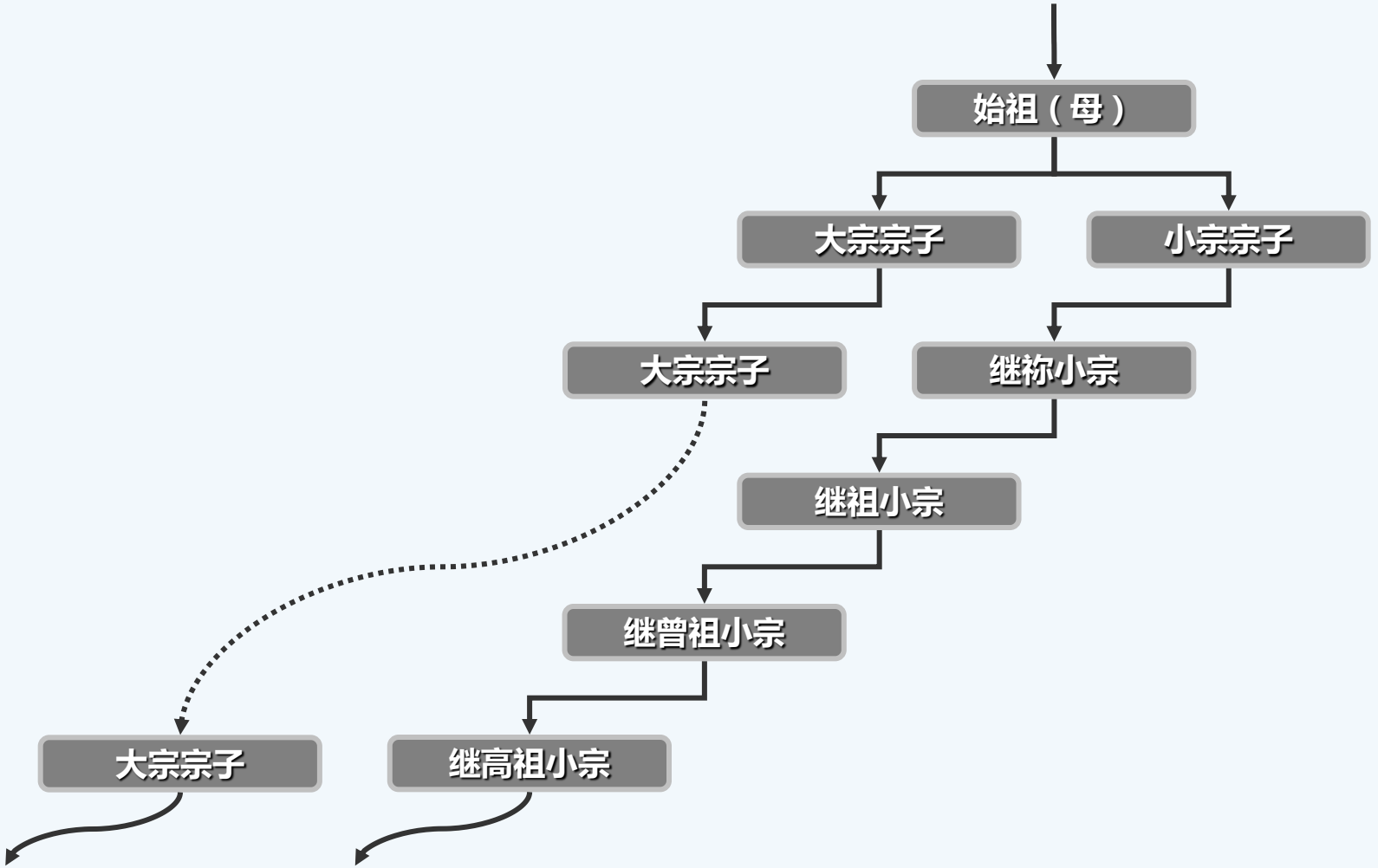


5.二叉树

（e3）后序遍历

大宗百世不迁；小宗五世则迁

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

递归

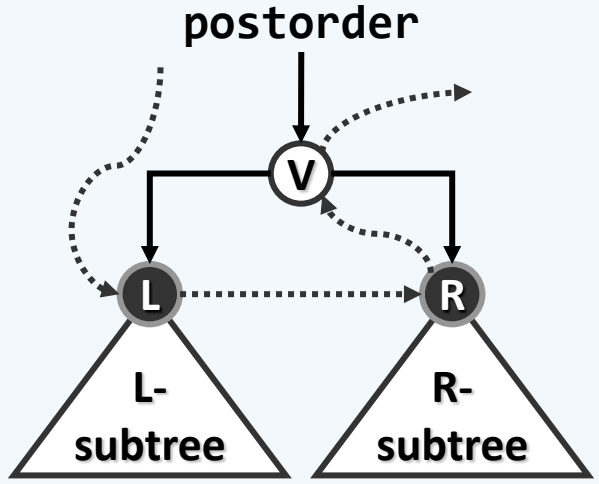
❖ 应用： BinNode::size()

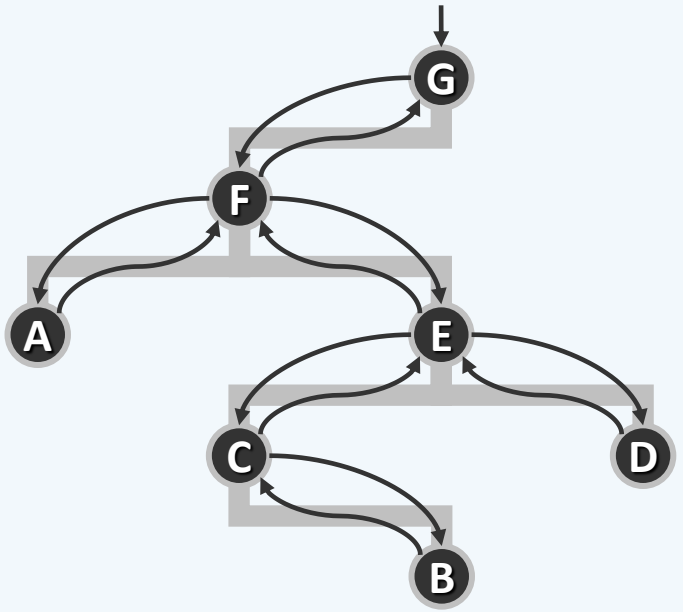
BinTree::updateHeight()

❖
```
template <typename T, typename VST>
void traverse( BinNodePosi(T) x, VST & visit ) {
   if ( !x ) return;
   traverse( x->lChild, visit );
   traverse( x->rChild, visit );
   visit( x->data );
} //T(n) = T(a) + T(n – a - 1) + O(1) = O(n)
```

