振 动 波 动 复 习

物理量

相位、初相、相位差（超前、落后）、角频率、旋转矢量

平均动能、平均势能

波速、波长、角波数、波程差

波的能量、（平均）能量密度、能流、能流密度、波的强度

基本概念

谐振子、简谐振动、振动方程

横波、纵波、行波、驻波、平面波、球面波、柱面波

波面、波线、波前

简谐波、波函数

相干波、波的干涉、衍射、反射（半波损失）

基本方法

相量图法、简谐振动的合成、波的叠加

基本原理

波的独立性与叠加原理、惠更斯原理

典型谐振系统

弹簧振子（水平、竖直）、单摆、复摆

1.已知某简谐振动的振动曲线如图所示，其中位移的单位为厘米，时间单位为秒。则此简谐振动的振动表达式为：

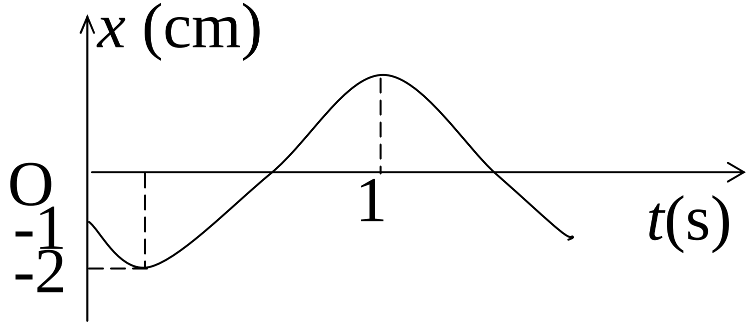
(A) $x = 2\cos(2\pi t/3+2\pi/3)$ **cm ;**

(B) $x = 2\cos(2\pi t/3-2\pi/3)$ **cm ;**

(C) $x = 2\cos(4\pi t/3 +2\pi/3)$ **cm ;**

(D) $x = 2\cos(4\pi t/3- 2\pi/3)$ **cm ;**

(E) $x = 2\cos(4\pi t/3 - \pi/4)$ **cm .**

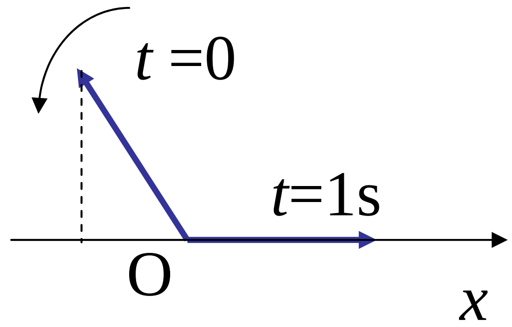


题1 图

解：做旋转矢量图

$\varphi_0 = 2\pi/3$，

$\varphi_1 = 2\pi$



$\Delta\varphi = \omega\Delta t$

$2\pi - 2\pi/3 = \omega \cdot 1$　解得：$\omega = 4\pi/3$

答案：（C）

2．一平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从平衡位置运动到最大位移的过程中：

（**A**）它的动能转换成势能.

（**B**）它的势能转换成动能.

（**C**）它从相邻的质元获得能量,其能量逐渐增大.

（**D**）它把自己的能量传给相邻质元，其能量逐渐减小.

正确答案：（**D**）

3. 某平面简谐波在 $t = 0.25\text{s}$ 时波形如图所示, 则该波的波函数为:

(A) $y = 0.5\cos[4\pi (t - x/8) - \pi/2]$ (cm) .

(B) $y = 0.5\cos[4\pi (t + x/8) + \pi/2]$ (cm) .

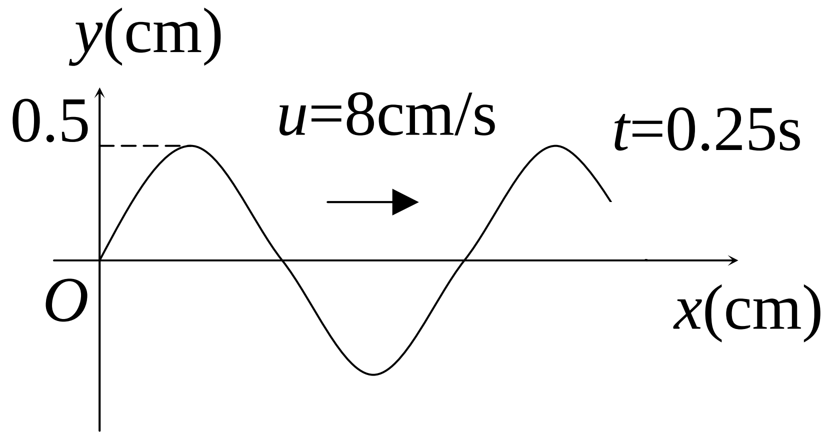
(C) $y = 0.5\cos[4\pi (t + x/8) - \pi/2]$ (cm) .

