

大数定律: Y_1, Y_2, \dots, Y_n 为一系列随机变量
若 $\exists b, \forall \varepsilon > 0$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|Y_n - b| \geq \varepsilon) = 0 \quad \text{或} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(|Y_n - b| < \varepsilon) = 1$$

则 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 依概率收敛于 b . 记作 $Y_n \xrightarrow{P} b$

辛钦大数定律: X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布 $E(X_i) = \mu$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \mu \right| < \varepsilon \right\} = 1, \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow{P} \mu.$$

贝努里大数定律: $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{ \left| \frac{S_n}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} = 1, \quad \frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} p.$

S_n 为 n 次试验中 A 发生的次数. p 为一次试验中 A 发生次数.

中心极限定理:

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

$$\xi_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \sim N(0, 1).$$

- 可以用 $N(0, 1)$ 近似计算 ξ_n 的概率.
- 可以用 $N(n\mu, n\sigma^2)$ 近似计算 S_n 的概率.