❖ 挑战： 不依赖递归机制，能否实现后序遍历？

如何实现？效率如何？





迭代：难点

- 难度在于

  对左、右子树的递归遍历，都不是尾递归

- 解决方法

  找到第一个被访问的节点

  将其祖先及其右兄弟（如果存在）用栈保存

- 这样，原问题就被分解为

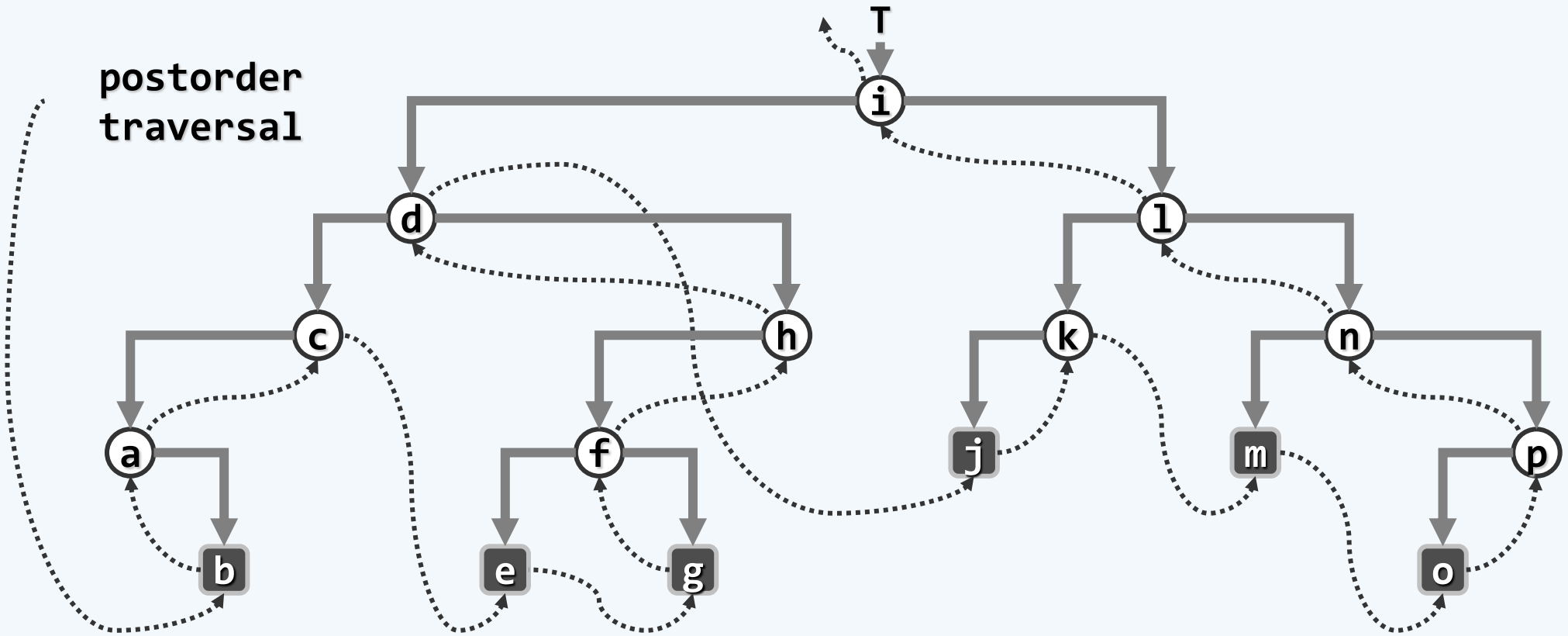
  依次对若干棵右子树的遍历问题　　//同样地，这里应依什么“次”？

- 于是，首先要解决的问题仍是

  后序遍历任一二叉树T时

