

# Aufgabenblatt 8

## Einführung in die Bildverarbeitung

### Aufgabe 1 — Kanten finden mit Sobel und Prewitt

Gegeben sei für diese Aufgabe das Grauwertbild in Abbildung 1. Alle nachfolgenden Teilaufgaben sind händisch durchzuführen.

210	212	10	12	12
211	213	12	216	14
213	214	11	14	11
214	210	15	13	13
213	212	213	11	12
211	214	210	212	14
212	212	211	142	64
214	213	146	62	13
212	141	61	14	12

Abb. 1

1. Wendet die beiden Prewitt-Operatoren auf die farbig markierten Pixel des Bildes an.

**Prewitt-Operatoren:**

-1	0	1	
-1	0	1	
-1	0	1	

-1	-1	-1	
0	0	0	
1	1	1	

Anwendung von (1):

$$\begin{aligned}
 213: & (-1 \cdot 210) + (-1 \cdot 211) + (-1 \cdot 213) + (1 \cdot 10) + (1 \cdot 12) + (1 \cdot 11) = -601 \\
 12: & (-1 \cdot 212) + (-1 \cdot 213) + (-1 \cdot 214) + (1 \cdot 12) + (1 \cdot 216) + (1 \cdot 14) = -397 \\
 214: & (-1 \cdot 211) + (-1 \cdot 213) + (-1 \cdot 214) + (1 \cdot 12) + (1 \cdot 11) + (1 \cdot 15) = -600 \\
 11: & (-1 \cdot 213) + (-1 \cdot 214) + (-1 \cdot 210) + (1 \cdot 216) + (1 \cdot 14) + (1 \cdot 13) = -394 \\
 11: & (-1 \cdot 15) + (-1 \cdot 213) + (-1 \cdot 210) + (1 \cdot 13) + (1 \cdot 12) + (1 \cdot 14) = -399 \\
 210: & (-1 \cdot 212) + (-1 \cdot 214) + (-1 \cdot 212) + (1 \cdot 11) + (1 \cdot 212) + (1 \cdot 142) = -273 \\
 62: & (-1 \cdot 211) + (-1 \cdot 146) + (-1 \cdot 61) + (1 \cdot 64) + (1 \cdot 13) + (1 \cdot 12) = -329
 \end{aligned}$$

Anwendung von (2):

$$\begin{aligned}
 213: & (-1 \cdot 210) + (-1 \cdot 212) + (-1 \cdot 10) + (1 \cdot 213) + (1 \cdot 214) + (1 \cdot 11) = 6 \\
 12: & (-1 \cdot 212) + (-1 \cdot 10) + (-1 \cdot 12) + (1 \cdot 214) + (1 \cdot 11) + (1 \cdot 14) = 5 \\
 214: & (-1 \cdot 211) + (-1 \cdot 12) + (-1 \cdot 213) + (1 \cdot 214) + (1 \cdot 210) + (1 \cdot 15) = 3 \\
 11: & (-1 \cdot 213) + (-1 \cdot 12) + (-1 \cdot 216) + (1 \cdot 210) + (1 \cdot 15) + (1 \cdot 13) = -203 \\
 11: & (-1 \cdot 15) + (-1 \cdot 13) + (-1 \cdot 13) + (1 \cdot 210) + (1 \cdot 212) + (1 \cdot 14) = 395 \\
 210: & (-1 \cdot 212) + (-1 \cdot 213) + (-1 \cdot 11) + (1 \cdot 212) + (1 \cdot 211) + (1 \cdot 142) = 129 \\
 62: & (-1 \cdot 211) + (-1 \cdot 142) + (-1 \cdot 64) + (1 \cdot 61) + (1 \cdot 14) + (1 \cdot 12) = -330
 \end{aligned}$$

- Wendet nun die beiden Sobel-Operatoren auf die farbig markierten Pixel des Bildes an und vergleicht das Ergebnis mit den Ergebnissen der Prewitt-Operatoren. Was verändert sich beim Wechsel von den Prewitt-Operatoren zu den Sobel-Operatoren?

### Sobel-Operatoren:

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-2	-1	1
0	0	0	0
1	2	1	1

### Anwendung von (3):

213:  $(-1 \cdot 210) + (-2 \cdot 211) + (-1 \cdot 213) + (1 \cdot 10) + (2 \cdot 12) + (1 \cdot 11) = -800$   
 12:  $(-1 \cdot 212) + (-2 \cdot 213) + (-1 \cdot 214) + (1 \cdot 12) + (2 \cdot 216) + (1 \cdot 14) = -394$   
 214:  $(-1 \cdot 211) + (-2 \cdot 213) + (-1 \cdot 214) + (1 \cdot 12) + (2 \cdot 11) + (1 \cdot 15) = -862$   
 11:  $(-1 \cdot 213) + (-2 \cdot 214) + (-1 \cdot 210) + (1 \cdot 216) + (2 \cdot 14) + (1 \cdot 13) = -594$   
 11:  $(-1 \cdot 15) + (-2 \cdot 213) + (-1 \cdot 210) + (1 \cdot 13) + (2 \cdot 12) + (1 \cdot 14) = -600$   
 210:  $(-1 \cdot 212) + (-2 \cdot 214) + (-1 \cdot 212) + (1 \cdot 11) + (2 \cdot 212) + (1 \cdot 142) = -264$   
 62:  $(-1 \cdot 211) + (-2 \cdot 146) + (-1 \cdot 61) + (1 \cdot 64) + (2 \cdot 13) + (1 \cdot 12) = -462$

