课程编号：07000131　　北京理工大学 2009-2010 学年第二学期

# 工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 6 页，九个大题)

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | |
| 签名 | | | | | | | | | | |

一. 填空题 (每小题 4 分，共 28 分)

1. 已知 $A(1,1,0), B(1,-1,2), C(2,3,1)$，则 $\Delta ABC$ 的面积 $S=$________，$\angle ABC=$________。

2. 已知圆的方程 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=10z \\ x+2y+2z=19 \end{cases}$，　则圆心坐标为______，圆的半径为 $r=$______。

3. 设 $f(x,y)$ 具有一阶连续偏导数，　$f(x_0,y_0)=0$，又在 $(x_0,y_0)$ 处 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{2}$，且 $f_y'=\sqrt{5}$，

   则 $f_x'=$____，曲线 $f(x,y)=0$ 在 $(x_0,y_0)$ 处指向 $x$ 增大方向的单位法向量 $\vec{n}=$______。

4. $\dfrac{1}{x+3}$ 与 $\ln(x+3)$ 关于 $x-1$ 泰勒级数展开式分别为：

   $\dfrac{1}{x+3}=$____________________，　$\ln(x+3)=$____________________。

5. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$（$z\le 0$）所确定的隐函数，则

   $dz(1,0)=$__________，　$gradz(1,0)=$______________.

6. 设 $f(x,y)=x^y$，则 $f_y'=$________，　$\int_0^1 \dfrac{x^3-x^2}{\ln x}dx=$________。

7. 设 $\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 是 $f(x)=\begin{cases} x+1 & 0\le x\le \pi \\ x-1 & -\pi<x<0 \end{cases}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的傅里叶级数

   展开式，此级数的和函数为 $S(x)$，则 $a_2=$____，$b_3=$____，$S(\pi)=$____，$S(\dfrac{5\pi}{2})=$____。

二. (9 分) 设 $L$：$y=\ln x$ $(\sqrt{3}\le x\le\sqrt{15})$ 的线密度为常数 $\mu$，求 $L$ 关于 $y$ 轴的转动惯量。

三. (9 分) 设区域 $V: |x|+|y|+|z|\le 1$，计算积分 $I=\iiint\limits_V (x^2+2y^2+3z^2+x^2y^2\sin z^3)dV$。

四. (9 分) 求函数 $z = x^2 + 2y^2 - y + 5$ 在区域 $D$: $x^2 + y^2 \le 1$ 上的最大值和最小值。

五. (9 分) 已知当 $x > 0, y > 0$ 时，$\dfrac{3y - x}{(x + y)^{\lambda}}dx + \dfrac{y - 3x}{(x + y)^{\lambda}}dy$ 是二元函数 $u(x, y)$ 的全微分，

求 $\lambda$ 的值，并求 $u(x, y)$ 的函数表达式。

六. (9 分) 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(\frac{x+2}{3})^{n+1}$的收敛域及和函数。

七. (9 分)曲面$z=4-x^2-y^2$将球体$x^2+y^2+z^2\le 4z$分成两部分，求这两部分体积之比。

八. (9 分) 设 $I=\iint\limits_{S}(x^3\cos\alpha+y^3\cos\beta+z^3\cos\gamma)dS$，其中 $S: z=-\sqrt{x^2+y^2}\quad(-1\le z\le 0)$，且 $\cos\gamma>0$。（1）将 $I$ 化成第二类曲面积分；（2）利用高斯公式计算 $I$ 的值。

九. (9 分) 设函数 $f(x)$ 满足条件 $a\le f(x)\le b$，且对 $\forall x,y\in[a,b]$，有 $|f(x)-f(y)|\le k|x-y|$，其中 $k$ 是常数，且 $0<k<1$。取 $x_0\in[a,b]$，令 $u_1=f(x_0)$，$u_{n+1}=f(u_n)$，$n=1,2,\cdots$。证明：（1）级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_{n+1}-u_n)$ 绝对收敛；（2）$\lim\limits_{n\to\infty}u_n$ 存在。