  首先被访问的是哪个节点？如何找到它？

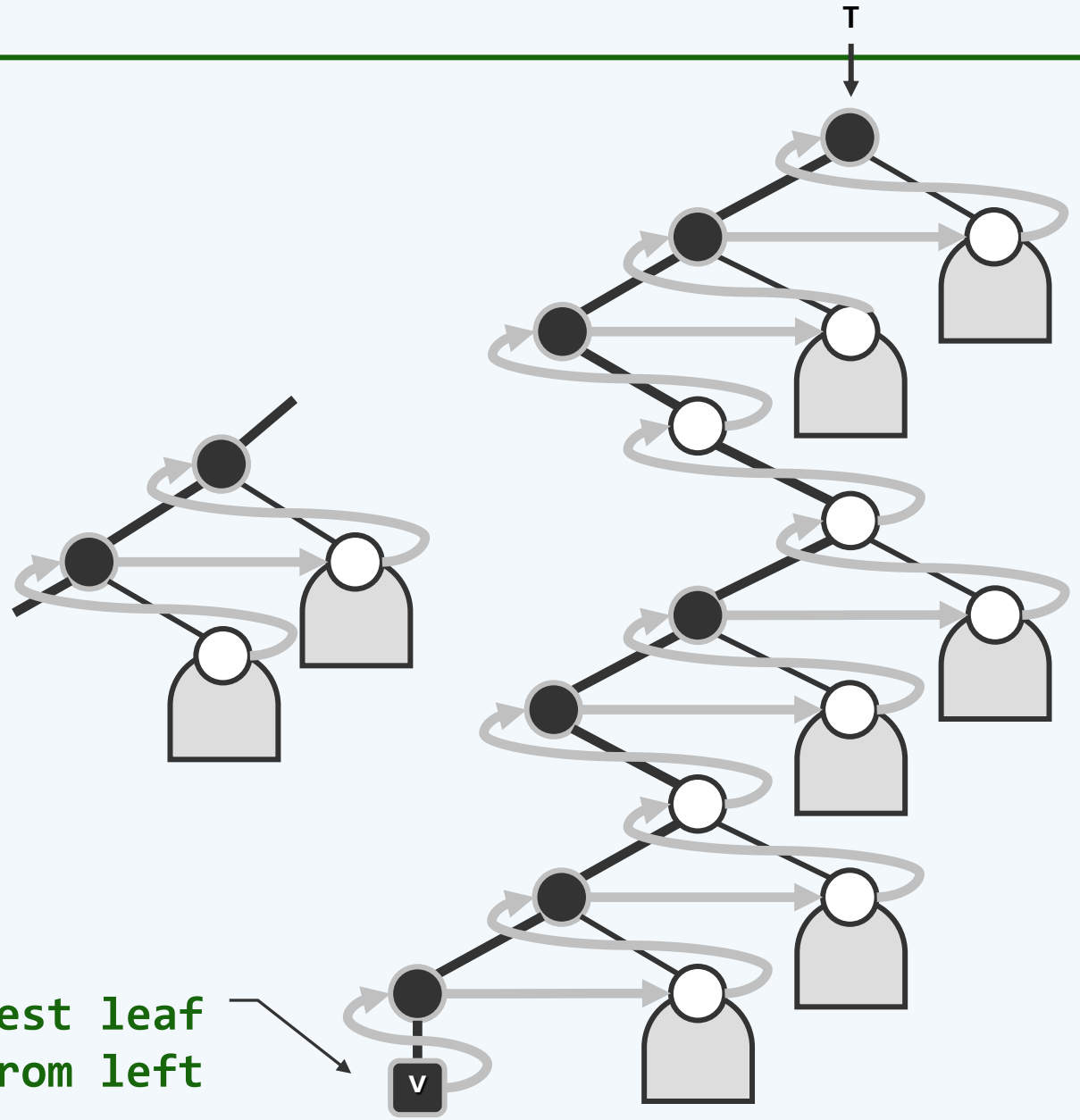
迭代：思路



b → a → c → e → g → f → h → d → j → k → m → o → p → n → l → i →

迭代：思路

- 从根出发下行
  - 尽可能沿左分支
  - 实不得已，才沿右分支
- 最后一个节点
  - 必是叶子，而且
  - 是从左侧可见的最高叶子
- 这匹叶子，将首先接受访问



