课程编号：A072121 北京理工大学 2006-2007 学年第二学期

2006 级工科《数学分析 B》期末试卷 (B 卷)

（本试卷共 6 页、八个大题，满分 100 分；答题前请检查是否有漏印、缺页和印刷不清楚的情况，如有此种情况，请及时向监考教师反映）

一、求解下列各题（每小题 6 分）

1. 已知直线 $L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{m}=\dfrac{z+2}{3}$ 与平面 $\pi: x-y+2z+D=0$ 平行，且 L 到 π 的距离为 $\sqrt{6}$，求 m 与 D 的值.

2. 设 $z=\dfrac{1}{x}f(xy)+y\varphi(x+y)$，其中 f,φ 二阶可导，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算第二类曲线积分 $I=\int_L \dfrac{x^2}{y}dx+\dfrac{x}{y}dy$，其中 L 是曲线 $y=\sqrt{x}$ 上从点 $A(1,1)$ 到点 $B(4,2)$ 的弧段.

4. 设有级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^p}\ln(1+\frac{1}{n})$，指出 p 在什么范围内取值时级数绝对收敛，在什么范围内取值时级数条件收敛，在什么范围内取值时级数发散(要说明理由).

二、解下列各题（每小题 7 分）

1. 已知$\vec{n}$是曲面$x^2-y^2+z^2=1$在点$(2,2,1)$处指向z增大方向的单位法向量，$u=xy^2-z\ln z$，求$\frac{\partial u}{\partial \vec{n}}\Big|_{(2,2,1)}$.

2. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数，并求收敛区间及 $f^{(5)}(1)$ 的值.

3. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} x^2 z dV$，其中 Ω 是由柱面 $y=x^2$ 与平面 $y=1$，$z=0$，$z=2$ 所围成的立体.

4. 求二元函数 $z=f(x,y)=x^3-3x^2-y^2-9x+2y$ 的极值点与极值.

三、(8 分) 设 $f(x)=x^2+1$，$-\pi\le x\le\pi$，将 $f(x)$ 展开成以 2π 为周期的傅里叶级数.

四、（8 分）设 V 是由曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 围成的立体，求 V 的表面积.

五、(8 分) 计算第二类曲面积分 $I=\iint\limits_S x^3dydz+y^3dzdx+dxdy$，其中 S 是曲面 $z=x^2+y^2\ \ (0\le z\le 1)$ 的下侧.

六、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2+n)x^n$ 的收敛域与和函数.

七、(8 分) 已知在半平面 $x>0$ 内 $(x-y)(x^2+y^2)^{\lambda}dx+(x+y)(x^2+y^2)^{\lambda}dy$ 为二元函数 $f(x,y)$ 的全微分. (1) 求 λ 的值； (2) 求 $f(1,\sqrt{3})-f(2,0)$ 的值.

八、（8 分）设 $\Omega(t)=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le t^2\}$，其中 $t>0$. 已知 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内连续，又设 $F(t)=\iiint_{\Omega(t)} f(x^2+y^2+z^2)dxdydz$.

（1）求证：$F(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可导，并求 $F'(t)$ 的表达式；

（2）设 $f(0)\ne 0$，求证：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^{1-\lambda}F'(\frac{1}{n})$ 在 $\lambda>0$ 时收敛，$\lambda\le 0$ 时发散.

(此页纸不够时可写到背面)