热 学 习 题 课

2013.05

1.图示的两条曲线分别表示氦、氧两种气体在相同温度T时分子按速率的分布，其中

(1) 曲线 I 表示__________气分子的速率分布曲线；
曲线 II表示__________气分子的速率分布曲线.

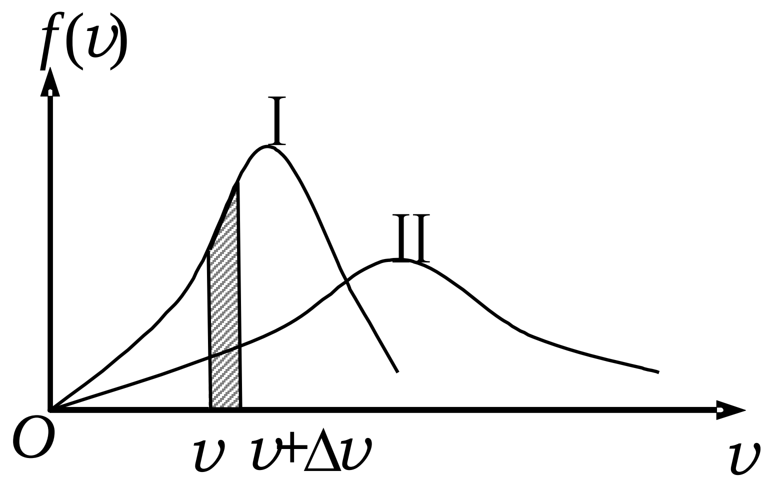
(2) 画有阴影的小长条面积表示_________________.

(3) 分布曲线下所包围的面积表示___________.

答案(1)　I 表示氧气，II表示氦气.

(2)速率在$v \rightarrow v + \mathrm{d}v$ 区间内的分子数占总分子数的百分比.

(3)速率在0→∞ 区间内的分子数占总分子数的百分比(=100%).



2. 用总分子数N、气体分子速率v和速率分布函数$f(v)$ 表示下列各量：

(1) 速率大于v_0的分子数＝________________________；

(2) 速率大于v_0的那些分子的平均速率＝________________；

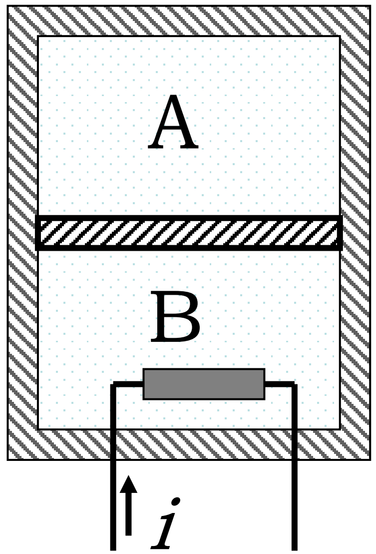
(3)多次观察某一分子的速率，发现其速率大于v_0的概率＝________________。

答案： (1) $\int_{v_0}^{\infty} Nf(v)\,\mathrm{d}v$

(2) $\int_{v_0}^{\infty} vf(v)\,\mathrm{d}v / \int_{v_0}^{\infty} f(v)\,\mathrm{d}v$

(3) $\int_{v_0}^{\infty} f(v)\,\mathrm{d}v$

3.如图，总体积为40L的绝热容器，中间用一隔热板隔开，隔板重量忽略，可以无摩擦的自由升降。A、B两部分各装有1mol的氮气，它们最初的压强是1.013×10^5Pa，隔板停在中间，现在使微小电流通过B中的电阻而缓缓加热，直到A部分气体体积缩小到一半为止，求在这一过程中：(1)B中气体的过程方程，以其体积和温度的关系表示；(2)两部分气体各自的最后温度；(3)B中气体吸收的热量?