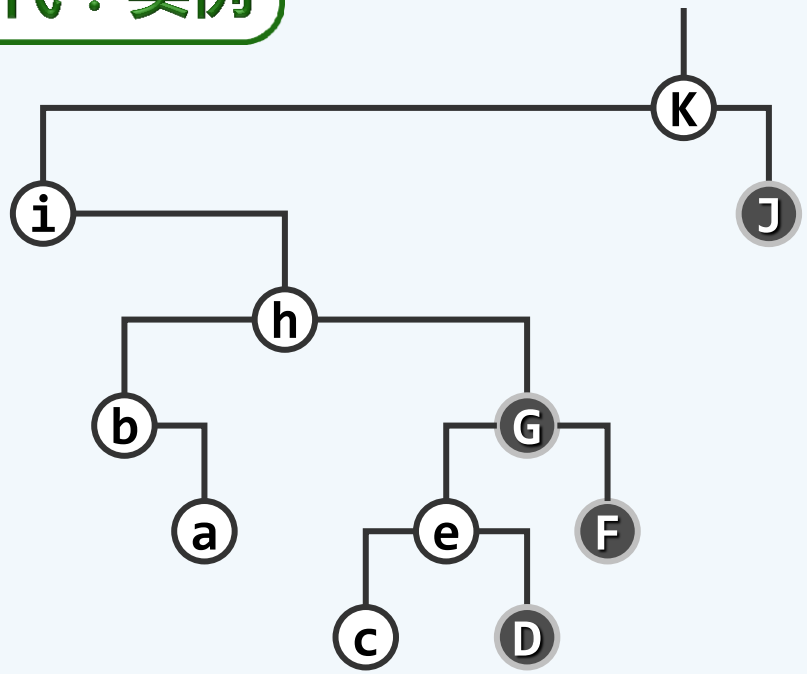
迭代：实现

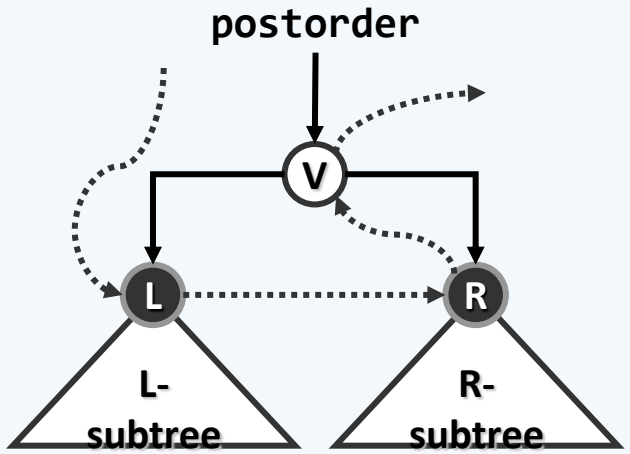
```
❖ template <typename T>
  static void gotoHLVFL( Stack <BinNodePosi(T)> & S ) {
     while ( BinNodePosi(T) x = S.top() ) //自顶而下反复检查栈顶节点
        if ( HasLChild(*x) ) { //尽可能向左。在此之前
           if ( HasRChild(*x) ) //若有右孩子，则
              S.push( x->rChild ); //优先入栈
           S.push( x->lChild ); //然后转向左孩子
        } else //实不得已
           S.push( x->rChild ); //才转向右孩子
