

## Lista 2 - MAE0315

Kevin Yukio Futema 11221539      Caio Serrano de Araujo 10738008  
Camilla de Oliveira Fonseca 11221605      Fernanda Shiba 11221518  
Juliana Kodono 11218261      Tamires Vieira Alves 11221394

01/06/2020

1)

Considere

$$N = 90000 \quad N_1 = 35000 \quad N_2 = 55000$$

Onde  $N$  representa o tamanho da população,  $N_1$  representa o tamanho do estrato *casas* e  $N_2$  representa o tamanho do estrato *apartamentos*. Sabendo que o consumo médio de eletricidade para as casas ( $\mu_1$ ) é o dobro do que o consumo de energia elétrica para apartamentos ( $\mu_2$ ). Ou seja,

$$\mu_1 = 2\mu_2$$

como sabemos também que o desvio padrão é proporcional à média, podemos afirmar

$$\sigma_1 = 2\sigma_2$$

a)

Para alocar de modo ótimo, uma amostra estratificada (com reposição) de 900 domicílios, para estimar o consumo médio de energia para os domicílios da cidade é possível utilizar a alocação ótima de Neyman, obtendo assim o seguinte plano amostral:

$$n_1 = n \frac{W_1 \sigma_1 / \sqrt{c_1}}{W_1 \sigma_1 / \sqrt{c_1} + W_2 \sigma_2 / \sqrt{c_2}}$$
$$n_2 = n \frac{W_2 \sigma_2 / \sqrt{c_2}}{W_1 \sigma_1 / \sqrt{c_1} + W_2 \sigma_2 / \sqrt{c_2}}$$

Como não possuímos nenhuma informação para o custo em cada estrato, consideraremos que o custo é constante em todos os estratos. Desta forma obteremos,

$$n_1 = n \frac{W_1 \sigma_1}{W_1 \sigma_1 + W_2 \sigma_2} = 900 \frac{\frac{35000}{90000} \sigma_1}{\frac{35000}{90000} \sigma_1 + \frac{55000}{90000} \sigma_2}$$
$$n_2 = n \frac{W_2 \sigma_2}{W_1 \sigma_1 + W_2 \sigma_2} = 900 \frac{\frac{55000}{90000} \sigma_2}{\frac{35000}{90000} \sigma_1 + \frac{55000}{90000} \sigma_2}$$

Porém, como sabemos que  $\sigma_1 = 2\sigma_2$ ,

$$n_1 = 900 \frac{\frac{35000}{90000} \sigma_1}{\frac{35000}{90000} \sigma_1 + \frac{55000}{90000} \sigma_2} = 900 \frac{\frac{35000}{90000} 2\sigma_2}{\frac{35000}{90000} 2\sigma_2 + \frac{55000}{90000} \sigma_2} = 900 \frac{70000}{125000} = 504$$
$$n_2 = 900 \frac{\frac{55000}{90000} \sigma_2}{\frac{35000}{90000} \sigma_1 + \frac{55000}{90000} \sigma_2} = 900 \frac{55000}{125000} = 396$$

b)

Considere  $P_1$  e  $P_2$  as proporções de casas e apartamentos que seguem as práticas de economia de energia repectivamente e sabemos previamente que

$$P_1 = 0.45 \quad e \quad P_2 = 0.25$$

e considere

$$Q_i = 1 - P_i, \quad i = 1, 2$$

Então para estimar a proporção de domicílios que seguem práticas de economia de energia podemos utilizar a alocação ótima de Neyman, para o caso onde o estimador é a proporção. Assim como no item **a)**, não temos nenhuma informação sobre o custo em cada estrato, então iremos considerá-lo constante em todos os estratos, obtendo as seguintes expressões:

$$n_1 = n \frac{N_1 \sqrt{P_1 Q_1}}{N_1 \sqrt{P_1 Q_1} + N_2 \sqrt{P_2 Q_2}}$$

$$n_2 = n \frac{N_2 \sqrt{P_2 Q_2}}{N_1 \sqrt{P_1 Q_1} + N_2 \sqrt{P_2 Q_2}}$$

Substituindo os valores correspondentes, obtemos

$$n_1 = 900 \frac{35000 \sqrt{0.45 * 0.55}}{35000 \sqrt{0.45 * 0.55} + 55000 \sqrt{0.25 * 0.75}} \approx 380$$

$$n_2 = 900 \frac{55000 \sqrt{0.25 * 0.75}}{35000 \sqrt{0.45 * 0.55} + 55000 \sqrt{0.25 * 0.75}} \approx 520$$

c)

Considerando o plano amostral descrito, temos que em cada estrato foi feito uma amostra aleatória simples sem reposição em cada estrato, seguindo uma alocação uniforme. Desta forma, considere a seguinte estatística:

$$\bar{y}_{es} = \sum_{i=1}^2 W_i \bar{y}_i$$

que é um estimador não viesado da média populacional, e também um estimador para sua variância

$$\hat{Var}_{AASs}(\bar{y}_{es}) = \sum_{i=1}^2 W_i^2 (1 - f_h) \frac{s_h^2}{n_h}$$

Fazendo as contas:

$$\bar{y}_{es} = \left( \frac{35000}{90000} 800 + \frac{55000}{90000} 500 \right) \approx 617 \quad (KWh)$$

$$\hat{Var}_{AASs}(\bar{y}_{es}) = \left( \frac{35}{90} \right)^2 \left( 1 - \frac{45}{3500} \right) \frac{200^2}{450} + \left( \frac{55}{90} \right)^2 \left( 1 - \frac{45}{5500} \right) \frac{120^2}{450} \approx 13.27 + 11.85 = 25.12 \quad (KWh)^2$$

E portanto o erro padrão é dado por:

$$SE = \sqrt{\hat{Var}_{AASs}(\bar{y}_{es})} = \sqrt{25.12} \approx 5 \quad (KWh)$$

Assumindo normalidade pelo Teorema Central do Limite(TLC), contruiremos um intervalo de confiança de 95% para o consumo médio populacional:

$$IC(\mu, 95\%) = [617 - 1.96(5), 617 + 1.96(5)] = [607.2, 626.8]$$

2)

a)

O estimador razão é o mais adequado, pois trata-se de um problema onde o valor esperado do ganho do peso dos frangos com peso inicial nulo, com o uso da ração nova, é nulo. Para realizar um teste de hipóteses adequado, primeiro irei ajustar um modelo de regressão linear simples para o ganho do peso após 30 dias, com esta motivação considere o seguinte modelo:

$$y_i = \alpha + \beta x_i$$

```
##
## Call:
## lm(formula = yi ~ xi, data = df)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.0600 -0.0475 -0.0020  0.0510  0.0560
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   0.5400     0.3778   1.429  0.19079
## xi            1.0400     0.2516   4.134  0.00328 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.05626 on 8 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6811, Adjusted R-squared:  0.6412
## F-statistic: 17.09 on 1 and 8 DF, p-value: 0.003282
```

Pelo código do R apresentado, é coerente a hipótese de que o ganho após 30 dias é nulo, para frangos com peso inicial nulo, pois observamos um valor-p consideravelmente alto(0.20) e por isso não há evidência para rejeitar a hipótese nula

b)

Uma estimativa para o peso médio dos frangos após 30 dias é

$$\hat{\mu}_y = 2.156$$

e uma estimativa para seu erro padrão, com quatro casas decimais, é

$$SE(\hat{\mu}_y) = 0.0188$$

c)

Desconsiderando a informação sobre o peso inicial dos frangos. Temos uma amostra aleatória simples com reposição, pois não temos nenhuma informação sobre o tamanho da população de frangos. então o peso médio estimado dos frangos após 30 dias é

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i = 2.1$$

e uma estimativa para seu erro padrão com quatro casas decimais é dada por

$$SE(\hat{\mu}_y) = 0.0297$$