7.1. H. 对于〈G〉 G是一个无向图.

1). 设G有n个顶点 $x_1 \cdots x_n$.

2). 若 $n<3$. 则拒绝..

3) 对 $i=1$ 到 $n-2$.

4) 对 $j=i+1$ 到 $n-1$.

5) 对 $k=j+1$ 到 n.

6) 检查是否三边相连

7). 若是则拒绝

8) 拒绝

7.11. 构造 N. 对于输入〈G, H〉. G H 都是图.

1). 顶点数不同则拒绝.

2). 设 G顶点 $x_1 \cdots x_n$. H顶点 $y_1 \cdots y_n$.

3). 非确定选择 $1 \sim n$ 排列 π.

4) 对 $i=1$ 到 $n-1$

5) 对 $j=i+1$ 到 n.

6) 若 $(x_i x_j) \in E(G)$ 异或 $(y_{\pi(i)} y_{\pi(j)}) \in E(H)$ 为真. 则拒绝

7.) 接受.

若 $O(n^2)$ 内.. N是 ISO 多项式时间非确定判定器

7.21 (1) 构造非确定图灵机 N = "对于〈Φ〉. Φ是布尔公式.

(a). 非确定选择两组不同赋值 s, t.

(b) 若两个赋值 s 下 Φ=1. t 下 Φ=1. 则接受. 否则拒绝.

N是 Double-SAT $\in$ NP.

(2) 证明 SAT 可映射归约到 Double-SAT

对任意 Φ.. 添加 a. 构造 $f(\Phi) = \Phi \wedge (a \vee \neg a)$

f 在多项式时间内计算完成. f是 SAT 到 Double-SAT 归约.

若 Φ. 在 s 和 a=0 下 $f(\Phi)=1$. 从而有两个不同赋值..

s 中去掉 a. 必能使 Φ 可满足. f是 SAT 到 Double-SAT 多项式时间映射归约

7.22. (1). 先证 ~~HA~~ HALF-CLIQUE∈NP.

构造 N. = "对于 <G> G是无向图. 有 m 个顶点.

(a). 非确定地选 $\frac{m}{2}$ 顶点子集

(b). 若 任意两个顶点有边相连. 则接受 否则拒绝

∴ HALF-CLIQUE∈NP

(2). 证. CLIQUE 可以多项式时间归约到 HALF-CLIQUE 构造 $F(\langle G,k\rangle)=G'$.

构造 G'. $\begin{cases} k=\frac{m}{2}. & G=G' \\ k>\frac{m}{2}. & \text{G中增加 } 2k-m. \\ k<\frac{m}{2}. & \text{增加 } m-2k. \text{ 两两相连. 与G中所有顶点相连.} \end{cases}$

F 可以在多项式时间内计算.

G存在k团 $k=\frac{m}{2}$. $G'=G$. $m'=m$. G'存在 $k=\frac{m'}{2}$ 团.

$k<\frac{m}{2}$. $m'=2m-2k$. 存在 $m-k=\frac{m'}{2}$ 团.

$k>\frac{m}{2}$. $m'=2k$. G存在 $k=\frac{m'}{2}$ 团.

所以 HALF-CLIQUE是 NP完全问题