     S.pop(); //返回之前，弹出栈顶的空节点
  }
```

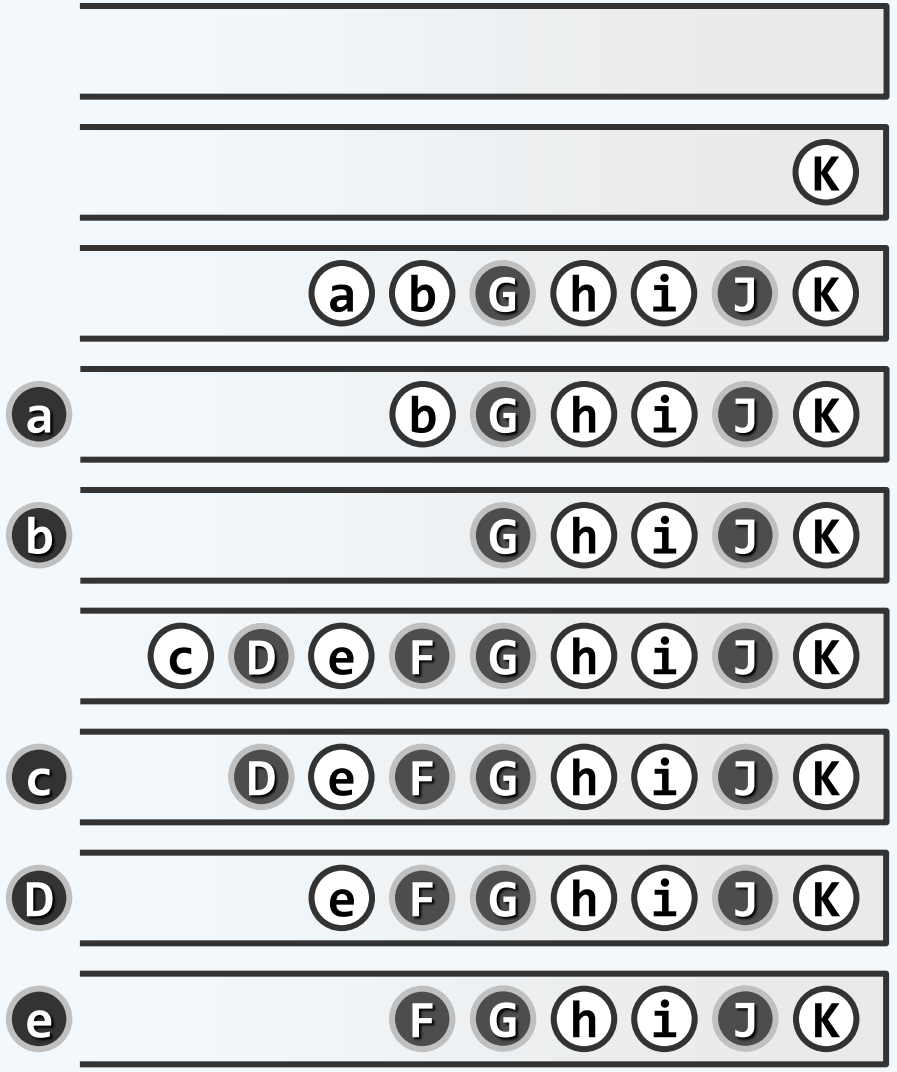
迭代：实现

```
template <typename T, typename VST>
void travPost_I( BinNodePosi(T) x, VST & visit ) {
    Stack <BinNodePosi(T)> S; //辅助栈
    if (x) S.push(x); //根节点非空则首先入栈
    while ( !S.empty() ) { //x为当前节点
        if ( S.top() != x->parent ) //栈顶非x之父（则必为其右兄）
            gotoHLVFL(S); //在x的右子树中，找到HLVFL
        x = S.pop(); //弹出栈顶（即前一节点之后继）以更新x，并随即
        visit( x->data ); //访问之
    }
}
```