解：（1）$p_A V_A^{\gamma} = C = p_{A1} V_{A1}^{\gamma} = 1.013\times10^5 \times 0.02^{1.4} = 4.2\times10^2$

活塞上升过程中，$p_A = p_B$，$V_A = V - V_B = 0.04 - V_B$

B 中气体的过程方程为：$p_B (0.04 - V_B)^{\gamma} = 4.2\times10^2$

$$p_B = \frac{RT_B}{V_B} \qquad T_B (0.04 - V_B)^{\gamma} = 51 V_B$$

（2） $$T_{A2}=T_{A1}\left(\frac{V_{A1}}{V_{A2}}\right)^{\gamma-1}=\frac{p_{A1}V_{A1}}{R}\left(\frac{V_{A1}}{V_{A2}}\right)^{\gamma-1}=322K$$

$$T_{B2}=\frac{51V_{B2}}{(0.04-V_{B2})^{\gamma}}=965K$$

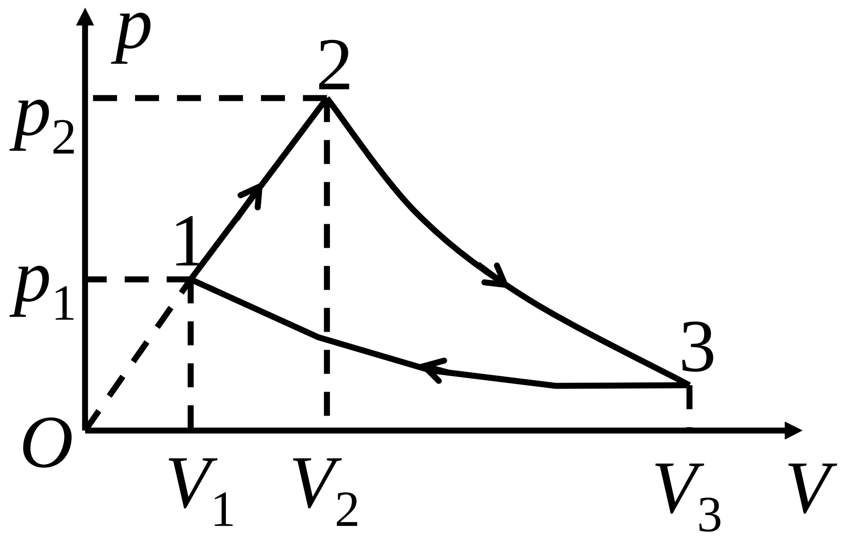
（3） $$Q_B=\Delta E_B+A_B=\frac{i}{2}R\left(T_{B2}-T_{B1}\right)+\int_{V_{B1}}^{V_{B2}}p_B dV_B$$

$$=\frac{i}{2}R\left(T_{B2}-\frac{p_{B1}V_{B1}}{R}\right)+\int_{V_{B1}}^{V_{B2}}\frac{4.2\times10^{2}}{(0.04-V_{B2})^{\gamma}}dV_B$$

$$=1.66\times10^{4}J$$

4. 1mol双原子分子理想气体作如图的可逆循环过程，其中1—2为直线，2—3为绝热线，3—1为等温线。已知 $T_2 = 2T_1$,$V_3 = 8V_1$。试求：(1)各过程的功，内能增量和传递的热量(用T_1和已知常数表示)；(2)此循环的效率η。

解：(1) 1—2任意过程



$$\Delta E_1 = C_V(T_2 - T_1)$$

$$= C_V(2T_1 - T_1) = \frac{5}{2}RT_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

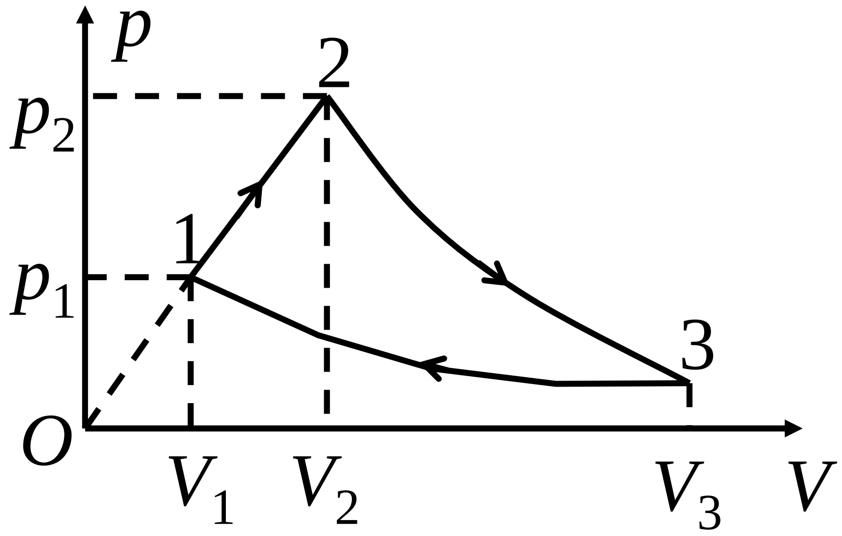
$$= \frac{1}{2}RT_2 - \frac{1}{2}RT_1 = \frac{1}{2}RT_1$$