(D) $y = 0.5\cos[4\pi (t - x/8) + \pi/2]$ (cm) .

解： $y(x,t) = 0.5\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

从图中看出： $t = 0.25$ s时， O 点的相位为 $\pi/2$

由选项判断： $\omega = 4\pi$



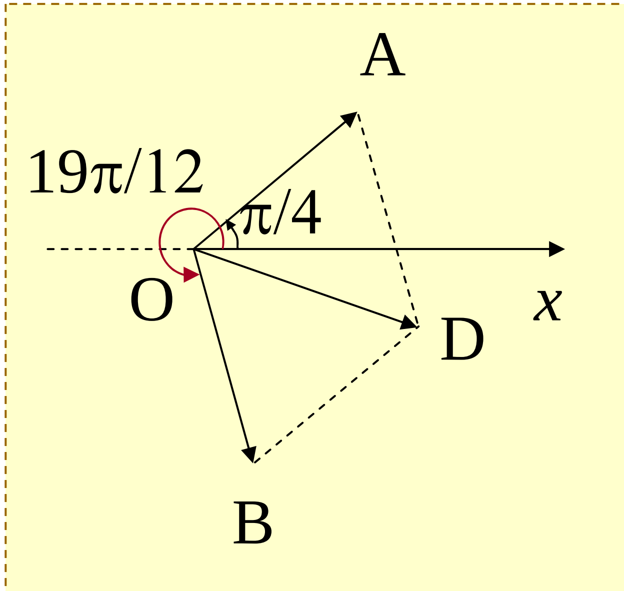
因此有：

$\omega \times 0.25 + \varphi_0 = \pi/2$

解得： $\varphi_0 = -\pi/2$

答案： （A）

4．一质点同时参与两个同方向的简谐振动，它们的振动表达式分别为$x_1 = 0.05\cos(\omega t + \pi/4)$ (SI), $x_2 = 0.05\cos(\omega t + 19\pi/12)$ (SI), 其合成运动的表达式为x＝_______.



解： $\Delta\varphi = 19\pi/12 - \pi/4 = 4\pi/3$

$2\pi - 4\pi/3 = 2\pi/3$

$\angle AOD = \angle BOD = \pi/3$

合振动的初相为: $-(\pi/3 - \pi/4) = -\pi/12$

又 ΔBOD为等边三角形，故 OD=0.05m

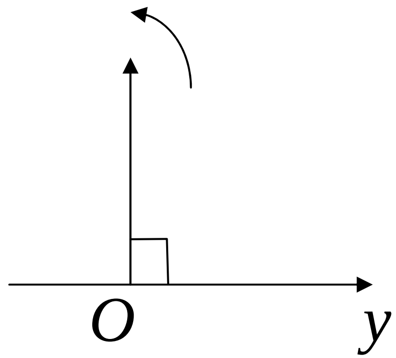
或： $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$= \sqrt{0.05^2 + 0.05^2 + 2\cdot 0.05\cdot 0.05\cdot \cos\frac{4\pi}{3}} = 0.05\text{m}$$

$x_3 = 0.05\cos(\omega t + 23\pi/12)$ (SI) 或$x_3 = 0.05\cos(\omega t - \pi/12)$(SI)

5．一简谐波周期为$T=0.5$s。波长λ＝10m，A=0.1 m，沿 x 轴正方向传播。$t=0$时，$x=2.5$m处的质元正好通过平衡位置，其速度 $v<0$。则波函数为 $y=$________。