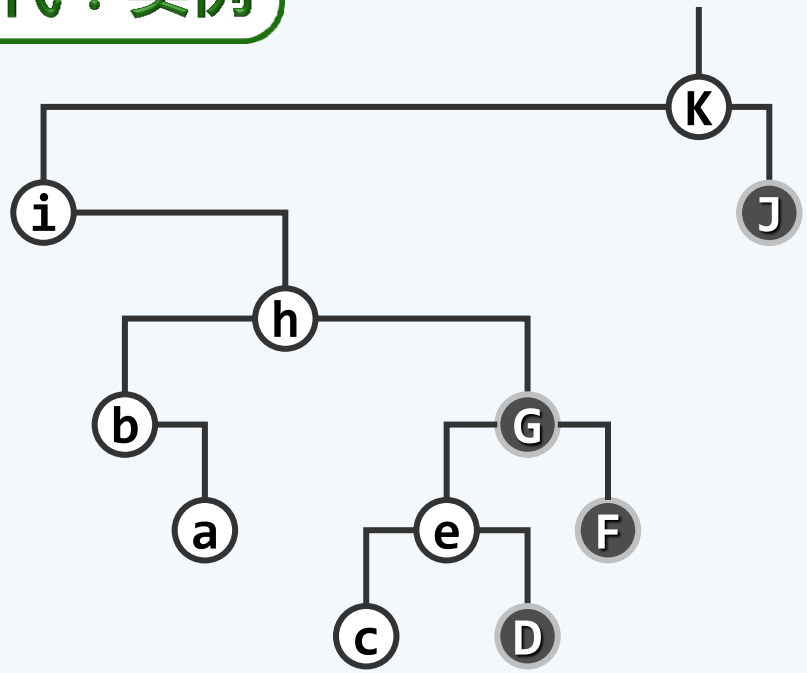
迭代：实例

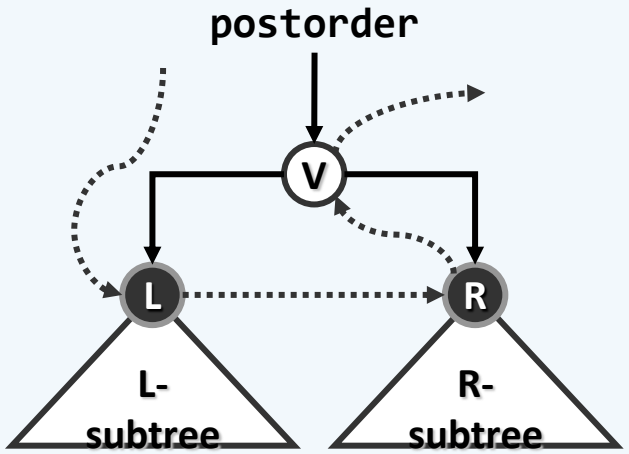

K
i
J
h
b
G
a
e
F
c
D

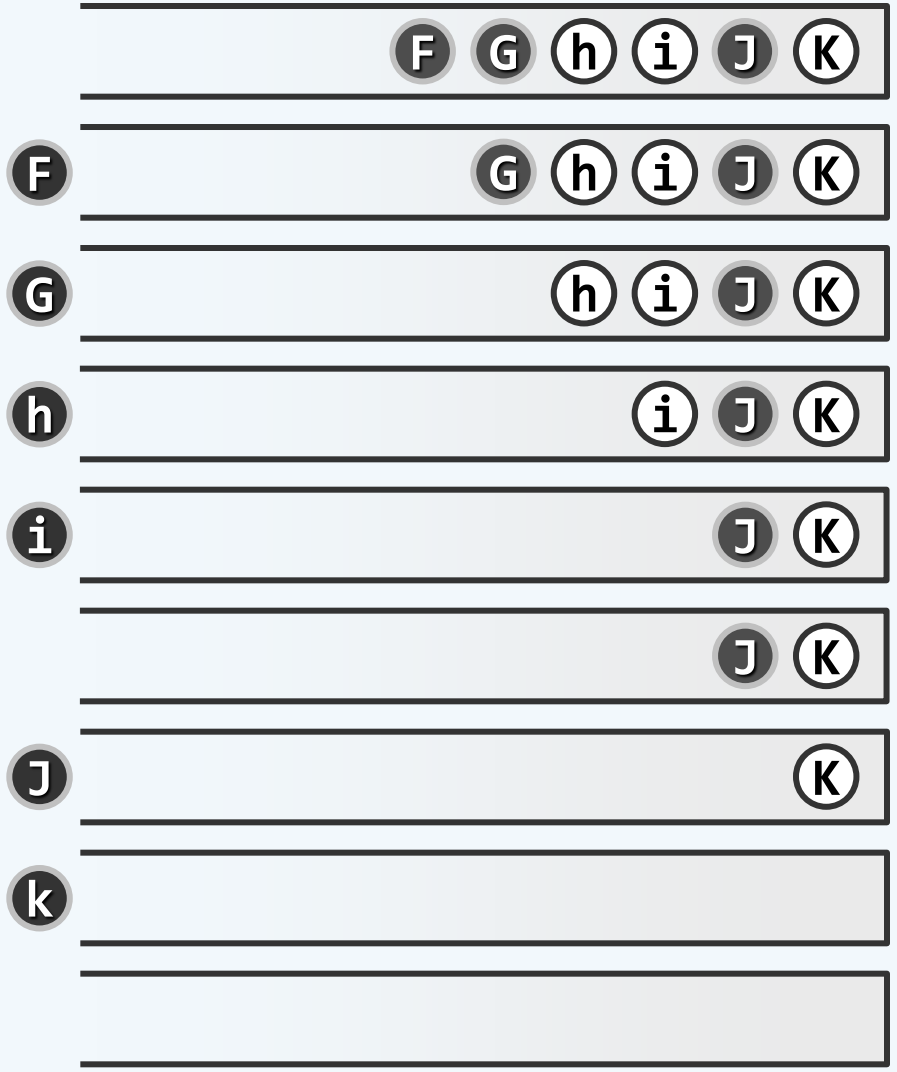

postorder
v
L
R
L-
subtree
R-
subtree


K
a b G h i J K
a b G h i J K
b G h i J K
c D e F G h i J K
c D e F G h i J K
D e F G h i J K
e F G h i J K