$$Q_1 = \Delta E_1 + A_1 = \frac{5}{2}RT_1 + \frac{1}{2}RT_1 = 3RT_1$$

2—3绝热膨胀过程

$$\Delta E_2 = C_V(T_3 - T_2)$$

$$= C_V(T_1 - T_2) = -\frac{5}{2}RT_1$$



$$A_2 = -\Delta E_2 = \frac{5}{2}RT_1$$

$$Q_2 = 0$$

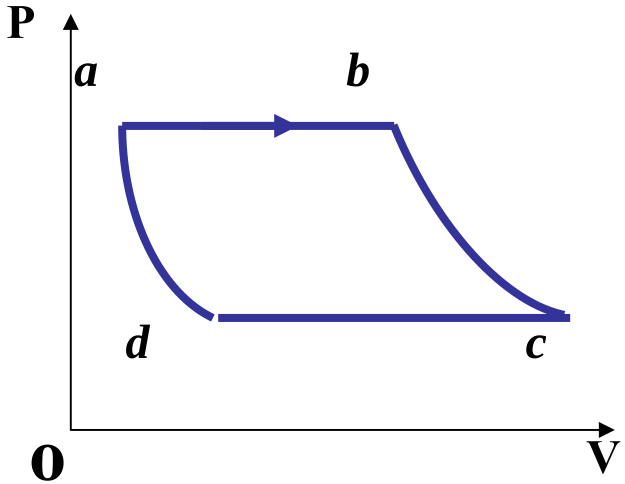
3—1等温压缩过程 $\quad \Delta E_3 = 0$

$$A_3 = -RT_1\ln(V_3/V_1) = -RT_1\ln(8V_1/V_1) = -2.08RT_1$$

$$Q_3 = A_3 = -2.08RT_1$$

(2) $\eta = 1 - |Q_3|/Q_1 = 1 - 2.08RT_1/(3RT_1) = 30.7\%$

5.一热力学系统由2mol单原子与2mol双原子(无振动)理想气体混合而成。该系统经过一如图所示的*abcda*可逆循环过程, 其中 *ab*, *cd*为等压过程, *bc*, *da*为绝热过程, 且T_a=300K, T_b=900K, T_c=450K, T_d=150K, V_a=3m³。求: 1)混合气体的定容和定压摩尔热容; 2)*ab*, *cd*过程系统与外界交换的热量; 3)循环的效率; 4)循环的系统熵变。



解:1)设$\nu_1$mol定容摩尔热容$C_{1V,\mathrm{mol}}$的气体与$\nu_2$mol定容摩尔热容$C_{2V,\mathrm{mol}}$的另一种气体混合,则在等容中气体温度升高dT后吸热为

$$\text{đ}Q=\text{đ}Q_1+\text{đ}Q_2=\nu_1 C_{1V,\mathrm{mol}}\mathrm{d}T+\nu_2 C_{2V,\mathrm{mol}}\mathrm{d}T$$

