课程编号：A071001 北京理工大学 2005-2006 学年第二学期

(工科)数学分析 B 期末试题(A 卷)

一. 解下列各题（每小题 6 分）

1. .设 $u(x,y,z)=x^y+\ln(y^2+z^2)$，求 $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y},\frac{\partial u}{\partial z}$ 及全微分 $du(e,1,2)$.

2. 求曲线 $x=t^2, y=-t, z=t^3$ 的与平面 $3x+9y+z-1=0$ 平行的切线方程.

3. 将 $I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x}\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$ 化为极坐标系下的累次积分，并计算 I 的值.

4. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\tan\frac{2}{\sqrt{n}}$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ 的敛散性.

二. 解下列各题（每小题 7 分）

1. 设函数 $f(u)$ 具有二阶连续导数，且 $z=f(e^x\sin y)$ 满足方程

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=e^{2x}z$，求 $f(u)$ 的表达式.

2. 计算第一类曲面积分 $I=\iint_{\Sigma} zdS$，其中 Σ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 在柱体 $x^2+y^2\le 2x$ 内的部分.

3. 设 $S(x)$ 函数 $f(x)=\begin{cases}2 & -\pi<x\le 0\\ x^2 & 0<x\le\pi\end{cases}$ 的以 2π 为周期的傅里叶级数展开式的和函数，求 $S(6),S(-6),S(2\pi),S(3\pi)$ 的值.

4. 计算曲线积分 $I=\oint_L y^2dx+2xdy-z^2dz$，其中 L 是平面 $x+z=2$ 与柱面 $x^2+y^2=1$ 的交线，若从 z 轴正向往负向看去，L 取逆时针方向.

三. (8 分）把函数 $f(x)=\dfrac{1}{x(x-3)}$ 展成 $x-1$ 的幂级数，并指出收敛域.

四. （8 分）设 V 是由曲面 $x^2+y^2+z^2=2z$ 围成的立体，其上任一点处的密度与该点到原点的距离成正比(比例系数为 k)，(1)求 V 的质量; (2) 求 V 的质心坐标.

五.（8 分）证明曲面 $xyz=m$ $(m\neq 0$ 为常数)上任一点的切平面在各坐标轴上的截距之积为常数.

六. （8 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n(2n-1)}x^{2n}$ 的收敛区间及和函数.

七. (8 分)计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}x^3dydz+[yf(yz)+y^3]dzdx+[z^3-zf(yz)]dxdy$，其中函数 f 有连续的导函数，Σ 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

八. (8 分) 设函数 $f(y)$ 在 $-\infty<y<+\infty$ 内有连续的导函数，且 $\forall y$，$f(y)\geq 0$，$f(1)=1$，已知对右半平面 $\{(x,y)|-\infty<y<+\infty, x>0\}$ 内任意一条封闭曲线 Γ，都有 $\oint\limits_{\Gamma}\dfrac{ydx-xdy}{x^2+f(y)}=0$，求 $f(y)$ 的表达式.