Тема 6 “Понятие о производной”

1. Найти производную выражения:
   a. $(\sin x * \cos x)' = (\sin x)' * \cos x + (\cos x)' * \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$
   b. $(\ln(2x+1)^3)' = \frac{1}{(2x+1)^3} * ((2x+1)^3)' = \frac{6*(2x+1)^2}{(2x+1)^3} = \frac{6}{2x+1}$
   c. $\left(\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}}(\sin^2(\ln x^3))' =$

      $\frac{2}{2\sqrt{\sin^2(\ln \quad ^3)}}\sin(\ln x^3)\,(\sin(\ln x^3))' = \frac{2\sin(\ln \quad ^3)\cos(\ln \quad ^3)}{2\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}}(\ln x^3)' =$

      $\frac{6x^2\sin(\ln \quad ^3)\cos(\ln x^3)}{2x^3\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}} = \frac{3\cos(\ln x^3)}{x}$

      (Не уверен за раскрытие корня, ведь если можно так раскрыть, то смысл первых двух преобразований?)
   d. $\left(\frac{x^4}{\ln x}\right)' = \frac{4x^3\ln x - x^3}{\ln^2 x}$
2. Найти выражение производной функции и ее значение в точке:

$$f(x) = \cos(x^2+3x);\ x_0 = \sqrt{\pi}$$

$$f'(x) = (\cos(x^2+3x))' = -\sin(x^2+3x) * (2x+3)$$

$$f'(x_0) = -\sin\left(\pi + 3\sqrt{\pi}\right) * \left(2\sqrt{\pi}+3\right) = 5.383302410890619$$

3. Найти значение производной функции в точке:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3};\ x_0 = 0$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2-2x-1)*(1+2x+3x^2-4x^3) - (x^3-x^2-x-1)*(2+6x-12x^2)}{(1+2x+3x^2-4x^3)^2}$$

$$= \frac{-x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 4x + 1}{16x^6 - 24x^5 - 7x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 4x + 1}$$

$$f'(0) = \frac{1}{1} = 1$$

4. Найти угол наклона касательной к графику функции в точке:

$$f(x) = \sqrt{3x}\ln x\,;\ x_0 = 1$$

$$f'(x) = \frac{3\ln x}{2\sqrt{3x}} + \frac{\sqrt{3x}}{x} = \frac{3\ln x}{2\sqrt{3x}} + \sqrt{\frac{3}{x}}$$

$$f'(1) = \frac{3\ln 1}{2\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$