由定义得(ν_1+ ν_2)mol混合气体的定容摩尔热容为

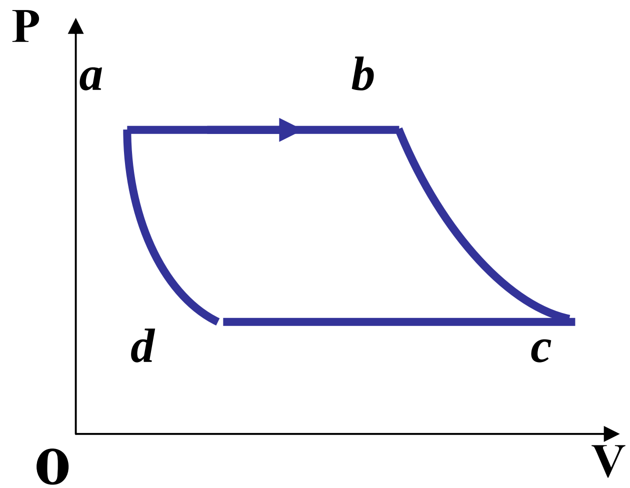
$$C_{V,\mathrm{mol}}=\frac{\text{đ}Q}{(\nu_1+\nu_2)\mathrm{d}T}=\frac{\nu_1 C_{1V,\mathrm{mol}}+\nu_2 C_{2V,\mathrm{mol}}}{\nu_1+\nu_2}$$

同理可得($\nu_1 + \nu_2$)mol混合气体的定压摩尔热容为

$$C_{P,\text{mol}} = \frac{đQ}{(\nu_1+\nu_2)\mathrm{d}T} = \frac{\nu_1 C_{1P,\text{mol}} + \nu_2 C_{2P,\text{mol}}}{\nu_1+\nu_2}$$

$$\therefore C_{V,\text{mol}} = \frac{2\times\frac{3R}{2} + 2\times\frac{5R}{2}}{2+2} = 2R$$

$$\therefore C_{P,\text{mol}} = \frac{2\times\frac{5R}{2} + 2\times\frac{7R}{2}}{2+2} = 3R$$



2)ab为等压吸热过程, 吸收的热量为

$$Q_{ab} = (\nu_1+\nu_2)C_{P,\text{mol}}(T_b - T_a)$$

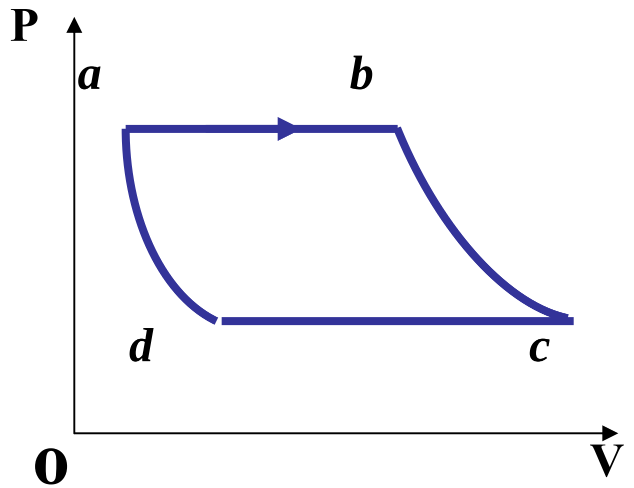
$$= 4\times3\times8.31\times(900-300) = 5.98\times10^4[\mathrm{J}]$$

cd为等压放热过程, 放出的热量为

$$Q_{cd} = 4\times3\times8.31\times(150-450) = -2.99\times10^4[\mathrm{J}]$$

3)循环吸收的热量为$Q_1=Q_{ab}$

循环放出的热量为$Q_2=|Q_{cd}|$



$$\therefore \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{2.99\times10^4}{5.98\times10^4} = 50\%$$

4)ab过程系统的熵变:

$$\Delta S_{ab} = \int_a^b \frac{đQ}{T} = \int_{T_a}^{T_b} \frac{(\nu_1+\nu_2)C_{P,\mathrm{mol}}\mathrm{d}T}{T}$$

$$= (\nu_1+\nu_2)C_{P,\mathrm{mol}} \ln\frac{T_b}{T_a} = 1.10\times10^2 [\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}]$$

cd过程系统的熵变: $\Delta S_{cd} = -1.10\times10^2[\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}]$

bc,da为可逆绝热过程,系统的熵变: $\Delta S_{bc}=0$, $\Delta S_{da}=0$

循环过程的系统熵变:

$$\Delta S_{abcda} = \Delta S_{ab} + \Delta S_{bc} + \Delta S_{cd} + \Delta S_{da} = 0$$