常见离散随机变量:

- 0-1分布 $\sim B(1,p)$

X	0	1
P	p	$1-p$

- 二项分布 $\sim B(n,p)$.

$$P\{X=k\} = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

- 泊松分布 $\sim \pi(\lambda)$

$$P\{X=k\} = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \qquad k=0,1,\cdots$$

- 几何分布.

$$P\{X=k\} = q^{k-1}\cdot p \qquad k=1,2,\cdots$$

分布函数: $F(x) = P\{X \le x\}$. $\qquad -\infty < x < +\infty$

1° $F(x_1) \le F(x_2) \quad (x_1 < x_2)$

2° $0 \le F(x) \le 1$

$F(-\infty) = \lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 0 \qquad F(+\infty) = \lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = 1$

3° $F(x+0) = F(x)$, $F(x)$右连续.

连续型: $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$, $F(x)$为$f(x)$与x轴围成的面积.

$f(x) = F'(x)$, 分布函数必定连续

在$F(x)$导数不存在的点处，可任意规定$f(x)$的值.

常见连续型随机变量:

- 均匀分布 $\sim U(a,b)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a<x<b \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

- 指数分布 $\sim E(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & 其他 \end{cases} \quad 或 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\cdot e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

- 正态分布 $\sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},\quad -\infty<x<\infty$$

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma^2}\sim N(0,1)$$

$$F(x)=\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

3σ-准则：　$P\{|x-\mu|\le\sigma\}=0.6827$

$P\{|x-\mu|\le 2\sigma\}=0.9545$

$P\{|x-\mu|\le 3\sigma\}=0.9973$

几乎全部取值都集中在 $[\mu-3\sigma,\ \mu+3\sigma]$ 内

连续型随机变量函数：　$f(X)$ 为概率密度函数.

$Y=g(X)$，求 $f_Y(y)$？

(1) 求 $Y=g(X)$ 的分布函数 $F_Y(y)$

$$F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{g(X)\le y\}=\int_{g(x)\le y}f_X(x)\,dx$$

(2) 求 $Y=g(x)$ 的概率密度 $f_Y(y)$

$$f_Y(y)=F_Y'(y)$$

或使用定理直接求解.

若 $g(x)$ 单调，即 $g'(x)>0$ 或 $g'(x)<0$ 在 $[a,b]$ 成立

则 $y=g(x)$ 有反函数 $x=h(y)$

$$f_Y(y)=\begin{cases} f_X[h(y)]\cdot h'(y), & \alpha<y<\beta \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$