例、做简谐运动的弹簧振子，下列说法中正确的是

（a） 振幅越大，周期越大；

答（ d ）

（b） 在平衡位置时速度和加速度都达到最大值；

（c） 从最大位移处向平衡位置运动的过程是匀加速过程；

（d） 在最大位移处速度为零，加速度最大。

例、一劲度系数为k的轻弹簧与一质量为m的物体组成弹簧振子。系统的振动周期为T_1，若将此弹簧截去一半，物体质量变为$m/2$，则系统的周期T_2为

(a) $2T_1$ (b) T_1

(c) $T_1/2$ (d) $T_1/\sqrt{2}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$k_2 = 2k_1$$

答（c）

例、弹簧振子在光滑水平面上做简谐振动时，弹性力在半个周期内所做的功为（　　）　　答：D

A. kA^2　　B. $kA^2/2$　　C. $kA^2/4$　　D. 0

例、一弹簧振子作简谐振动，总能量为E_1，如果简谐振动振幅增加为原来的2倍，重物的质量增加为原来的4倍，则它的总能量E_1变为

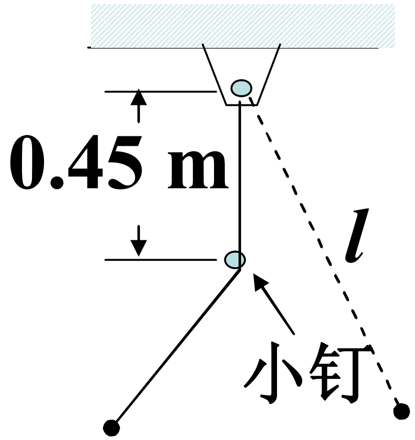
A. $E_1/4$；　　B. $E_1/2$；

C. $2E_1$；　　D. $4E_1$。

$$E_{总} = \frac{1}{2}kA^2$$

答：D

如图所示，一单摆的悬线长 $l = 1.5$ m，在顶端固定点的垂直下方 0.45 m 处有一小钉。设两方摆动均较小，则单摆的左右两方振幅之比 A_1/A_2 的近似值为 ________。



解： 利用机械能守恒

$$mgl(1-\cos\theta) = mg(l-0.45)(1-\cos\theta')$$

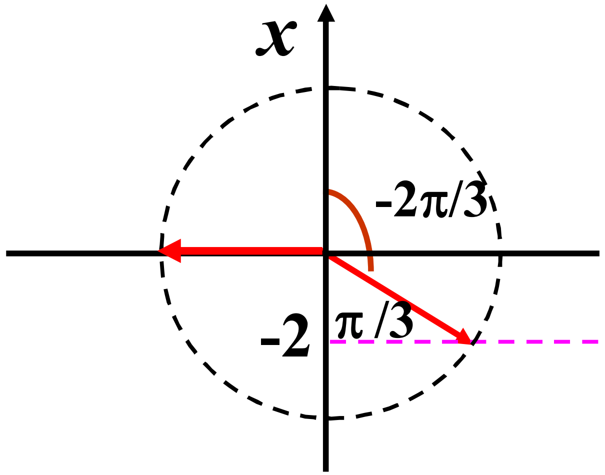
$$\frac{1-\cos\theta'}{1-\cos\theta} = \frac{l}{(l-0.45)}$$

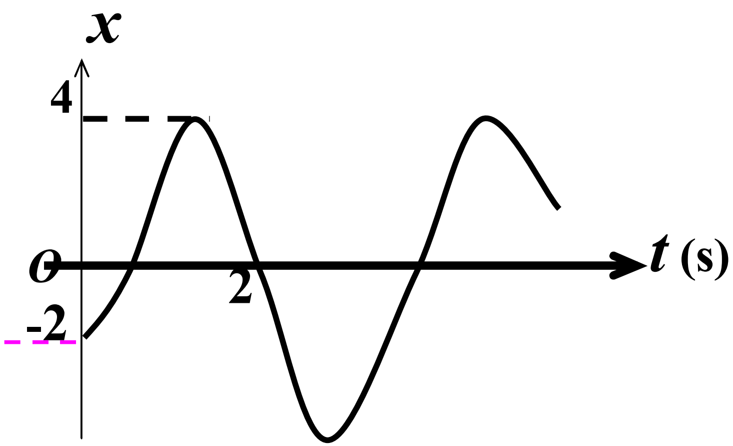
利用 $\cos\theta = 1-2\sin^2\frac{\theta}{2}$

$$\frac{\sin^2\frac{\theta'}{2}}{\sin^2\frac{\theta}{2}} = \frac{l}{(l-0.45)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\theta'\left(l-0.45\right)}{\theta\, l} \approx \sqrt{\frac{1.5-0.45}{1.5}} = 0.84$$

例、 一质点作简谐振动。其振动曲线如图。根据此图，它的周期T= <u>3.43 s</u>，用余弦函数描述时初相φ = <u>-2π/3</u>





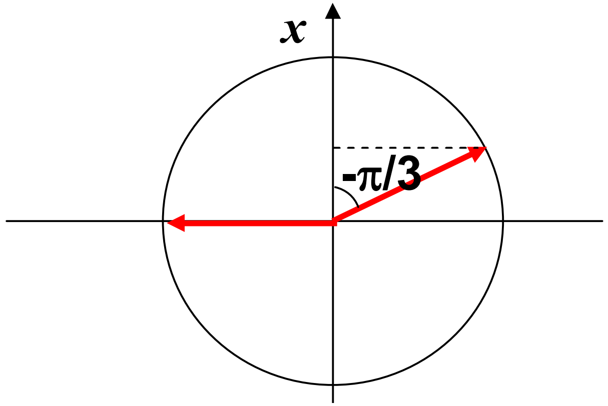
$$\frac{\frac{7\pi}{6}}{2} = \frac{2\pi}{T}$$

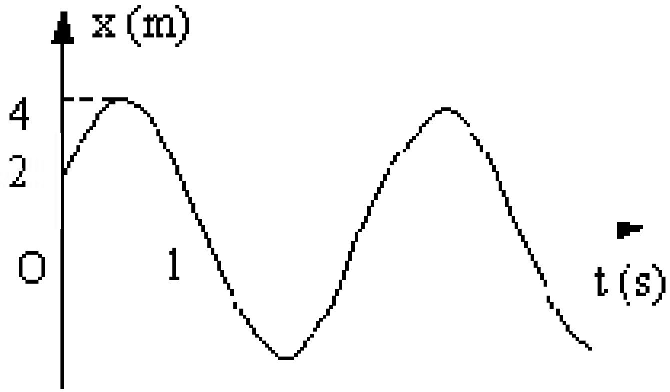
例、 一简谐振动曲线如图所示．则振动周期是

（A）2.62 s．　（B）2.40 s．

（C）2.20 s．　（D）2.00 s．

（B）2. 40 s





$$\frac{\frac{5\pi}{6}}{1} = \frac{2\pi}{T}$$

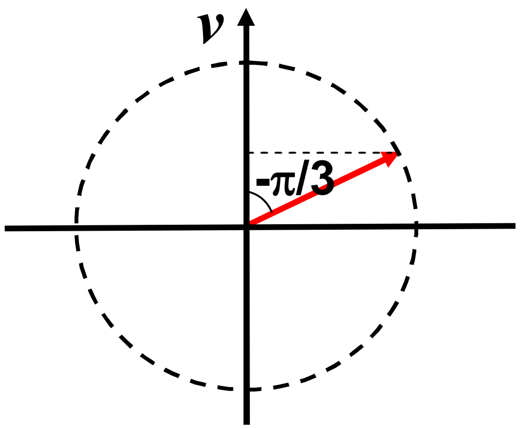
$$T = 2.4s$$

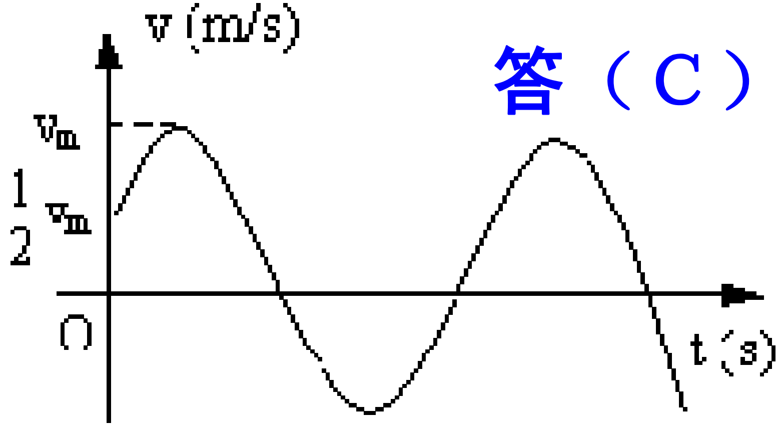
例、一质点作简谐振动．其运动速度与时间的曲线如图，若质点的振动规律用余弦函数描述．则其初位相应为

（A）π／ 6 、（B） 5 π／ 6 、（C）- 5 π／ 6 、（D）- π／ 6 .

