课程编号：MTH17004　　北京理工大学 2012-2013 学年第二学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________ 学号________ 姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 直线 $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$ 与平面 $2x+y+z-6=0$ 的夹角 $\varphi=$________.

2. 设 $L: y=\dfrac{1}{2}x^2 \quad (0\le x\le 1)$，则 $\int_L xdl=$________.

3. 设 $f(x,y)$ 具有连续偏导数，曲线 $f(x,y)=0$ 在其上点 (x_0,y_0) 处的切线斜率 $\dfrac{dy}{dx}=2$，又 $f_y'(x_0,y_0)=3$，则 $f_x'(x_0,y_0)=$________.

4. 函数 $f(x)=x-1 \quad (0\le x\le \pi)$ 的以 2π 为周期的余弦级数的系数 $a_5=$________.

5. 设 S^+ 是曲面 $x^2+y^2+(z-1)^2=1 \quad (z\ge 1)$ 的上侧，L 是 S 的边界曲线，从 z 轴正向看去 L 是逆时针方向，则 $\oint_L x^2ydx+xydy+y^2dz=\iint\limits_{S^+}$ ________.

二. (8 分)设方程组 $\begin{cases} xu-yv=0 \\ yu+xv=1 \end{cases}$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial u}{\partial y}$.

三. (9 分) 将 $I=\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{2x-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dy$ 化成极坐标系中的累次积分，并计算积分的值.

四. (10 分) 求函数 $z=x^3+3xy^2-12x$ 的极值点和极值.

五. (9 分) 求正数λ的值，使得曲面$xyz=\lambda$与曲面$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$在某一点相切.

六. (9 分) 设 V 是曲面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$与$z=\sqrt{x^2+y^2}$所围成的立体，其上任一点的密度等于此点到原点的距离，求 V 关于 z 轴的转动惯量.

七. (9 分) 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^{2n}}{2n+1}$的收敛域及和函数.

八. (10 分) 已知$\vec{A}=(6y+x^2y^2)y^3f(x)\vec{i}+(8x+x^3y)y^3f(x)\vec{j}$是某二元函数$u(x,y)$的梯度,

其中$f(x)$有连续导数, 且$f(1)=1$, 求$f(x)$, 并求$u(x,y)$.

九. (9 分) 把 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$ 展成 $x-1$ 的幂级数，并指出收敛域.

十. (9 分) 设 S 是曲线 $\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$ $(0\le z\le 2)$ 绕 z 轴旋转一周而成的曲面的上侧. (1)求 S 的方程; (2) 利用高斯公式计算曲面积分 $I=\iint\limits_S xy^2dydz+x^2ydzdx+(z-1)dxdy$.

十一．(8 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 有定义，在 $x=0$ 处可导，且级数 $\sum_{n=1}^{\infty} f(\frac{1}{n})$ 收敛，证明 $f'(0)=0$.