概念： 根据样本信息，检验关于总体的某个假设是否正确

假设：关于总体分布的某个命题。

检验：根据来自总体的样本，给出判断上述命题准确与否的准则。

理论依据： 实际推断原理

假设检验 $\begin{cases} \text{参数假设检验（总体分布已知）} \\ \text{非参数假设检验（总体分布未知）} \end{cases}$

检验步骤：
1. 建立 H_0（原假设）、H_1（备择假设）。
2. 在 H_0 为真条件下，选择合适统计量，计算拒绝域。
3. 根据样本值计算，作出决策。

两类错误：
(1) H_0 为真，推断结果否定 H_0，弃真，记为 α。
(2) H_0 为假，推断结果接受 H_0，取伪，记为 β。

一般假设检验是控制第一类错误概率不超过 α，
通过加大样本容量减小 β。

一个正态总体： (1) μ 的假设检验，σ^2 已知

$H_0: \mu=\mu_0$， $H_1: \mu\neq\mu_0$

检验统计量 $Z=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

$$W=\left\{(x_1, x_2, \cdots, x_n): |z|=\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq z_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

关于 μ 的检验（σ^2 已知） **Z 检验法**

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量	拒绝域
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$Z=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$\lvert z\rvert\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu\leq\mu_0$	$\mu>\mu_0$		$z\geq z_{\alpha}$
$\mu\geq\mu_0$	$\mu<\mu_0$		$z\leq -z_{\alpha}$

(2) μ 的假设检验，σ^2 未知.

$$H_0: \mu=\mu_0,\quad H_1: \mu\neq\mu_0.$$

检验统计量 $t=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

$$W=\left\{(x_1,x_2,\cdots,x_n): |t|=\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}.$$

关于 μ 的检验（σ^2 未知） **t 检验法**

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量	拒绝域
$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$t=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ $\sim t(n-1)$	$\lvert t\rvert\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\mu\leq\mu_0$	$\mu>\mu_0$		$t\geq t_{\alpha}(n-1)$
$\mu\geq\mu_0$	$\mu<\mu_0$		$t\leq -t_{\alpha}(n-1)$

(3) σ^2 的假设检验，μ 未知

$$H_0: \sigma^2=\sigma_0^2,\quad H_1: \sigma^2\neq\sigma_0^2$$

检验统计量：$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$

$$W=\left\{(x_1,x_2,\cdots,x_n): \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ 或 } \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}\right\}.$$

关于 σ^2 的检验（μ 未知） **χ^2 检验法**

原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量	拒绝域
$\sigma^2=\sigma_0^2$	$\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ $\sim \chi^2(n-1)$	$\chi^2\leq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 或 $\chi^2\geq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
$\sigma^2\leq\sigma_0^2$	$\sigma^2>\sigma_0^2$		$\chi^2\geq\chi^2_{\alpha}(n-1)$
$\sigma^2\geq\sigma_0^2$	$\sigma^2<\sigma_0^2$		$\chi^2\leq\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$

两个正态总体：　(1) $\mu_1-\mu_2$ 的假设检验，σ_1^2 和 σ_2^2 已知.

$$H_0: \mu_1-\mu_2=\delta,\quad H_1: \mu_1-\mu_2\neq\delta$$

检验统计量：$z=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-\delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$

$W=\{\left|\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-\delta}{\cdots}\right|\geq z_{\alpha}\}$

关于均值差 $\mu_1-\mu_2$ 的检验(σ_1^2，σ_2^2 已知)			
原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量	拒绝域
$\mu_1-\mu_2=0$	$\mu_1-\mu_2\neq 0$	$U=\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n}+\dfrac{\sigma_2^2}{m}}}$	$\lvert Z\rvert\geq z_{\frac{\alpha}{2}}$
$\mu_1-\mu_2\geq 0$	$\mu_1-\mu_2<0$		$Z\leq -z_\alpha$
$\mu_1-\mu_2\leq 0$	$\mu_1-\mu_2>0$		$Z\geq z_\alpha$

(2) $\mu_1-\mu_2$ 的假设检验，$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$ 未知

σ_1^2,σ_2^2 未知，$\sigma_1^2=\sigma_2^2$			
原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量	拒绝域
$\mu_1-\mu_2=0$	$\mu_1-\mu_2\neq 0$	$T=\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}}}$ $\sim t(n+m-2)$	$\lvert T\rvert\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n+m-2)$
$\mu_1-\mu_2\geq 0$	$\mu_1-\mu_2<0$		$T\leq -t_\alpha(n+m-2)$
$\mu_1-\mu_2\leq 0$	$\mu_1-\mu_2>0$		$T\geq t_\alpha(n+m-2)$

其中 $S_w=\sqrt{\dfrac{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}{n+m-2}}$

(3) σ_1^2/σ_2^2 的假设检验，

关于方差比 σ_1^2/σ_2^2 的检验，μ_1,μ_2 均未知			
原假设 H_0	备择假设 H_1	检验统计量	拒绝域
$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$	$F=\dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ $\sim F(n-1,m-1)$	$F\leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)$ 或 $F\geq F_{\frac{\alpha}{2}}(n-1,m-1)$
$\sigma_1^2\geq\sigma_2^2$	$\sigma_1^2<\sigma_2^2$		$F\leq F_{1-\alpha}(n-1,m-1)$
$\sigma_1^2\leq\sigma_2^2$	$\sigma_1^2>\sigma_2^2$		$F\geq F_\alpha(n-1,m-1)$

计算第一类错误概率： 第一类错误为弃真

$P(\text{拒绝}H_0 \mid H_0\text{为真})=\alpha.$

计算第二类错误概率： 第二类错误为去伪

$P(\text{接受}H_0 \mid H_0\text{为假})$