解： $\varphi_v = -\dfrac{\pi}{3}$

$$\varphi_v = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$$

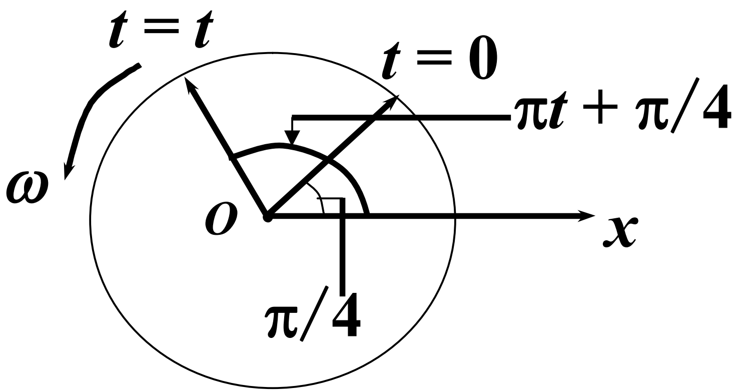




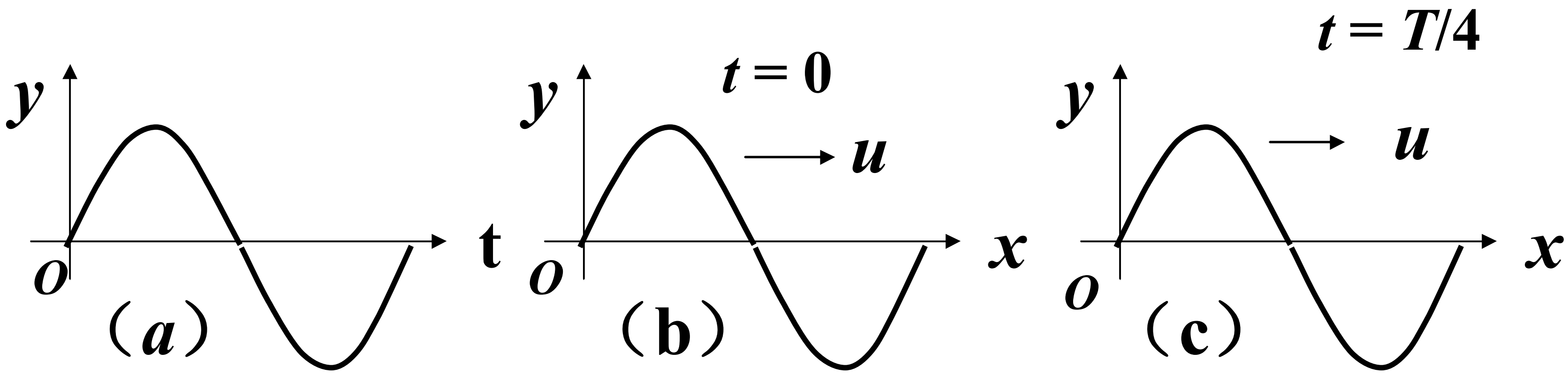
答（C）

例、一简谐振动的矢量图如图，振幅矢量长 2 cm，则该简谐振动的初位相为 π / 4 ，

振动方程为 $x = 0.02\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (SI)。



例、图a为某质点振动图线其初相记为φ_1，图b为某列行波在 t =0 时的波形曲线，O点处质点所振动的初相记为 φ_2 ; 图c为另一行波在$t = T/4$ 时刻的波形曲线, O点处质点振动的初相为 φ_3； 则:



(A) $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$;

(B) $\varphi_1 = 3\pi/2$（或 $-\pi/2$）, $\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$;

(C) $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 3\pi/2$;

(D) $\varphi_1 = 3\pi/2$ （或 $-\pi/2$）， $\varphi_2 = \pi/2$, $\varphi_3 = 0$ 。

答：(D)

例. 一列波沿x轴传播，到达坐标原点时的波形如图所示，那波传播到N点时，处于O点的质点所通过的路程和该时刻的位移是：

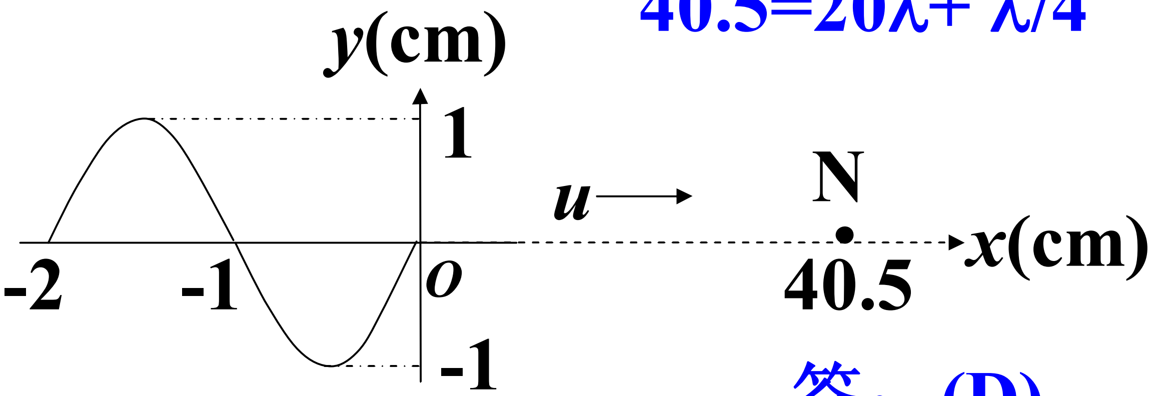
(A) 40.5cm, 1cm;

(B) 81cm, 1cm;

(C) 40.5cm, -1cm;

(D) 81cm, -1cm。

$40.5=20\lambda+\lambda/4$



答：(D)

例.一沿x轴正向传播的余弦波,在t=0时的波形如图所示,则原点o和在x=2m, x=3m各点的振动初相各依次是

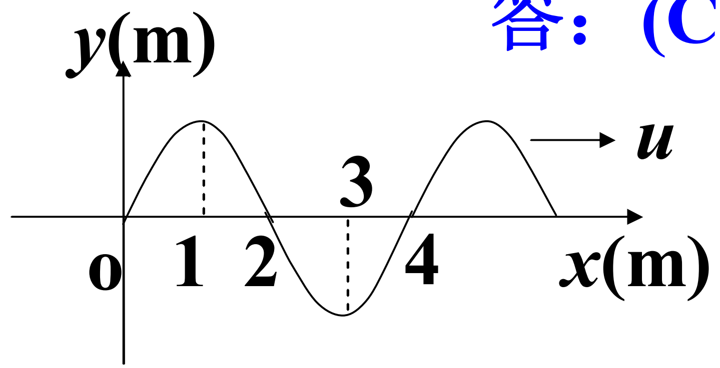
(A)$\varphi_0=\pi/2$, $\varphi_2=\pi/2$, $\varphi_3=\pi$

(B)$\varphi_0=-\pi/2$, $\varphi_2=-\pi/2$, $\varphi_3=\pi$

(C)$\varphi_0=\pi/2$, $\varphi_2=-\pi/2$, $\varphi_3=-\pi$

(D)$\varphi_0=\pi/2$, $\varphi_2=-\pi/2$, $\varphi_3=\pi$

答：(C)



例、一平面简谐波以速度u沿x轴正方向传播，在$t=t'$时波形曲线如图所示．则坐标原点O的振动方程为

(A) $y=a\cos\left[\pi\dfrac{u}{b}(t+t')+\dfrac{\pi}{2}\right]$　(B) $y=a\cos\left[\dfrac{u}{b}(t-t')+\dfrac{\pi}{2}\right]$

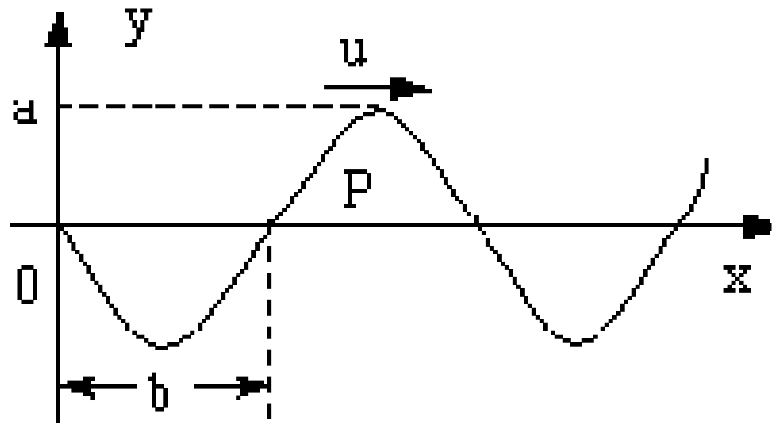
(C) $y=a\cos\left[2\pi\dfrac{u}{b}(t-t')-\dfrac{\pi}{2}\right]$　(D) $y=a\cos\left[\pi\dfrac{u}{b}(t-t')-\dfrac{\pi}{2}\right]$

$$\omega=2\pi\nu=2\pi\frac{u}{\lambda}=2\pi\frac{u}{2b}=\pi\frac{u}{b}$$

t' 时刻0点的相位

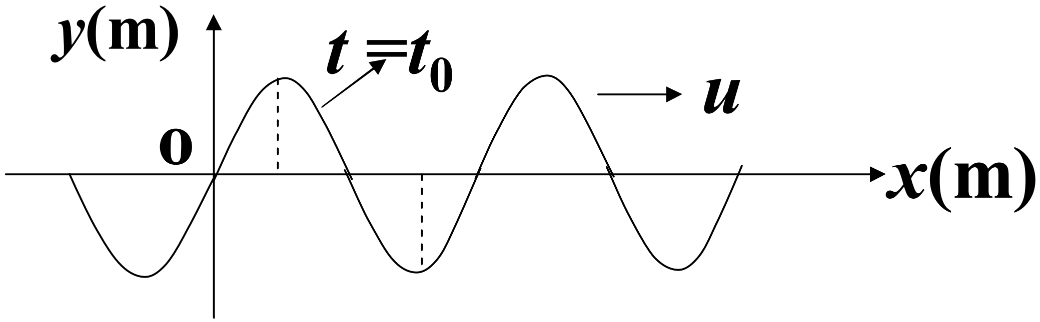
$$\omega t'+\varphi_0=-\frac{\pi}{2}\rightarrow\varphi_0=-\frac{\pi}{2}-\omega t'$$

$$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$



答（D）

例.一平面简谐波,其振幅为A,频率为ν,沿x 轴正向传播。设$t=t_0$时刻波形如所示.则$x=0$处质点振动方程为

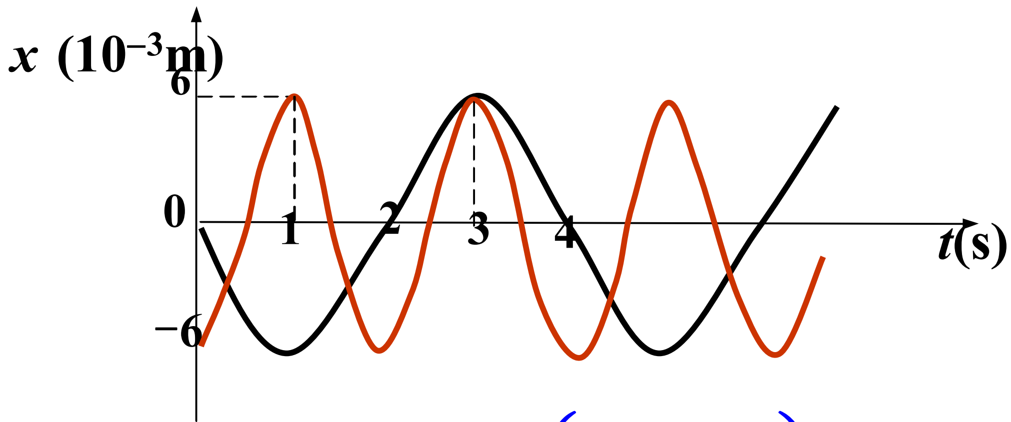


答：(B)

(A) $y=A\cos[2\pi\nu(t+t_0)+\pi/2]$; (B) $y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)+\pi/2]$;

