课程编号：MTH17037　　　　　　北京理工大学 2016-2017 学年第一学期

2015 级概率与数理统计试题（A 卷）

班级_____________ 学号_____________ 姓名_____________

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

附表：

$F_{0.1}(1,2)=8.53, F_{0.9}(1,2)=0.0202, F_{0.9}(2,1)=0.1173, F_{0.1}(2,1)=49.5$，

$\sqrt{1.2275}=1.1079$，$\sqrt{75.8}=8.7063$，$\sqrt{168.6725}=12.8974$，$\Phi(0.1723)=0.5684$，

$\Phi(0.1155)=0.5460$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.10}(24)=1.3178$, $t_{0.05}(25)=1.7081$,

$t_{0.10}(25)=1.3163$, $\chi^2_{0.1}(24)=33.196$, $\chi^2_{0.05}(24)=36.415$，$\chi^2_{0.9}(24)=15.659$，

$\chi^2_{0.95}(24)=13.848$，$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.35)=0.9115$,

$\Phi(1.45)=0.9265$.

一、（12 分）

有三个口袋，在甲袋中装有 6 只白球和 4 只红球；乙袋中装有 12 只白球和 8 只红球；丙袋中装有 6 只白球和 14 只红球. 随机地选取一个口袋并从中随机地取出一只球.

（1）求取出的球是白球的概率;

（2）若已知取出的球是白球，求它是来自甲袋的概率.

二、（12 分）

1.设离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<2 \\ \dfrac{3}{10}, & 2\le x<3 \\ \dfrac{7}{10}, & 3\le x<4 \\ 1, & x\ge 4 \end{cases}$$

写出 X 的分布律.

2.设随机变量 X~$U(0,1)$. （1）写出 X 的概率密度函数；（2）求 $Y=\ln(X^{-2})$ 的概率密度函数

三、(16 分)

设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}3e^{-(x+3y)}, & x>0, y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1）求边缘概率密度函数 $f_X(x)$，$f_Y(y)$，并判断 X 和 Y 是否相互独立（说明理由）；

（2）求 $Z = X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$；

（3）引入随机变量 $U=\begin{cases}1, & X\le Y\\ 0, & X>Y\end{cases}$，求 U 的分布律.

四、(16 分)

1.设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=0.3\Phi(x)+0.7\Phi(\frac{x-1}{2}), x\in R$，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，求 $E(X)$.

2. 已知随机变量 X 和 Y 都服从 $N(\mu,\sigma^2)$，且其相关系数为 ρ_{XY} $(0<\rho<1)$，令 $Z=aX+bY$, $W=aX-bY$，$a>0,b>0$ 为常数。(1)求随机变量 Z 和 W 的相关系数 ρ_{ZW} ;(2) 当 a,b 取何值时，Z 和 W 不相关？

五、(8 分)

射手打靶得 10 分的概率为 0.5, 得 9 分的概率为 0.3, 得 8 分, 7 分和 6 分的概率分别为 0.1, 0.05 和 0.05, 若此射手进行 100 次独立射击, 至少可以得 930 分的概率是多少

六、(8 分)

设 $X_1,X_2,\dots,X_9$ 为独立同分布的随机变量，均服从 $N(0,\sigma^2)$.

（1）求 $\dfrac{2(X_1+X_2-X_3)^2}{(X_4-X_5+X_6)^2+(X_7+X_8+X_9)^2}$ 的分布.

（2）求常数 c 的值，使得 $P\left(\dfrac{(X_1+X_2-X_3)^2}{(X_4-X_5+X_6)^2+(X_7+X_8+X_9)^2}<c\right)=0.9$

七、(12 分)

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta^2}{x^3}e^{-\frac{\theta}{x}}, & x>0,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中θ为未知参数且大于零，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

（1）求参数θ的矩估计量，并判断该估计量是否是θ的无偏估计;

（2）求参数θ的最大似然估计

八、（16 分）

1. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\mu\in R,\sigma^2>0$ 均未知. 现作独立观察 25 次，经计算得样本均值 $\bar{X}$ 和样本标准差 S 的观测值为 $\bar{x}=950, s=100$.

（1）在显著性水平 $\alpha=0.1$ 下，检验 $H_0:\mu=1000$; $H_1:\mu\neq1000$

（2）在显著性水平 $\alpha=0.1$ 下，检验 $H_0:\sigma^2\le96^2$；$H_1:\sigma^2>96^2$.

2．设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$，其中 $\mu\in R$ 未知. $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 为来自总体 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值.考虑假设检验问题 $H_0:\mu=0$；$H_1:\mu\neq0$，拒绝域为 $W=\{3|\bar{X}|\ge1.96\}$，求检验犯第一类错误的概率和第二类错误的概率(如果得不到具体数值，可用标准正态分布的分布函数 $\Phi(\cdot)$ 表示).