解：$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{0.5}=4\pi$



$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{10}=0.2\,\pi$$

波函数为：$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)$

由已知条件可得：$t=0$时，$x=2.5$m处的质元的相位为 $\pi/2$,有

$$\omega\cdot 0-0.2\pi\cdot 2.5+\varphi_0=\pi/2 \qquad \varphi_0=\pi$$

$$y=0.1\cos[4\pi(t-\frac{x}{20})+\pi](\mathrm{m})$$

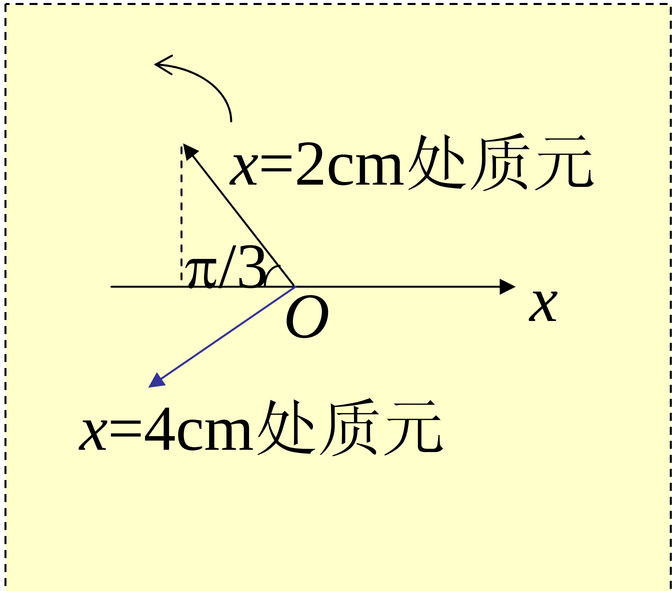
或$y=0.1\cos(4\pi t-0.2\pi+\pi)(\mathrm{m})$

6. 一平面简谐纵波沿 x 轴负向传播。振幅为$A=3\times10^{-2}$m。已知 x=2cm和 x=4cm处两个质元的相差为π/2。设t 时刻 x=2cm处质元的位移为$-A/2$，沿 x 轴负向运动。则 x=4cm处质元的位置坐标值为______，它的运动方向为______。

解：纵波沿x轴负向传播，故x=4cm处质元的相位超前x=2cm处的质元。

t 时刻 x=4cm 处质元的位移

$$-A\cos\frac{\pi}{6}=-3\times10^{-2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-2.6\times10^{-2}(\text{m})$$



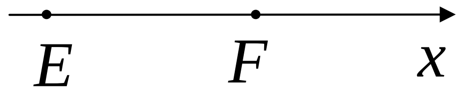
t 时刻x=4cm处质元的位置坐标值

$$4\times10^{-2}-2.6\times10^{-2}=1.4\times10^{-2}(\text{m})$$

运动方向沿 x 轴正向。

7. 一质点在 x 轴上做简谐振动。选取质点向右运动通过E点时做为计时的零点（$t=0$）。经过2s后该质点第一次通过F点，再经过2s后质点第2次经过F点。已知质点在E、F 两点具有相同的速率且EF =10m。求：（1）质点的振动方程。（2）质点在E处的速率。

解： 质点做简谐振动

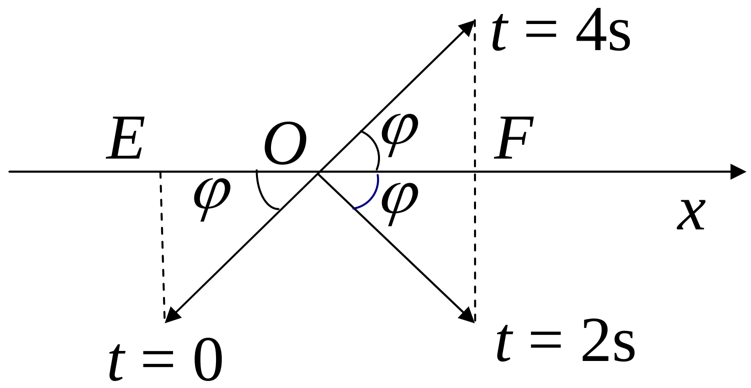


$$x = A\cos(\omega t+\varphi),\quad v = -A\omega\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2+\left(-\frac{v}{A\omega}\right)^2=1 \qquad \because |v_E|=|v_F| \qquad \therefore |x_E|=|x_F|$$