(C) $y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)-\pi/2]$; (D) $y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)+\pi]$;

例、已知两简谐振动曲线如图，则这两个简谐振动方程分别为(余弦形式)：



$$x_{红}=6\times10^{-3}\cos(\pi t+\pi)\quad(\mathrm{SI})\qquad x_{黑}=6\times10^{-3}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)\quad(\mathrm{SI})$$

例.一平面简谐波在媒质中以速度 u=20m/s 沿 x 轴负向

传播如图所示。已知波线上A 点的振动方程为:

y =5×10 $^{-2}$cos4πt;

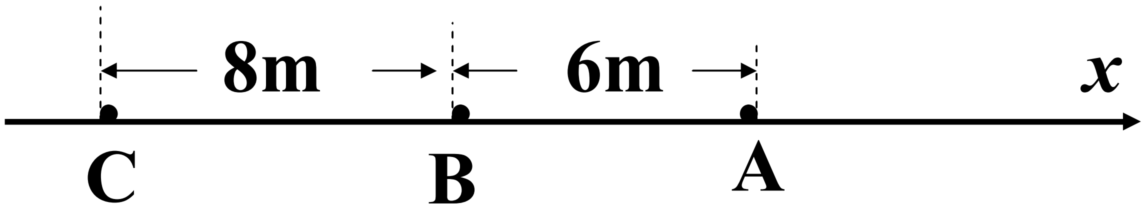
$$\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{20}{2} = 10\text{m}$$

以A为坐标原点时波动表达式是______ y =5×10^{-2} cos(4πt+0.2πx);

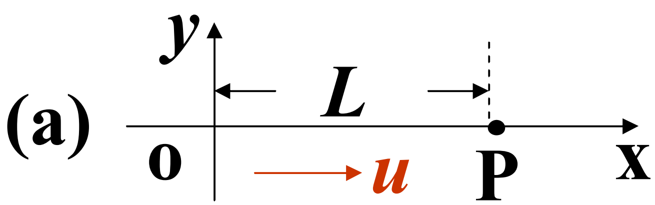
以B为坐标原点时波动表达式是______ $y = 5\times10^{-2}\cos(4\pi t + 2\pi\frac{x-6}{\lambda})$

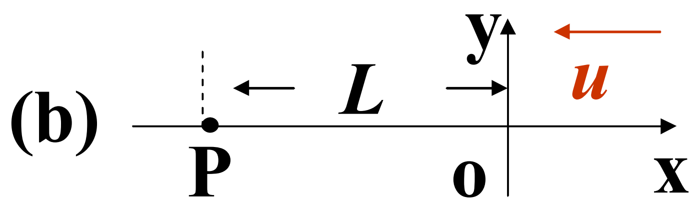
由上述波动方程可知C点振动方程为______ $y = 5\times10^{-2}\cos(4\pi t + 2\pi\frac{-8-6}{\lambda})$

y =5×10 $^{-2}$ cos(4πt - 2.8π);



例.一平面简谐波在空中传播,已知波线上P点的振动规律为$y = A\cos(\omega t + \varphi)$; 根据图中所示两种情况,分别列出以O点为原点时的波动方程;对图a是_________;对b图是_____。





$y=A\cos\{\,\omega\,[\,t-(\,x-L\,)\,/\,u\,]+\varphi\,\}$;

$y=A\cos\{\,\omega\,[\,t+(\,x+L\,)\,/u\,]+\varphi\,\}$;

例.沿绳行进的横波方程为$y=0.01\cos(2\pi t+\pi x)$,式中各量为SI制。则

A.波的频率ν= 1Hz 波速u= 2m/s 波长λ= 2m ;

B.位相差为60度的两点相距 $\Delta x=1/3$ m; 对同一点时间相距0.5秒时, 位相相差$\Delta\varphi$= $\omega\Delta t=\pi$;

C. x=0处质点振动方程为 $y=0.01\cos 2\pi t$;

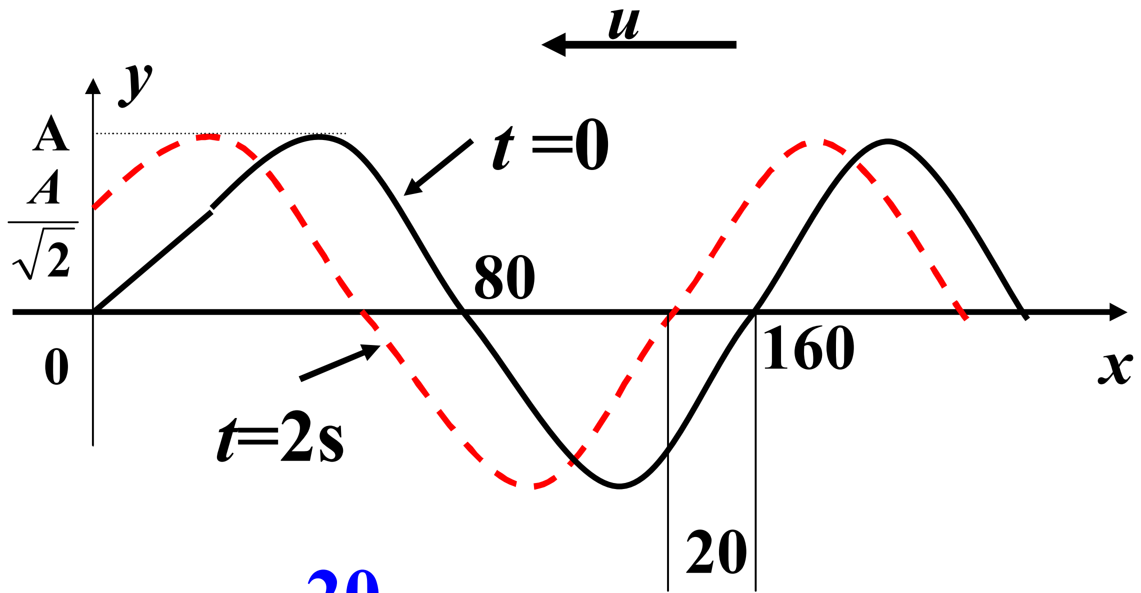
最大振动速度为 v_{max} = $A\omega=2\pi\times10^{-2}$m/s 。

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \qquad \Delta\varphi=\omega\Delta t$$

例：图示为一平面余弦波在 t=0 时与 t=2s 时的波形图

求：（1）坐标原点处介质质点的振动方程

（2）该波的波动方程



解：比较两图

t=0时，x=0处

质点$v>0$,

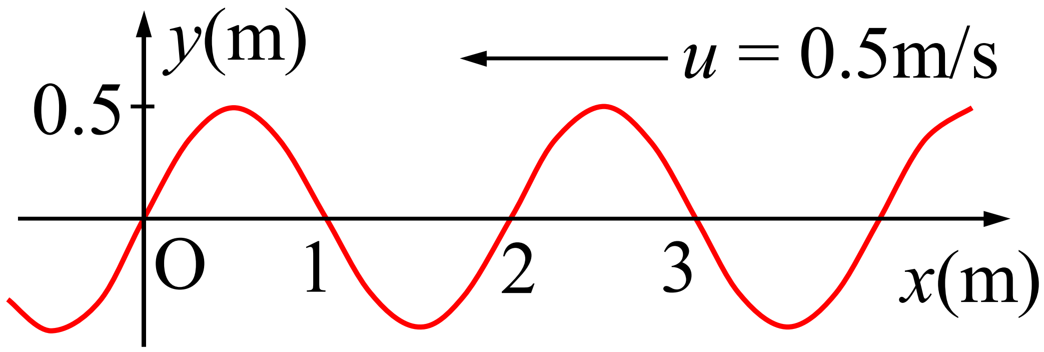
$$\varphi=-\frac{\pi}{2}$$

由图知 $u=\frac{20}{2}=10\text{m/s}$ $\lambda=160\text{m}$ $\nu=\frac{u}{\lambda}=\frac{1}{16}$ $\omega=\frac{\pi}{8}$

（1） $y_0=A\cos(\frac{\pi}{8}t-\frac{\pi}{2})$ （2）$y=A\cos(\frac{\pi}{8}t-\frac{\pi}{2}+\frac{x}{160}\cdot 2\pi)$

例. 已知 $t=2\text{s}$ 时一列简谐波的波形如图，

求：波函数及O点的振动函数。



解： $A=0.5\text{m}$，$\lambda=2\text{m}$，$\nu=u/\lambda=0.25$， $\omega=0.5\pi$

求O点振动初相（$t=2, y=0, v>0$）

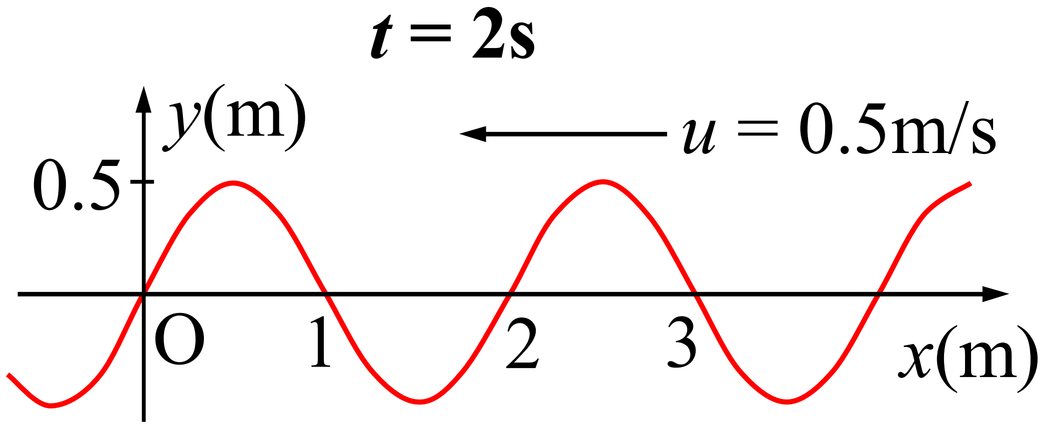
$$\omega t+\varphi_0=0.5\pi\times 2+\varphi_0=-\frac{\pi}{2}\qquad \varphi_0=-\frac{3\pi}{2}\text{或}\frac{\pi}{2}$$

O点的振动函数 $y=0.5\cos(0.5\pi t+\frac{\pi}{2})$

波函数 $y=0.5\cos(0.5\pi t+\pi x+\frac{\pi}{2})$

另解：波函数标准方程

$$y = A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$$



已知： $A = 0.5\text{m}$，$\lambda = 2\text{m}$，$T = \lambda / u = 2 / 0.5 = 4\text{s}$