迭代：实例


K
i
J
h
b
G
a
e
F
c
D


postorder
v
L
R
L-
subtree
R-
subtree


F G h i J K
F
G h i J K
G
h i J K
h
i J K
i
J K
J K
J
K
k

迭代：正确性

- 可归纳证明：

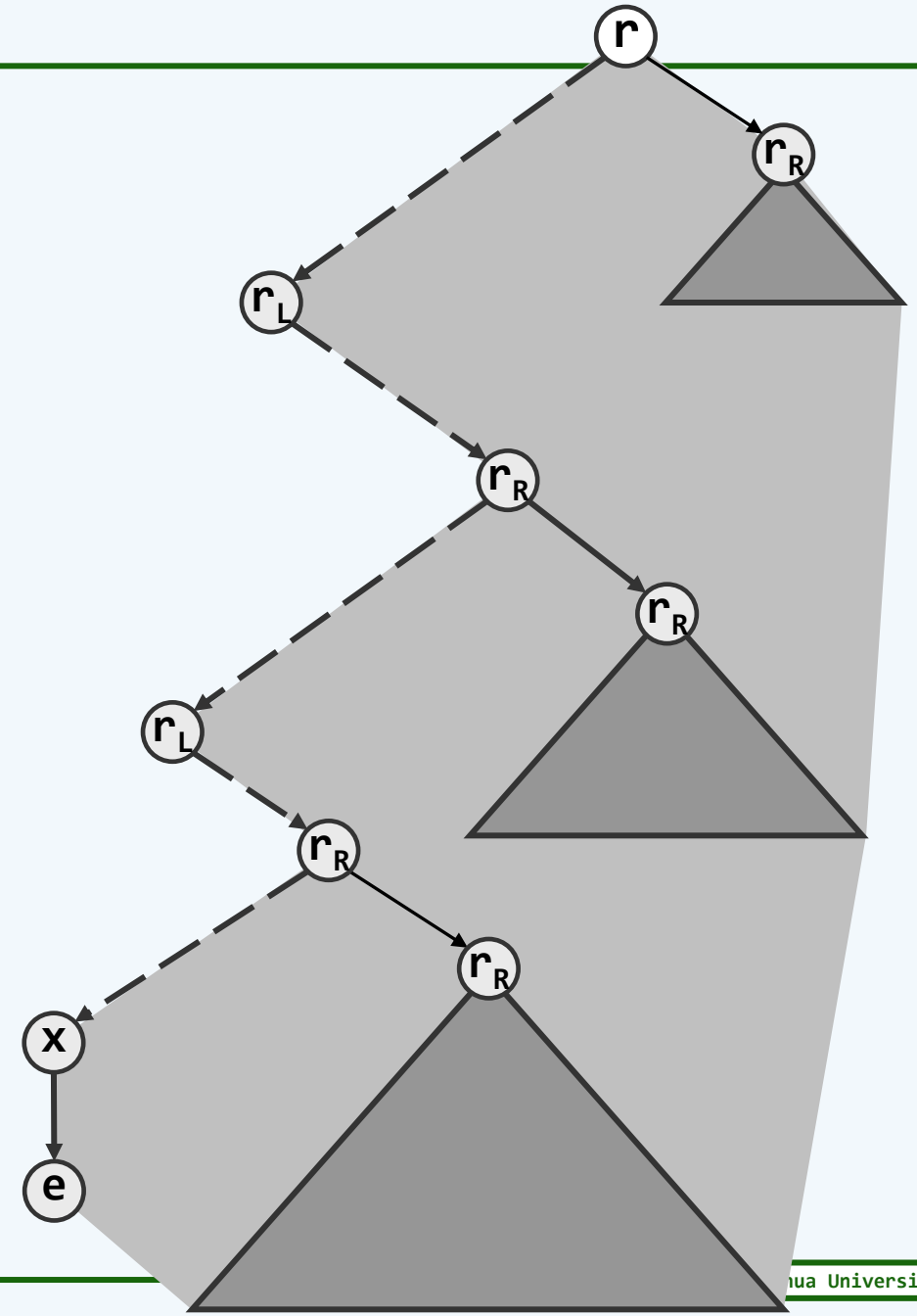
  每个节点出栈后

  以之为根的子树已经完全遍历，而且

  其右兄弟r（如果存在）就在栈顶

- 于是，为“递归”遍历r对应的子树，只需

  从r出发...



迭代：效率

- 是否$O(n)$，取决于以下条件
  1） 每次迭代，都有一个节点出栈并被访问 //满足
  2） 每个节点入栈一次且仅一次 //满足
  3） 每次迭代只需$O(1)$时间 //不再满足，因为...
- 单次调用gotoHLVFL()
  就可能需要$\Omega(n)$时间
- 既然如此，难道总体将需要...$O(n^2)$时间？
- 同样地，事实上这个界远远不紧...
- 空间？