

Тема “Введение в математических анализ”

I. Последовательность – это множество, элементы которого пронумерованы.

II.

- 1) Для любого y принадлежащему закрытому отрезку от 0 до 1, знак y – положителен.

Истина.

$$\exists y \in [0; 1]: \operatorname{sgn}(y) = 0$$

- 2) Для любого n принадлежащему множеству натуральных чисел больше 2, существует x, y, z принадлежащие множеству натуральных чисел, так что x в степени n равна сумме y и z под степенями n .

Истина.

$$\exists n \in \mathbb{N} > 2: \forall x, y, z \in \mathbb{N}: x^n \neq y^n + z^n$$

- 3) Для любого x принадлежащего множеству вещественных чисел, существует X принадлежащий множеству вещественных чисел, так что X больше x .

Истина.

$$\exists x \in \mathbb{R} \forall X \in \mathbb{R}: X \leq x$$

- 4) Для любого x принадлежащего множеству комплексных чисел, не существует y принадлежащий множеству комплексных чисел, так что x больше y или x меньше y .

Ложно.

$$\exists x \in \mathbb{C} \exists y \in \mathbb{C}: x \leq y, x \geq y$$

- 5) Для любого y принадлежащего закрытому отрезку от 0 до π пополам, существует ε больше нуля, так что $\sin y$ меньше $\sin y$ плюс ε .

Истина.

$$\exists y \in [0; \frac{\pi}{2}] \forall \varepsilon > 0: \sin y \geq \sin(y + \varepsilon)$$

- 6) Для любого y принадлежащего открытому справа отрезку от 0 до π , существует ε больше нуля, так что $\sin y$ меньше $\sin y$ плюс ε .

Истина.

$$\exists y \in [0; \pi) \forall \varepsilon > 0: \cos y \leq \cos(y + \varepsilon)$$

- 7) Существует x не принадлежащий ни к одному из численных множеств. Истина, если x взять как не численный объект. Например, если брать x – элемент множества всех русских слов.

$$\forall x: x \in \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$$

Тема “Множество”

$$a = \{2, 54, 3, 8, 1\}$$

$$b = \{54, 7\}$$

$$c = \{2, 3, 9\}$$

Выполняю не всё, а только то, что может показать мою осведомлённость в
этом.

Пересечение:

$$a \cap b = \{54\}$$

$$b \cap c = \{\}$$

$$a \cap c = \{2, 3\}$$

Объединение:

$$a \cup b = \{2, 54, 3, 8, 1, 7\}$$

$$b \cup c = \{54, 7, 2, 3, 9\}$$

$$a \cup c = \{2, 54, 3, 8, 1, 9\}$$

Разность:

$$a \setminus b = \{2, 3, 8, 1\}$$

$$b \setminus c = \{\}$$

$$a \setminus c = \{54, 8, 1\}$$

$$b \setminus a = \{7\}$$

$$c \setminus a = \{9\}$$

Симметричная разность:

$$a \Delta b = \{2, 3, 8, 1, 7\}$$

$$b \Delta c = \{54, 7, 2, 3, 9\}$$

$$a \Delta c = \{54, 8, 1, 9\}$$

Декартово произведение:

$$a \times b = \{(8, 54), (3, 7), (1, 7), (54, 7), (8, 7), (54, 54), (2, 54), (3, 54), (2, 7), (1, 54)\}$$

$$b \times c = \{(54, 3), (54, 9), (54, 2), (7, 3), (7, 9), (7, 2)\}$$

$$a \times c = \{(3, 2), (8, 2), (2, 3), (2, 9), (3, 3), (3, 9), (1, 3), (54, 9), (1, 2), (8, 3), (8, 9), (54, 2), (54, 3), (2, 2), (1, 9)\}$$

Тема 3 “Последовательность”

I.

$$1) \quad \{a_n\}_{n=1}^{\infty} = 2^n - n$$

$$2) \quad \{b_n\}_{n=2}^{\infty} = \frac{1}{1-n}$$

$$3) \quad \{c_n\}_{n=1}^{\infty} = -1^n + \sqrt{2n}$$

$$4) \quad \{d_n\}_{n=1}^{\infty} = (-1)^{2n} + \frac{1}{n^2}$$

1) а) Дифференциал этого выражения равен $2^n + \ln(2) - 1$. У этой функции один нуль и находится он в точке $x = -1.7$, следовательно начиная с первого элемента эта последовательность монотонна.

б) Данная последовательность будет ограничена только снизу, так как

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2^n - n) = \infty, \text{ в то время как снизу она ограничивается первым членом}$$

$$a_1 = 1.$$

$$\text{в) } a_5 = 2^5 - 5 = 27$$

2) а) Дифференциал этого выражения равен $\frac{1}{(1-n)^2}$. У этой функции нет нулей, следовательно последовательность будет монотонна.

б) Данная последовательность будет ограничена как снизу, так и сверху. Сверху: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1-n} = 0$, и снизу $b_1 = -1$.

$$в) b_5 = 1 / -5 = -0.2$$

3) а) Член последовательности $(-1)^n$ будет производит отрицательные компоненты на нечетных итерациях, что на малых значениях n будет значительно влиять на значения $\sqrt{2n}$. Таким образом, можно утверждать, что последовательность немонотонна на данном отрезке.

б) Данная последовательность будет ограничена только снизу, так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n} = \infty$, в то время как снизу она ограничивается первым членом $c_1 = \sqrt{2}$.

$$в) c_5 = -1 + \sqrt{2 * 5} = 4.464101615137754.$$

4) а) В отличие от предыдущей, член этой последовательности $(-1)^{2n}$ не будет производит отрицательные компоненты, то есть не будет влиять на монотонность, а производная $\frac{1}{n^2}$, равная $\frac{-2}{n^3}$, только стремится к нулю в

бесконечности. Таким образом, можно утверждать, что последовательность монотонна на данном отрезке.

б) Данная последовательность будет ограничена как снизу, так и сверху. Снизу: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$, и сверху $b_1 = 1$.

в) $c_5 = 1/25$.

II.

$$a_1 = 128, a_{n+1} - a_n = 6$$

Это арифметическая последовательность, шагом которой будет 6, получается $a_{12} = a_1 + 11 * d = 128 + 66 = 194$