$t = 2$ 时， $x = 0.5$， $y = 0.5$ 代入标准方程得：

$$y = 0.5 = 0.5\cos\left[2\pi\left(\frac{2}{4}+\frac{0.5}{2}\right)+\varphi\right]$$

$$\frac{3}{2}\pi + \varphi = 2\pi$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

波函数 $y = 0.5\cos\left[\frac{\pi}{2}t + \pi x + \frac{\pi}{2}\right]\text{(m)}$

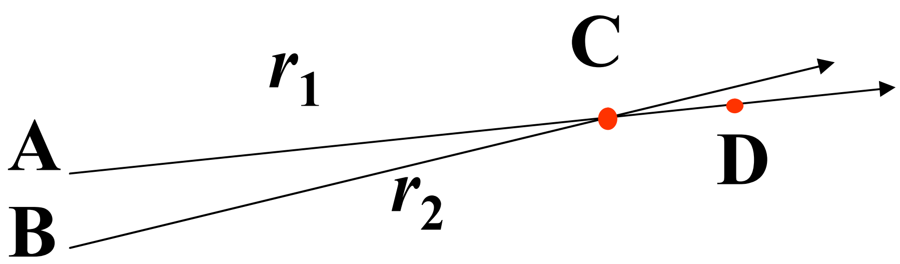
O点的振动函数为 $y_O = 0.5\cos\left[\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right]\text{(m)}$

例. 如图, AB为两相干波波源, A产生的横波仅沿AC方向传播, B产生的横波仅沿BC方向传播, 媒质对波不吸收, 波源频率为100Hz, 振幅为0.1m, 波源A的初相 $\varphi_1 = 0$, 比波源B超前 $\pi/3$; 若C点距A、B距离分别为r_1=50m, r_2=54m, 波速 u=30m/s。则

1) C点合振动的方程为 $y_c=0$;

2) 在AC连线的延长线上且距C点7米处D点的振动方程:

$$y = 0.1\cos(2\pi\nu t - \frac{50+7}{0.3}2\pi) = 0.1\cos 2\pi\nu t \ [SI]$$



$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$= -\frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{0.3}\times 4 = -27\pi$$

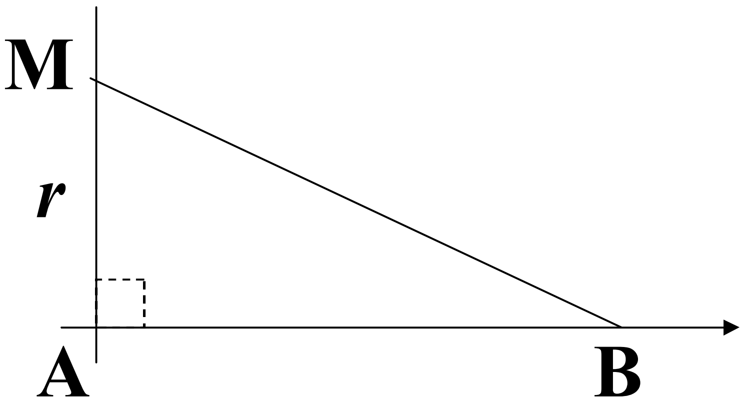
例. 如图所示A和B为二相干波源(初相分别为φ_1、φ_2)，它们发出的波长λ=10cm之平面简谐波,其振幅分别为A_1=4cm, A_2=3cm; 已知AB=40cm, AM=30cm。

(A)设$\varphi_1=\pi/3$, $\varphi_2=4\pi/3$, 则M点的振幅A=<u>A=1cm</u>;

(B)设$\varphi_1=\varphi_2$, 连线AM上因干涉而加强的点的位置

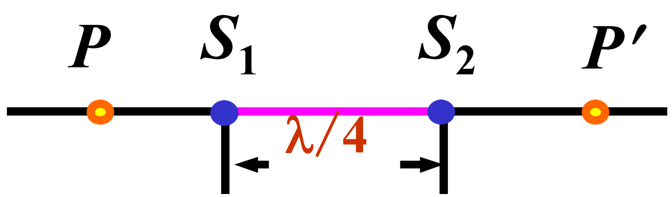
r =<u>$r = 80/k - 5k$, $k = 2，3，4,$</u>;

(C)若$\varphi_1=\varphi_2$, 而波源的频率可连续变化, 则使M点相消的最大波长是<u>λ=40cm</u>



例：S_1、S_2 为两个振幅相同的相干波源，相距 λ/4，S_2 振动超前 S_1 振动 π/2，两波在 S_1、S_2 连线方向上强度相同，且不随时间变化，问 S_1、S_2 连线上在 S_1 外侧各点合成波的强度如何？在 S_2 外侧各点合成波的强度又如何？

解： $\varphi_{20}-\varphi_{10}=\dfrac{\pi}{2}$



两波在 S_1 外侧 P 点的相位差

$$\Delta\varphi=\varphi_{20}-\varphi_{10}-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}=0$$

$$A_{合}=2A$$

$$I_{合}=4I$$

两波在 S_2 外侧 P' 点的相位差

$$\Delta\varphi=\varphi_{20}-\varphi_{10}-2\pi\frac{r_2'-r_1'}{\lambda}=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\left(-\frac{\lambda}{4}\right)=\pi$$

$$A_{合}=0$$

$$I_{合}=0$$

例、一弹性简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从平衡位置运动到最大位移的过程中

(D)

（A）它的动能转换成势能

（B）它的势能转换成动能

（C）它从相邻的质元获得能量，其能量逐渐增大

（D）它把自己的能量传给相邻的质元，其能量逐渐减小

例、一平面简谐波在弹性媒质中传播,在媒质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中,

(A)它的势能转化成动能;

（D）

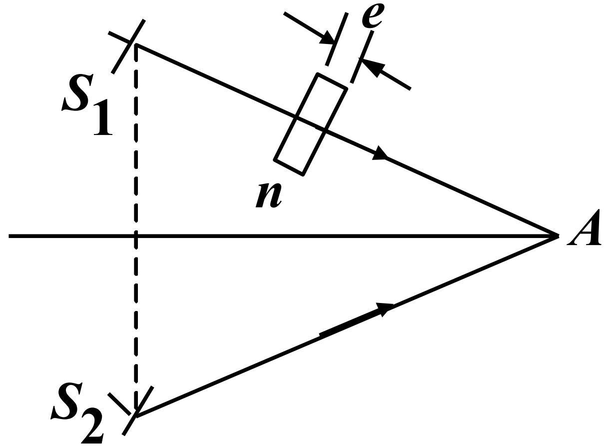
(B)它的动能转化成势能;

(C)它把自己能量传给相邻一段媒质质元,其能量减小;

(D)它从相邻的一段媒质质元获得能量,其能量增加。

例、有两个同相的相干点光源*S*1和*S*2，发出波长为λ的光。*A*是它们连线的中垂线上的一点。若在*S*1与*A*之间插入厚度为*e*、折射率为*n*的薄玻璃片，则两光源发出的光在*A*点的相位差$\Delta\varphi$＝ $\underline{2\pi(n-1)e/\lambda}$ 。已知λ＝500nm，*n*＝1.5，*A*点恰为第四级明纹中心，则*e*＝$\underline{4\times10^3}$nm。

$$\varphi_{20}=\varphi_{10}, \quad \Delta\varphi=\frac{\text{光程差}}{\lambda}2\pi$$



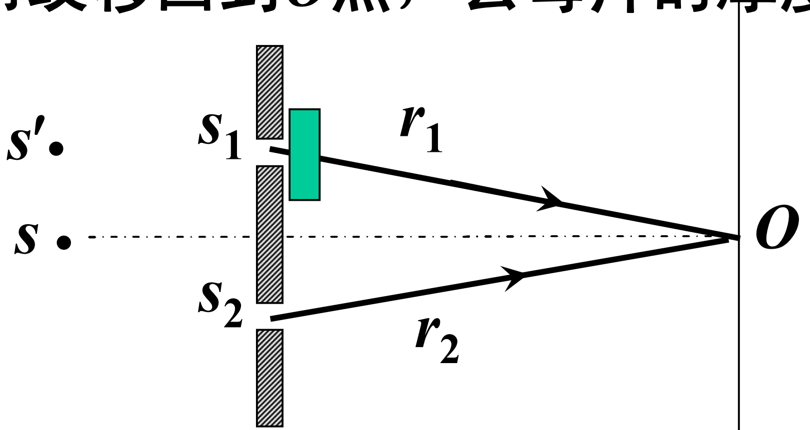
光程差 $\delta=(n-1)e$

第四级明纹 $\delta=4\lambda$

例. 在杨氏双缝实验中, 通过空气后, 在屏幕上P点处为第三级明条纹;若将整个装置放于某种透明液体中, P点为第四级明条纹, 则液体的折射率为$\underline{\quad 4/3 \quad}$。

$r_2-r_1=3\lambda \qquad n(r_2-r_1)=4\lambda$

例、用单色线光源s照射双缝，在观察屏上形成干涉图样，零级明条纹位于O点。如将线光源s移至s'位置，零级明条纹将发生移动。欲使零级明纹移回O点，必须在哪个缝处覆盖一薄云母片才有可能？若用波长为589nm的单色光，欲使移动了4个明纹间距的零级明纹移回到O点，云母片的厚度应为多少？云母片的折射率为1.58。



在 s_1 缝处覆盖云母片

$$e=\frac{4\lambda}{n-1}=4.062(\mathrm{nm})$$

例.在双缝干涉实验中,屏幕E上的P点处是明条纹,若将 S_2盖住，并在S_1,S_2连接的垂直平分面处放一反射镜 M, 如图所示,则此时

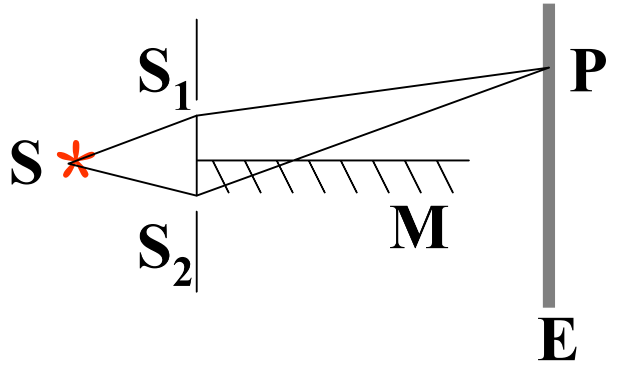
(A)P点处仍为明条纹

(B)P点处为暗条纹

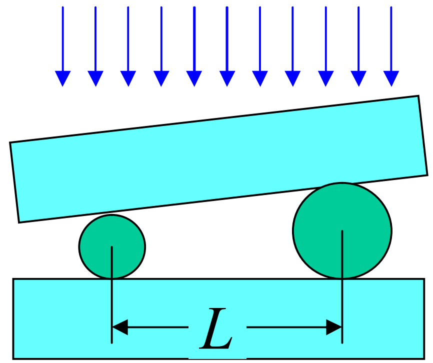
(C)无干涉条纹

(D)不能确定P点处是明条纹还是暗条纹

答：(B)