坐标原点O位于EF的中点。

由E→F→F均用了2s，故t=2s对应的旋转矢量与初始时刻和t=4s时的旋转矢量垂直。

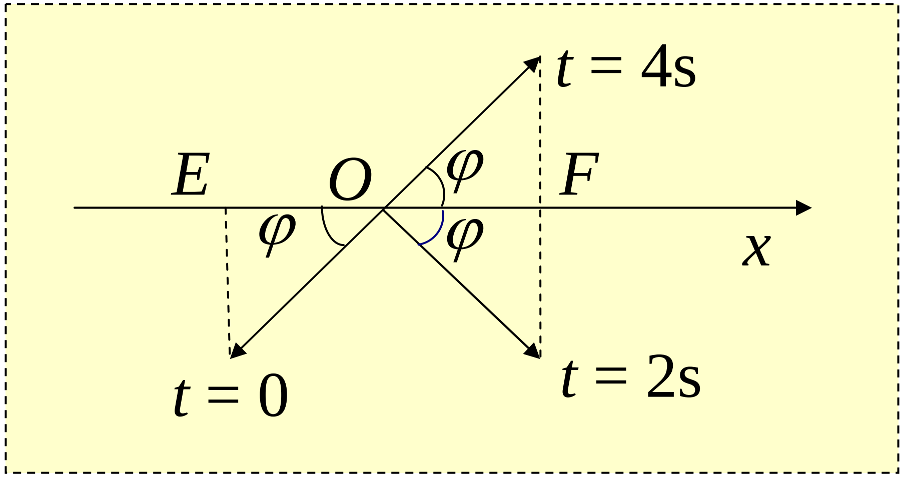


故$\angle\varphi = 45^\circ$　　由此解出振幅为 $A = \dfrac{5}{\cos 45^\circ} = 5\sqrt{2}$

E→F→F所用时间为4s， 振动周期为8s

角频率为 $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{4}$　　初相为 $-\dfrac{3\pi}{4}$

因此振动方程为



$$x = 5\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{3\pi}{4}\right)(\mathrm{m})$$

（2）质点在E点的速度为

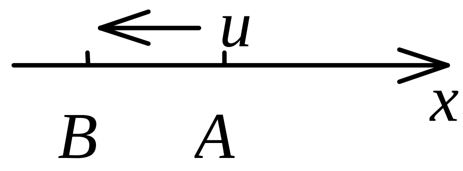
$$v_E = A\omega\cos 45^\circ = \frac{5\pi}{4}(\mathrm{m/s})$$

8．如图，一平面波在介质中以波速u = 20 m/s沿 x 轴负方向传播，已知A点的振动方程为　y =3×10^{-2}cos4πt　(SI)。

(1)　以A点为坐标原点写出波的表达式；

(2)　以距A点5 m处的B点为坐标原点，写出波的表达式。

解：　$$k=\frac{\omega}{u}=\frac{4\pi}{20}=0.2\pi$$



(1)　以A点为坐标原点

$$y(x,t)=3\times10^{-2}\cos(4\pi t+0.2\pi x)$$

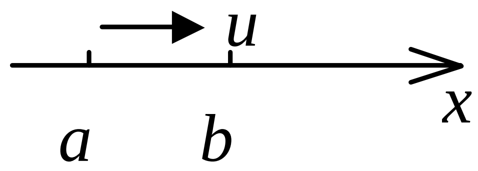
(2)　以B点为坐标原点

$$y(x,t)=3\times10^{-2}\cos[4\pi t+0.2\pi(x-5)]$$

$$y(x,t)=3\times10^{-2}\cos(4\pi t+0.2\pi x-\pi)$$

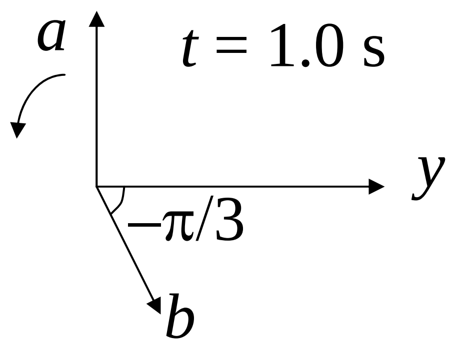
9．一平面简谐波沿 x 轴正向传播，波的振幅 $A = 10$ cm，波的角频率 $\omega = 7\pi$ rad/s. 当 $t = 1.0$ s时，$x = 10$ cm处的a质点正通过其平衡位置向 y 轴负方向运动，而$x = 20$ cm处的b质点正通过 $y = 5.0$ cm点向 y 轴正方向运动．设该波波长 $\lambda > 10$ cm，求该平面波的表达式。