### Anwendung von (4):

213:  $(-1 \cdot 210) + (-2 \cdot 212) + (-1 \cdot 10) + (1 \cdot 213) + (2 \cdot 214) + (1 \cdot 11) = 8$   
 12:  $(-1 \cdot 212) + (-2 \cdot 10) + (-1 \cdot 12) + (1 \cdot 214) + (2 \cdot 11) + (1 \cdot 14) = 6$   
 214:  $(-1 \cdot 211) + (-2 \cdot 12) + (-1 \cdot 213) + (1 \cdot 214) + (2 \cdot 210) + (1 \cdot 15) = 201$   
 11:  $(-1 \cdot 213) + (-2 \cdot 12) + (-1 \cdot 216) + (1 \cdot 210) + (2 \cdot 15) + (1 \cdot 13) = -200$   
 11:  $(-1 \cdot 15) + (-2 \cdot 13) + (-1 \cdot 13) + (1 \cdot 210) + (2 \cdot 212) + (1 \cdot 14) = 594$   
 210:  $(-1 \cdot 212) + (-2 \cdot 213) + (-1 \cdot 11) + (1 \cdot 212) + (2 \cdot 211) + (1 \cdot 142) = 127$   
 62:  $(-1 \cdot 211) + (-2 \cdot 142) + (-1 \cdot 64) + (1 \cdot 61) + (2 \cdot 14) + (1 \cdot 12) = -458$

Beim Verwenden der Sobel-Operatoren ist das Pixel stärker geglättet, da auch die Zahlen größer werden.

- Ermittelt aus den Ergebnissen der Sobel-Operatoren jeweils den Gradienten pro farbig-markiertem Pixel.

$$\begin{aligned} &213: \\ \nabla f &= [(213+2*214+11)-(210+2*212+10), (10+2*12+11)-(210+2*211+213)] \\ &= \nabla f = [8, -800] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &12: \\ \nabla f &= [6, -394] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &214: \\ \nabla f &= [201, -862] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &11: \\ \nabla f &= [-200, -594] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &11: \\ \nabla f &= [594, -600] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &210: \\ \nabla f &= [127, -264] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &62: \\ \nabla f &= [-458, -462] \end{aligned}$$

4. Nutzt nun die Gradienten, um jeweils die Gradientenstärke sowie die Gradientenorientierung (in Grad) jedes farbig markierten Pixels zu ermitteln.

→

The gradient direction (orientation) is given by:

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{g_y(x, y)}{g_x(x, y)} \right]$$

The edge strength is given by the gradient magnitude

$$M(x, y) = \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{g_x^2(x, y) + g_y^2(x, y)}$$

$$\begin{aligned} &213: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{8^2 + 800^2} = 800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &12: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{6^2 + 394^2} = 394 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &214: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{201^2 + 862^2} = 885.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &11: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{200^2 + 594^2} = 626.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &11: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{594^2 + 600^2} = 844.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &210: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{127^2 + 264^2} = 293 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &62: \\ M(x, y) &= \|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{458^2 + 462^2} = 650.5 \end{aligned}$$

$$213: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-800}{8}\right) = -89.4$$

$$12: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-394}{6}\right) = -89.1$$

$$214: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-862}{201}\right) = -76.9$$

$$11: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-594}{-200}\right) = 71.4$$

$$11: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-600}{594}\right) = -45.3$$

$$210: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-264}{127}\right) = -64.3$$

$$62: \\ \alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{-462}{458}\right) = -45.2$$

### Aufgabe 3 — Eigener Kantendetektor

Entwerft einen neuen Satz an Kantendetektoren. Diese Kantendetektoren sollen es ermöglichen, direkt Gradienten in den 8 Himmelsrichtungen einer Kompassrose zu erkennen. Die Himmelsrichtungen sind: Nord, Nordost, Ost, Südost, Süd, Südwest, West und Nordwest. Norden ist dabei im Bild oben, Osten rechts.

1. Gebt die acht 3×3 Operatoren, welche die entsprechend orientierten Gradienten in einem Bild erkennen. Achtet dabei darauf, dass ihr auch eine leichte Glättung einführt, um robuster gegen Rauschen zu sein. Nutzt als Gewichte in euren Operatoren Zahlen aus der folgenden Menge:  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$$\begin{aligned} H_0^K &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & H_1^K &= \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \\ H_2^K &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} & H_3^K &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ H_4^K &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} & H_5^K &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \\ H_6^K &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} & H_7^K &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Die Stelle an der die 2 im Filter liegt, gibt an auf welche Orientierung geprüft werden soll. Die Einsen werden bei den direkten Nachbarn am Rand gesetzt, dann wird es an der Achse gespiegelt. Die restlichen Werte werden auf 0 gesetzt.

2. Auch die Sobel-Operatoren ermöglichen die Erkennung von Kanten, deren Gradienten in Richtungen wie Nordost oder Nordwest orientiert sind. Beschreibt kurz mit Hilfe eines kleinen Beispiels, wie dies funktioniert.

Der Gradient wie in Aufgabe 1 gebildet. Beim Beispiel H4 werden die Stellen bei 2 bzw. -2 genommen und deren benachbarten 1sen. Aus den wird der Gradient gebildet.