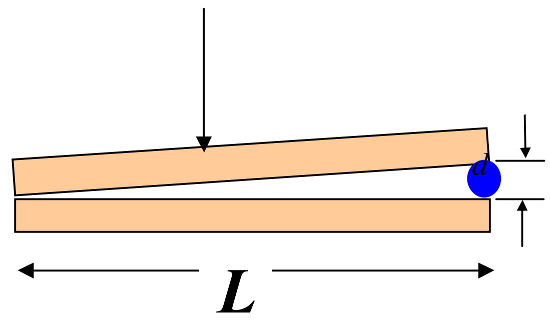
例. 如图所示, 当单色光垂直入射时, 在两块平晶之间产生__等厚__干涉条纹; 若L变小, 则在L范围内干涉条纹的数目__不变__, 条纹间距__变小__。



例、 用波长为λ的单色光垂直照射如图所示的牛顿环装置，观察从空气膜上下表面反射的光形成的牛顿环．若使平凸透镜慢慢地垂直向上移动，从透镜顶点与平面玻璃接触到两者距离为d的移动过程中，移过视场中某固定观察点的条纹数目等于__$2d/\lambda$__。

例、已知在迈克耳孙干涉仪中使用波长为λ的单色光。在干涉仪的可动反射镜移动距离 d 的过程中，干涉条纹将移动__$2d/\lambda$__条.

例、为了测量金属细丝的直径，把它夹在两块标准平玻璃之间形成一空气劈尖如图所示。以波长为5893Å的钠黄光垂直照射该装置，在反射光中观察到一系列的明暗条纹，并测得 4 条明纹之间距离为2cm。已知L=3.5cm，试求金属细丝的直径?



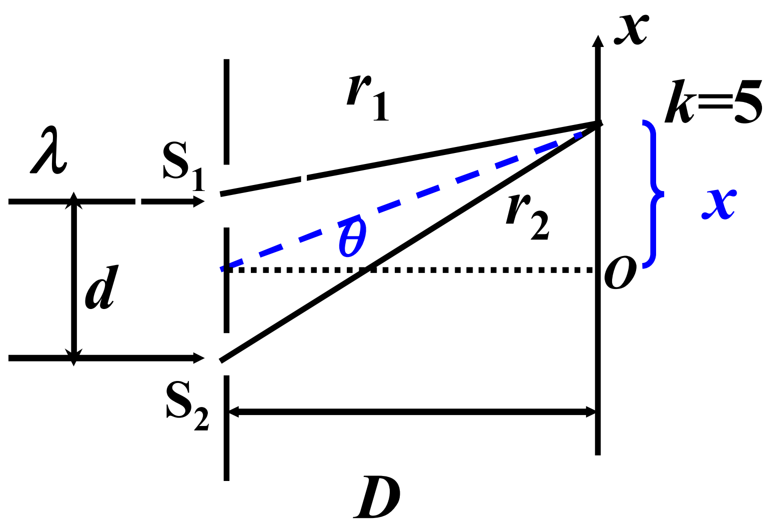
解：相邻明条纹间距

$$l_{明} = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = \frac{\lambda}{2d/L} = \frac{L\lambda}{2d}$$

$$d = \frac{L\lambda}{2l_{明}} = \frac{3.5\times10^{-2}\times5893\times10^{-10}}{2\times\frac{2\times10^{-2}}{4-1}} = 1.5\times10^{-6}\ \text{(m)}$$

例. 双缝与屏之间的距离D=120cm，两缝之间的距离d=0.50mm，用波长λ=5000Å的单色光垂直照射双缝。求：（1）O点（零级明条纹所在处）上方的第五级明条纹的坐标x。

（2）如果用厚度 l =1.0×10^{-2}mm，折射率 n = 1.58 的透明薄膜复盖在S_1缝后面，上述第五级明纹的坐标 x'



解（1） $\delta = r_2 - r_1 = 5\lambda$

$$x = k\,D\lambda\ /\ d$$

$$= 5 \times 1200 \times 5000 \times 10^{-7}/0.50$$

$$= 6.0\text{mm}$$

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d\,\sin\theta \approx d\frac{x}{D} = 5\lambda \quad \text{（明纹）}$$

（2）加透明薄膜后，上述第五级明纹的坐标 x'

第5级明纹光程差

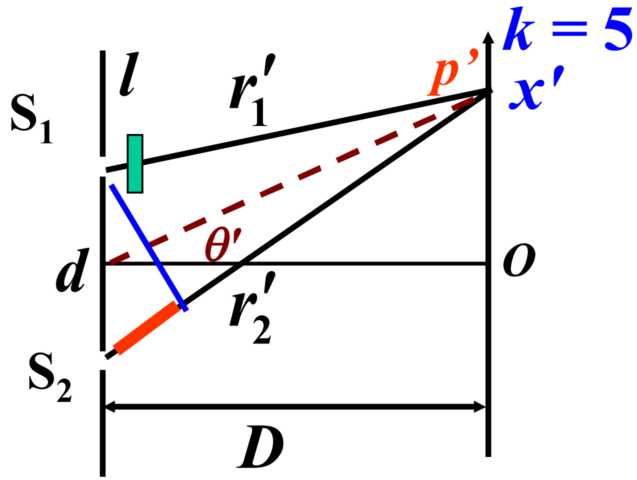
$$\delta = r_2' - (r_1' - l + nl) = r_2' - r_1' - (n-1)l$$

$$r_2' - r_1' \approx d\sin\theta' \approx d\frac{x'}{D}$$

$$\delta = d\frac{x'}{D} - (n-1)l = 5\lambda$$

$$x' = D[(n-1)l + 5\lambda]/d$$

$$= 19.9\text{mm}$$



零级条纹 $\delta = r_2' - r_1' - (n-1)l = 0$ 上移 $\Delta x'$变化？

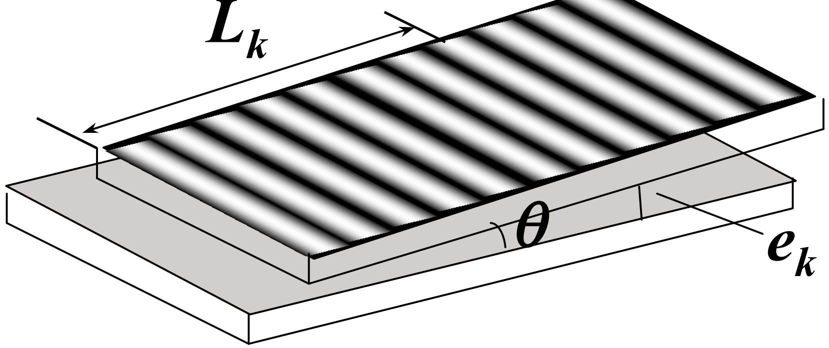
原第5级明纹处现为第几级

$$\delta = r_2 - r_1 - (n-1)l = k\lambda \qquad r_2 - r_1 = 5\lambda \Longrightarrow k$$

例、 两平板玻璃之间形成一个θ=10^{-4}rad 的空气劈尖，若用λ=600nm的单色光垂直照射。 求：1）第15条明纹距劈尖棱边的距离；2) 若将劈尖充以液体(n=1.28)后，第15条明纹移动了多少?

解：1) 设第k条明纹对应的空气厚度为 e_k

由$\delta = 2e_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad k = 1, 2, \ldots$



$$e_{15} = \frac{2\times 15 - 1}{4} \times 600 \times 10^{-9}$$

$$= 4.35 \times 10^{-6}[\mathrm{m}]$$

$$\therefore L_{15} = \frac{e_{15}}{\sin\theta} \approx \frac{e_{15}}{\theta} = 4.35 \times 10^{-2}[\mathrm{m}]$$

2) 劈尖充以液体后第15条明纹向哪移动?

设此时第15条明纹距棱边的距离为 L_{15}'，所对应的液体厚度为e_{15}'

$$\delta = 2ne_k' + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

向棱边方向移动

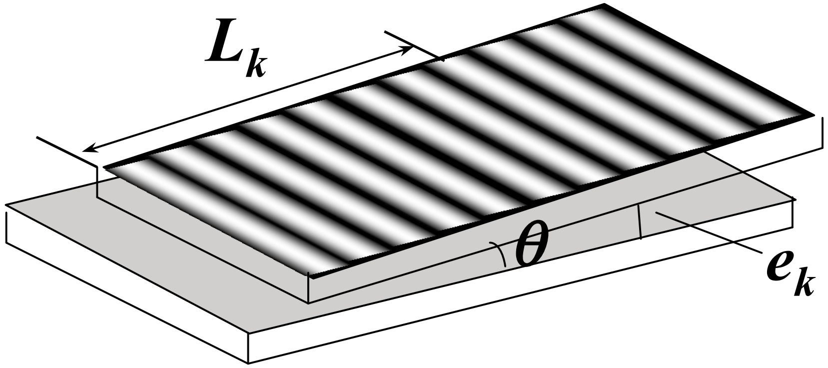
第15条明纹对应的光程差不变

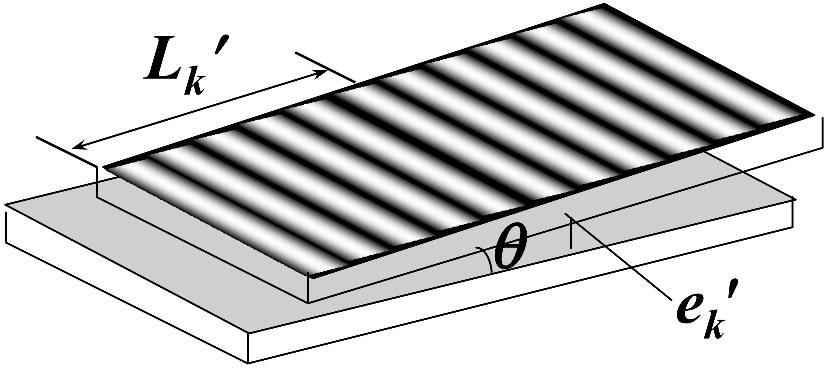
$$2e_{15} + \frac{\lambda}{2} = 2ne_{15}' + \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore e_{15}' = \frac{e_{15}}{n}$$

$$\Delta L = L_{15} - L_{15}'$$

$$= \frac{e_{15} - e_{15}'}{\theta} = 9.5\times10^{-3}[\text{m}]$$

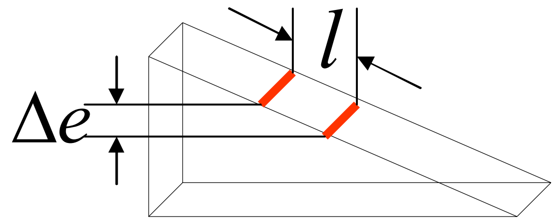




例. 用λ=600nm光垂直照射由两块平板玻璃构成的空气劈尖, 劈尖角 $\theta=2\times10^{-4}$rad , 改变劈尖角, 相邻两明条纹间距缩小了1mm, 求: 劈尖角的改变量。