解：$t = 1.0$ s时，a 点的相位为 $\pi/2$，
b 点的相位为 $-\pi/3$。



$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

在同一时刻， $\Delta\varphi = -k\Delta x$



$$k = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}}{0.2 - 0.1} = \frac{25\pi}{3}$$

可以验证 该取值满足：$\lambda > 10$ cm

$t = 1.0$ s时，a 点的相位为 $\pi/2$ $\quad 7\pi - \frac{25\pi}{3}\cdot 0.1 + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$$7\pi - \frac{25\pi}{3} \cdot 0.1 + \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \qquad \varphi_0 = -\frac{17\pi}{3}$$

$$y(x,t) = 10\cos(7\pi t - \frac{25\pi}{3}x - \frac{17\pi}{3})$$

化简得：

$$y(x,t) = 10\cos(7\pi t - \frac{25\pi}{3}x + \frac{\pi}{3})$$

补充

1.（**3**分）用余弦函数描述一简谐振子的振动.
若其速度～时间（v～t）关系曲线如图所示,则振动的初相位为

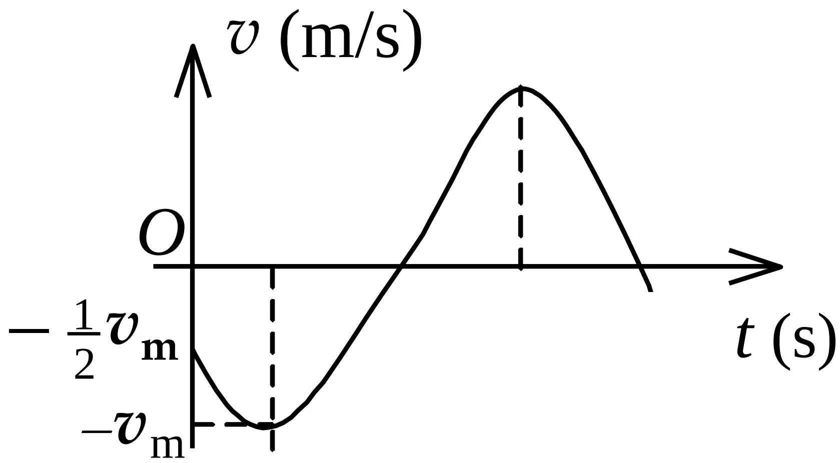
(A) **π/6.**

(B) **π/3.**

(C) **π/2.**

(D) **2π/3.**

(E) **5π/6.**



解：从图线知, $t=0$ 时刻，速度的相位为 **2π/3**。

速度的相位超前位移 **π/2**，

故振动的初相为：　**2π/3 –π/2＝ π/6**

答案：（**A**）

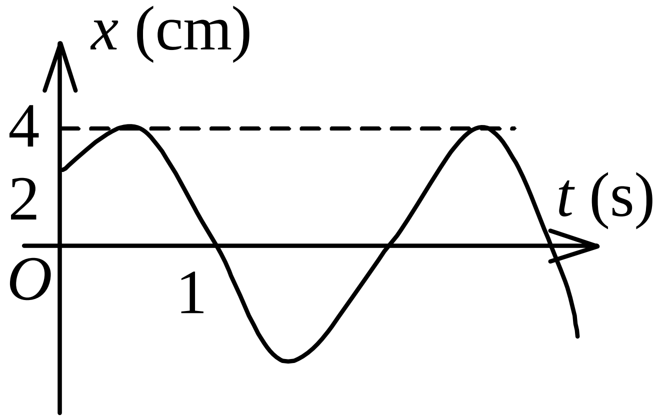
2. 一简谐振动曲线如图所示．则振动周期是

(A) 2.62 s．

(B) 2.40 s．

(C) 2.20 s．

(D) 2.00 s．



答案：**B**

3. 一质点作简谐振动，其振动方程为$x = A\cos(\omega t + \varphi)$．在求质点的振动动能时，得出下面**5**个表达式：

(1) $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$ (2) $\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

(3) $\frac{1}{2}kA^2 \sin(\omega t + \varphi)$ (4) $\frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

(5) $\frac{2\pi^2}{T^2}mA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

其中 m 是质点的质量，k是弹簧的劲度系数，T是振动的周期．这些表达式中

(A) (1)，(4)是对的． (B) (2)，(4)是对的．

(C) (1)，(5)是对的． (D) (3)，(5)是对的．

(E) (2)，(5)是对的．

答案：C