# Aufgabenblatt 9
# Einführung in die Bildverarbeitung

## Aufgabe 1 — Kanten mit Laplace-Filter berechnen

Gegeben seien für diese Aufgabe das Grauwertbild in Abbildung

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. Die nachfolgenden Teilaufgaben sind händisch durchzuführen. 1. Wendet den Laplace-Operator

   $$l = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

   auf das Bild in Abbildung 1 an und normiert das Ergebnis auf den Wertebereich −1, . . . , 1. Geht an den Rändern von einem zero-padding aus.

   Wir normieren den Laplace-Operator mit 1/16 und geben zwei Spalten sowie Zeilen, die mit 0en gefüllt sind  zum Bild in Abbildung 1 dazu. Dann wenden wir unseren normierten Operator aufs Bild, welches zero-padding hat, an. Das Ergebnis ist :

   $$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{16} & \frac{-2}{16} & \frac{-2}{16} & \frac{-1}{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{16} & \frac{-3}{16} & \frac{4}{16} & \frac{4}{16} & \frac{-3}{16} & \frac{-1}{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2}{16} & \frac{4}{16} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{4}{16} & \frac{-2}{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{16} & \frac{-3}{16} & \frac{4}{16} & \frac{4}{16} & \frac{-3}{16} & \frac{-1}{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{16} & \frac{-2}{16} & \frac{-2}{16} & \frac{-1}{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Wie könnt ihr aus diesem Ergebnis die Kanten des Bildes bestimmen? Beschreibt dies kurz und markiert in einer Skizze alle Pixel, die so als Kante bestimmt werde

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Kanten sind alle Pixel, die nach der Anwendung von Laplace Operator als Ergebnis 0 haben. (Nullgänge produzieren Kanten)

## Aufgabe 3 — Fourier-Transformierte berechnen

Ermittelt für die diskrete Sequenz

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x = 0, 2 \\ 0 & x = 1, 3 \end{cases}$$

mit der Länge M = 4 die Fourier-Transformierte F(u) für u = 0, 1, 2, 3. Nutzt dazu die eindimensionale Diskrete Fourier-Transformation (DFT). Gebt unbedingt auch den Rechenweg an.

Tipp 1: Nutzt die Eulersche Relation, um eine komplexe Zahl $r \cdot e^{i\phi}$ in die Form $r \cdot (\cos\phi + i \cdot \sin\phi)$ umzurechnen. Dies erleichtert euch die Interpretation.

Tipp 2: Das Ergebnis sollte nur noch Realteile beinhalten.

$$F(u) = \sum_{x=0}^{1} f(x) * e^{-j2\pi ux/2}$$

$$F(u) = 1.3 * e^{-j2\pi u0/2} + 0.2 * e^{-j2\pi u/2}$$

$$F(u) = 1.3 * e^{0} + 0.2 * e^{-j\pi u}$$

$$F(u) = 1.3 + 0.2 * e^{-j\pi u}$$

$$F(u) = 1.3 + 0.2 * (cos(\pi u) - jsin(\pi u))$$

$$F(0) = 1.3 + 0.2 * (cos(0) - jsin(0)) = 1.5$$

$$F(1) = 1.3 + 0.2 * (cos(\pi) - jsin(\pi)) = 1.1$$

$$F(2) = 1.3 + 0.2 * (cos(2\pi) - jsin(2\pi)) = 1.5$$

$$F(3) = 1.3 + 0.2 * (cos(3\pi) - jsin(3\pi)) = 1.1$$

$$\Rightarrow F(u) = (1.5, 1.1, 1.5, 1.1)$$