解、 先求θ对应的相邻两明纹间距l

$$l=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}\approx\frac{\lambda}{2n\theta}=1.5\times10^{-3}[\mathrm{m}]$$



再求对应缩小1mm后的劈尖角为θ'

$$1.5\times10^{-3}-1\times10^{-3}\approx\frac{\lambda}{2n\theta'}\qquad\therefore\theta'=6\times10^{-4}[\mathrm{rad}]$$

$$\therefore\Delta\theta=\theta'-\theta=4\times10^{-4}[\mathrm{rad}]$$

例. 牛顿环实验中, 当透镜和玻璃之间充以某种液体时, 第10个亮环直径由 $d_{10}=1.4\times10^{-2}\text{m}$ 变为 $d'_{10}=1.27\times10^{-2}\text{m}$， 求: 这种液体的折射率。

解. 牛顿环亮纹的直径为

$$d_k = 2\sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}, k = 1,2,\cdots$$

充以n介质后,牛顿环亮纹的直径为

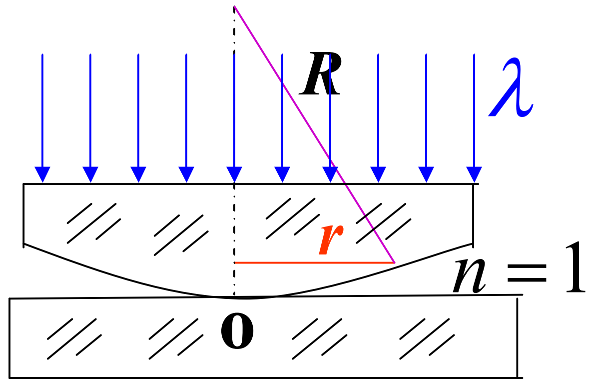
$$d'_k = 2\sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}, k = 1,2,\cdots$$

$$\therefore n = d_{10}^2 / d_{10}'^2 = 1.22$$

例. 如图为观察牛顿环的装置,平凸透镜的半径为 R=1m的球面; 用波长 λ=500nm的单色光垂直照射。

求: (1)在牛顿环半径r_m=2mm范围内能见多少明环?

(2)若将平凸透镜向上平移e_0=1μm最靠近中心o处的明环是平移前的第几条明环?



解: (1) 第k 条明环半径为

$$r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}, k = 1,2,\cdots$$

令 $r = r_m$,∴ $k = 8.5$ 有8条明环

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

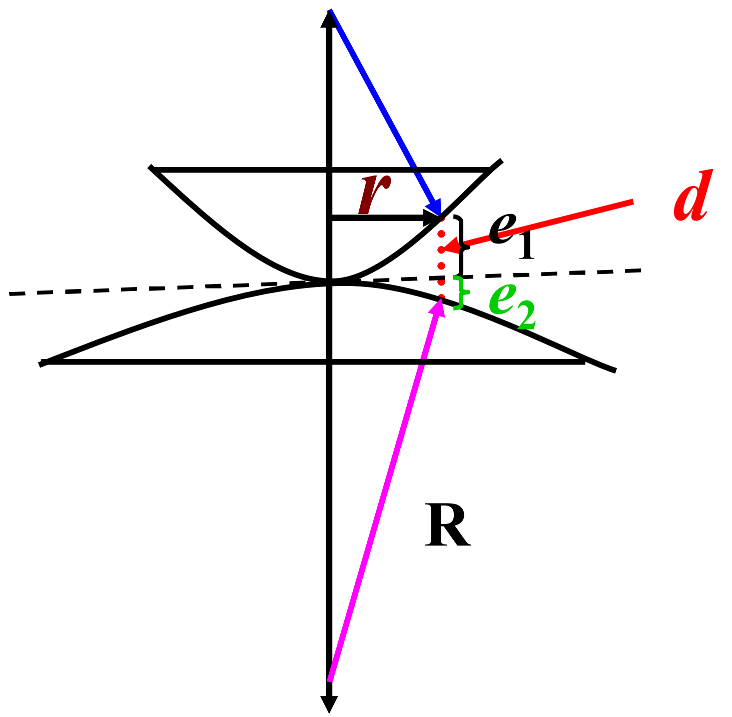
(2) 向上平移e_0后, 光程差改变 $2e_0$, 而光程差改变λ 时, 明条纹往里“缩进”一条,共“缩进”条纹:

$$\frac{2e_0}{\lambda} = \frac{2\times1\times10^{-6}}{5\times10^{-7}} = 4$$

最中间的明纹为平移前的第5条

例：三个半径未知的凸球形玻璃表面，让其两两相对地接触而形成牛顿干涉环，用 λ =5461Å 的光垂直照射，并测得三种组合牛顿环的第 25 个亮圈的半径 r 分别为8.696mm, 9.444mm, 10.268mm。

求：这三个球表面的半径 R_1 R_2 R_3



解： 设第25个亮圈的半径 r, 膜厚d

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = 25\lambda$$

$$d = 6.6897 \times 10^{-3}\ \text{mm}$$

$$e = \frac{r^2}{2R} \qquad d = e_1 + e_2$$

R_1与R_2 $\quad d = e_1 + e_2 = \dfrac{r_1^2}{2R_1} + \dfrac{r_1^2}{2R_2}$

R_2与R_3 $\quad d = e_3 + e_4 = \dfrac{r_2^2}{2R_2} + \dfrac{r_2^2}{2R_3}$

R_1与R_3 $\quad d = e_5 + e_6 = \dfrac{r_3^2}{2R_1} + \dfrac{r_3^2}{2R_3}$

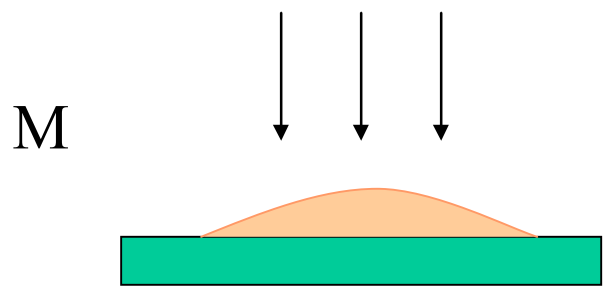
代入 r_1 r_2 r_3

得 $R_1 = 13\text{m}$

$R_2 = 10\text{m}$

$R_3 = 20\text{m}$

例、平面玻璃片MN上放有一油滴，当油滴展开成圆形油膜时，在波长 λ =6000Å的单色光垂直照射下，从反射光中观察油膜所形成的干涉条纹。已知玻璃的折射率 n_1=1.5,油膜的折射率 n_2=1.2。问（1）当油膜中心最高点与玻璃片上表面相距 h=12000Å 时，看到的条纹情况如何？可看到几条明纹？明条纹所在处的油膜厚度为多少？中心点的明暗情况如何？（2）当油膜继续扩展时，所看到的条纹情况将如何变化？中心点的情况如何变化？



解：　$\delta = 2n_2 e = k\lambda$

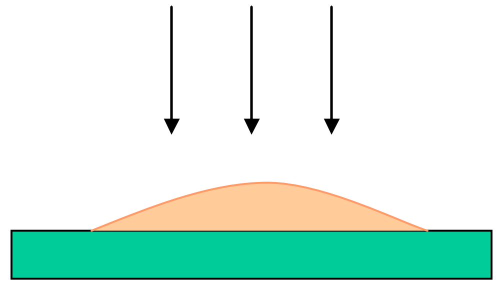
$k=0 \quad e_0=0 \qquad k=1 \quad e_1=2500 \qquad k=2 \quad e_2=5000$

$k=3 \quad e_3=7500 \quad k=4 \quad e_4=10000 \qquad k=5 \quad e_5=12500 \rangle h$

边缘为0级明纹，中心不是明纹，是否暗纹？

$$\delta = 2n_2e = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$ 暗纹公式 $h = 12000\text{Å}$

$k=4 \quad e_4 = 11250 \qquad k=5 \quad e_5 = 13750$



所以，中心处既不是明纹也不是暗纹

（2）当油膜继续扩展时，h减小，条纹级数减少，间距扩大，中心点由半明半暗 $\longrightarrow$ 暗纹 $e_4 = 11250$ $\longrightarrow$ 明纹 $e_4 = 10000$ ......

直到整个油膜呈现一片明亮区域

例、 一薄玻璃片，厚为0.4μm，折射率1.50，用白光垂直照射，在可见光范围内哪些波长的光在反射中加强？哪些波长的光在透射中加强？

$n=1.5$

解： 反射光

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k = 1, 2 \cdots) \qquad \therefore \lambda = \frac{4ne}{2k-1}$$

当$k=3$时，$\lambda = 4800$ Å，蓝光　其余为不可见光

透射光

$$\delta = 2ne = k\lambda \qquad \therefore \lambda = \frac{2ne}{k}$$

$k=2$时，$\lambda = 6000$Å，橙光

$k=3$时，$\lambda = 4000$Å，紫光　其余为不可见光

例. 根据惠更斯-菲涅耳原理，某一时刻波阵面为S，则S前方P点的光强取于S上所有面元所发出的子波各自传到P点时的（ D ）

A. 振幅之和　　B. 振幅之和的平方

C. 光强之和　　D. 振动的相干叠加

例. 在单缝夫琅禾费衍射装置中，将单缝宽度稍变宽，同时使单缝沿光轴正方向做微小平移（透镜及屏幕位置不动），则屏幕上的中央衍射条纹将（ C ）

A. 变窄，同时向上移　　B. 变窄，同时向下移

C. 变窄，不移动　　D. 变宽，同时向上移

E. 变宽，不移动

$$a\sin\theta = \pm k\lambda,\quad k=1$$

例、在双缝衍射实验中，若保持双缝 S_1和S_2的中心间距d不变，而把两条缝的宽度a略微加宽，则

(A)单缝衍射中央主极大变宽，所包含的干涉条纹数目变少.

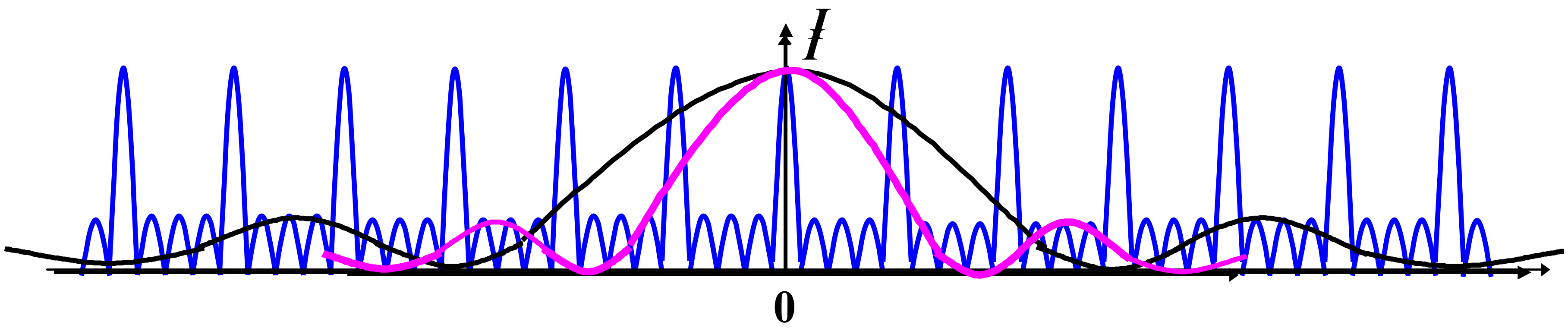
(B)单缝衍射中央主极大变宽，所包含的干涉条纹数目变多.

(C)单缝衍射中央主极大变宽，所包含的干涉条纹数目不变.

(D)单缝衍射中央主极大变窄，所包含的干涉条纹数目变少.

(E)单缝衍射中央主极大变窄，所包含的干涉条纹数目变多.

$d\sin\theta = \pm k\lambda$ $\qquad$ $a\sin\theta = \pm k'\lambda$ $\qquad$ 答：(D)



例. 一束单色光垂直入射在平面光栅上, 衍射光谱中共出现了5条明纹，若光栅的缝宽度与不透明宽度相等, 那么在中央明纹一侧的第二条明纹是第几级?

(A) 二级　　(B) 三级　　(C) 四级　　(D) 一级

答：(B)

例. 用波长为λ的单色平行光垂直入射在一块多缝光栅上，其光栅常数d =3 mm，缝宽a =1 mm，则在单缝衍射的中央明条纹中共有___5___条谱线(主极大).

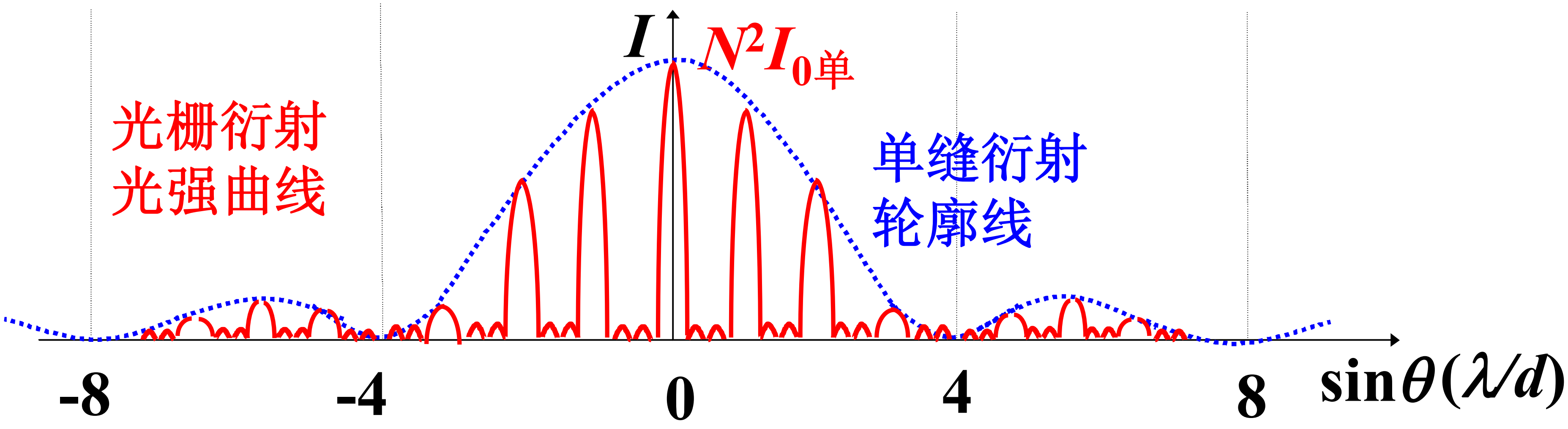
例. 夫琅禾费单缝衍射中，缝宽为3λ，λ为入射光的波长，对应于衍射角为30°的方向，在凸透镜焦平面上出现的是第___1___级___明___纹。

例. 平行单色光垂直入射于单缝上，得到一组夫琅禾费衍射条纹，若将原缝宽扩大3/5倍，则原第2级明纹位置变成第___4___级__暗__条纹。

$$a\sin\theta=\frac{5}{2}\lambda \qquad \left(a+\frac{3}{5}a\right)\sin\theta=\frac{8}{5}a\sin\theta=4\lambda$$

例. 图为多缝衍射的光强分布曲线，根据图线回答：

（1）图线是___4___缝衍射；（2）$(a+b)/a=$ ___4___ 。



例.某元素的特征光谱中含有波长分别为λ_1＝450 nm和λ_2＝750 nm (1 nm＝10^{-9} m)的光谱线．在光栅光谱中，这两种波长的谱线有重叠现象，重叠处λ_2的谱线的级数是 (D)

$$d\sin\theta = \pm k\lambda$$

(A) 2，3，4，5．．　(B) 2，5，8，11．．．

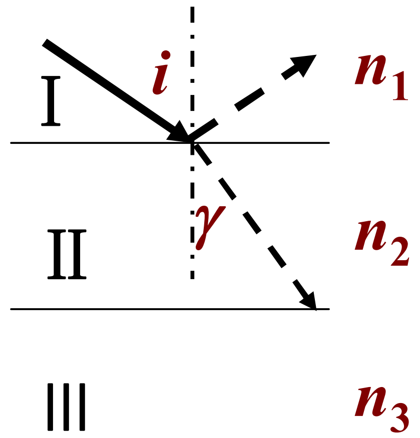
(C) 2，4，6，8．．　(D) 3，6，9，12．．．

$$k_2\lambda_2 = k_1\lambda_1$$

例．自然光垂直穿过两个偏振片，两个偏振片的偏振化方向成45°角．已知通过此两偏振片后的光强为I，则入射至第二个偏振片的线偏振光强度为__$2I$__．

$$I_{入}\cos^2 45^0 = I$$

例. 三种透光媒质Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ，其折射率分别为n_1=1.33，n_2=1.5，n_3=1，两交界面相互平行。若tan$i$ =1.128，一束自然光自媒质Ⅰ入射到Ⅰ与Ⅱ的交界面上，反射光的偏振态为__线偏振光__，媒质Ⅱ与Ⅲ界面上的反射光的偏振状态为__部分偏振光__



$$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1} = 1.128 \qquad \tan\gamma = \frac{n_1}{n_2} \neq \frac{n_3}{n_2}$$

例、一双缝，缝距 $d = 0.40\text{mm}$，两缝宽度都是 $a = 0.080\text{mm}$，用波长为 $\lambda = 4800\text{Å}$的平行光垂直照射双缝，在双缝后放一焦距 $f = 2.0\ \text{m}$的透镜。求：(1) 屏上双缝干涉条纹的间距。(2)单缝衍射中央明纹宽度；(3) 在单缝衍射中央亮纹内双缝干涉亮纹数目和相应的级数。

解（1）双缝干涉条纹第 k 级亮纹条件

$$d\sin\theta = k\lambda \quad \text{明纹（}k\text{ 级主极大）}$$

第 k 级亮纹位置： $x_k = f\tan\theta \approx f\sin\theta \approx kf\lambda/d$

相邻两亮纹的间距： $\Delta x = f\lambda/d = 2.4\times10^{-3}\,\text{m}$

(2) 单缝衍射中央明纹宽度 $\Delta x_0 = 2f\lambda/a = 2.4\times10^{-2}\,\text{m}$

(3) 缺级 $d/a = 5$

单缝衍射中央亮纹范围内，双缝干涉亮纹数目 $N = 9$

即 $k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \pm4$ 级

例、在单缝夫琅禾费衍射实验中，垂直入射的光有两种波长，λ_1=400nm，λ_2=760nm.已知缝宽a =1×10^{-2}cm，f =50cm，求：两种光线一级衍射明纹中心的距离。

若用光栅常数 $d = a$ =1×10^{-3}cm的光栅替换单缝，其它条件不变，求两种光第一级主极大之间的距离。

解 单缝明纹（中心） $a\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$， $k = 1,2,3...$

$$x = f\tan\theta \approx f\sin\theta = f\frac{(2k+1)\lambda}{2a}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f\frac{3\Delta\lambda}{2a}$$

$$= 0.27\text{cm}$$

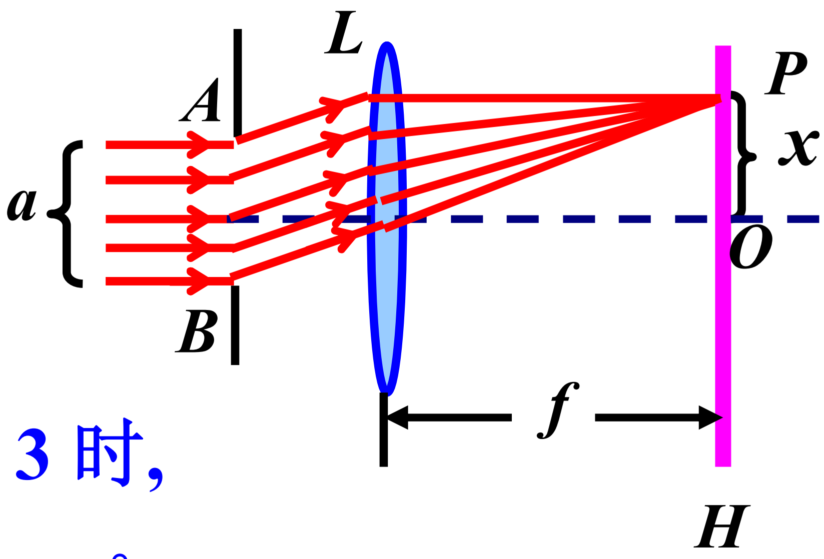
光栅公式 $d\sin\theta = \pm k\lambda$， $k = 0,1,2....$

$$x \approx f\sin\theta = f\frac{k\lambda}{d}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f\frac{\Delta\lambda}{d}$$

$$= 1.8\text{cm}$$

例、 用橙黄色平行光 (6000 Å ~ 6500 Å)垂直照射在a = 0.6mm的单缝上，透镜 f = 4.0 cm，屏是放在焦平面上，若屏上离中央明纹中心1.40mm 处的P点为一明纹。求（1）入射光的波长；（2）P点条纹的级数；（3） 从 P点看，对该光波而言，单缝处波阵面被分为几个半波带。



解：<1> $a\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

$$x = (2k+1)\frac{f\lambda}{2a}$$

$$\lambda = \frac{2ax}{(2k+1)f}$$

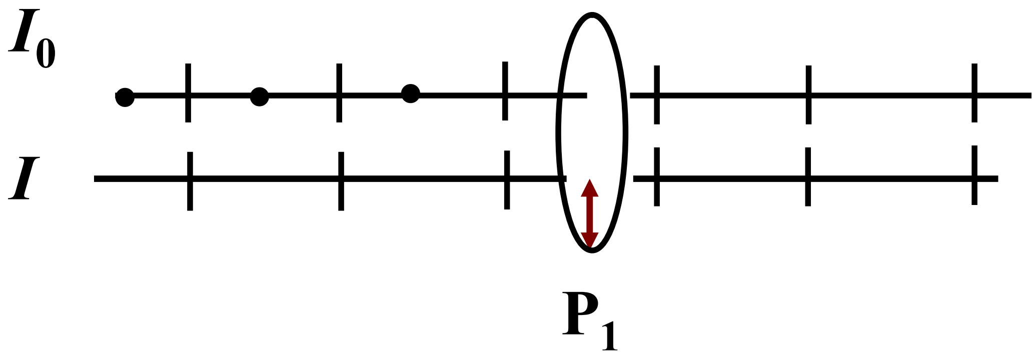
当 $k = 3$ 时,

$\lambda = 6000$ Å

<2> $k = 3$

<3> 7 个半波带

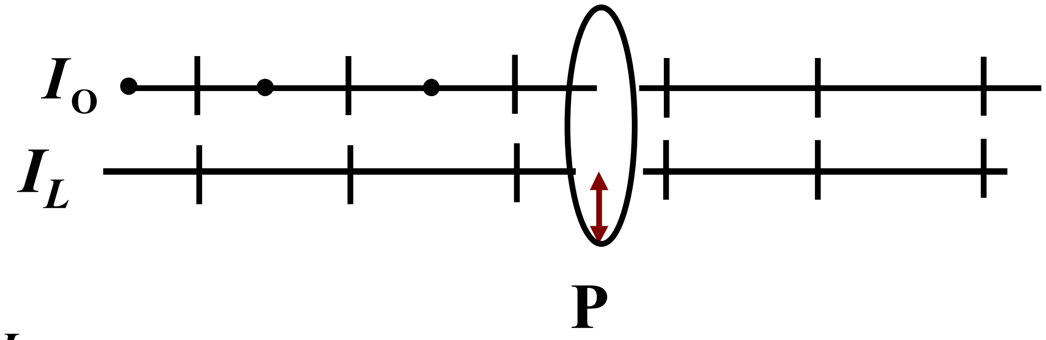
例、用相互平行的一束自然光和一束线偏振光构成的混合光垂直照射在一偏振片上，以光的传播方向为轴旋转偏振片时，发现透射光强的最大值为最小值的 7 倍，则入射光中，自然光强 I_0与线偏振光强 I 之比为多少？



$$\frac{\frac{1}{2}I_0 + I}{\frac{1}{2}I_0} = 7 \qquad I_0 = \frac{1}{3}I$$

例、通过偏振片观察混在一起而又不相干的线偏振光和自然光，在透过的光强为最大位置时，再将偏振片从此位置旋转30°角，结果发现光强减少了20%。求自然光与线偏振光的强度之比。

解



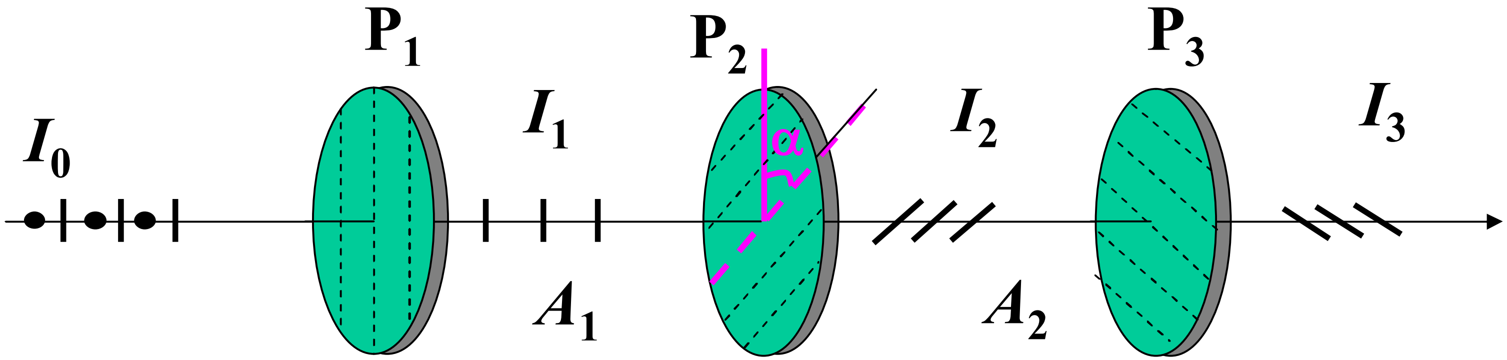
最大光强：　$I_0/2+I_L$

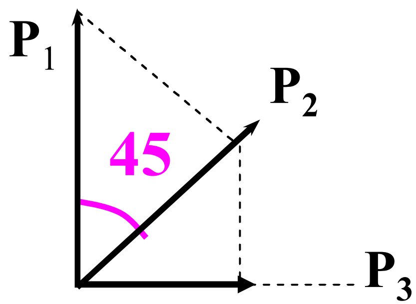
转动后光强：　$I_0/2+I_L\cos^2 30^\circ$

由题意可得　$$\frac{(I_0/2+I_L)-(I_0/2+I_L\cos^2 30^\circ)}{(I_0/2+I_L)}=20\%$$

$$\left(\frac{1}{2}I_0+I_L\right)(1-0.2)=\frac{1}{2}I_0+I_L\cos^2 30^\circ \qquad I_0/I_L=0.5$$

例、两个偏振片平行放置，它们的偏振化方向互相垂直，在中间平行位置放置另一偏振片，其偏振化方向与前两个偏振片的偏振化方向均成45°角。以自然光垂直入射，求最后透射光的强度与自然光的强度的百分比。





解：自然光通过P_1后，$I_1 = (1/2)\,I_0$

$$I_2 = I_1\cos^2 45^\circ$$

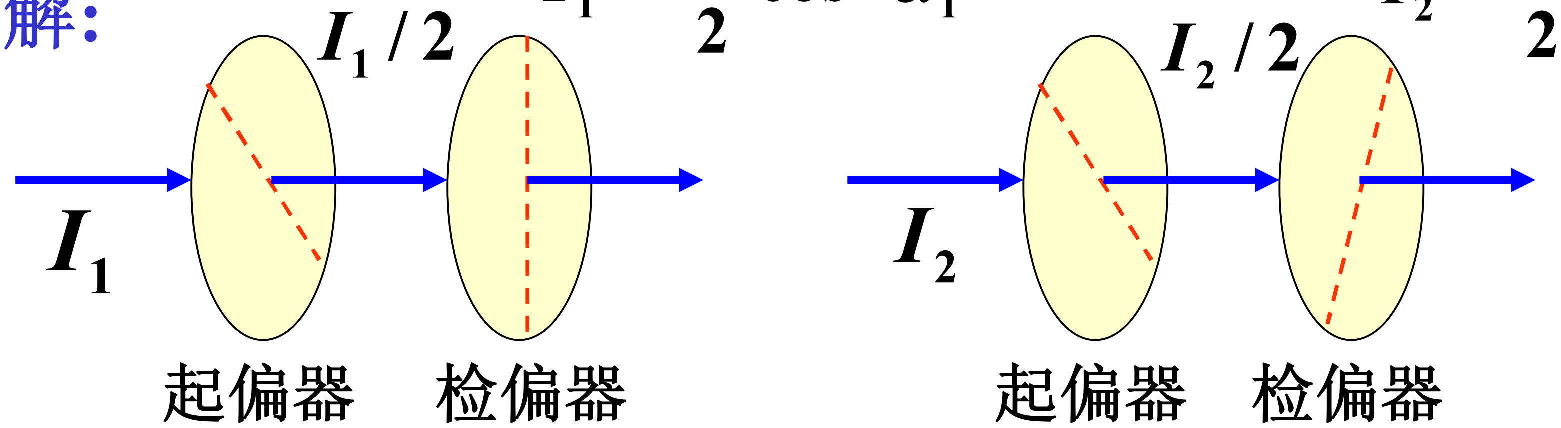
$$I_3 = I_2\cos^2 45^\circ = I_1\cos^2 45^\circ\cos^2 45^\circ = (1/8)\ I_0$$

$$I/I_0 = 1/8 = 12.5\%$$

例、 起偏器和检偏器,在它们的偏振化方向成α_1=30°时，观测一束单色自然光。又在 α_2= 60° 时，观测另一束单色自然光，设两次所得的透射光强度相等，求: 两光束强度之比。

解:

$$I_1' = \frac{I_1}{2}\cos^2\alpha_1 \qquad I_2' = \frac{I_2}{2}\cos^2\alpha_2$$



按题意 $I_1'=I_2'$ 于是 $$\frac{I_1}{2}\cos^2\alpha_1 = \frac{I_2}{2}\cos^2\alpha_2$$

$$\therefore \frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2\alpha_2}{\cos^2\alpha_1} = \frac{\cos^2 60^\circ}{\cos^2 30^\circ} = \frac{1}{3}$$