

## Aufgabenblatt 3

### Einführung in die Bildverarbeitung

#### Aufgabe 2 — Transformationsmatrizen

##### 2.1

a.) Abbildung: hier findet eine Spiegelung und Verschiebung statt

[1,0] -> [-2,2]

[2,2] -> [-3,4]

[4,1] -> [-5,3]

[3,0] -> [-4,2]

**Matrix der Reflection:**

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Matrix der Translation** (Verschiebung hier um -1 in X-Richtung, 2 in Y-Richtung):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Kombinierte Matrix:** Zusammensetzung aus den beiden

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**b.) Abbildung:** hier findet zuerst eine Skalierung, dann eine Schere und eine Translation statt

$[0,0] \rightarrow [1,1]$

$[0,1] \rightarrow [3,3]$

$[1,1] \rightarrow [7,5]$

$[1,0] \rightarrow [5,3]$

**Matrix Scaling:** skaliere 4 in x und 2 in y-Richtung

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Matrix Shear:** vertical 2, horizontal 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Matrix Translation:** in 1 in x- sowie y-Richtung

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Kombinierte Matrix:**

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**c.) Abbildung:**

$[1,2] \rightarrow [0.5, 2.5]$

$[1,3] \rightarrow [1.5, 3.5]$

$[2,3] \rightarrow [2.5, 2.5]$

$[2,2] \rightarrow [1.5, 1.5]$

**Matrix Scaling:** skalieren um 1,5 in X- und Y-Richtung

$$\begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Matrix Rotation:** um 45 Grad

$$\begin{bmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Matrix Translation:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2.5 \\ 0 & 1 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Kombinierte Matrix:** (ca. umgerechnet)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.707 & -2.5 \\ -0.707 & 1 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**2.2)**

- a.) Es findet eine Drehung um ca. 11 Grad statt
- b.) Erst findet eine Rotation von 45 Grad statt und dann eine Translation (Verschiebung) von 0,707 in X-Richtung und 3,536 in Y-Richtung
- c.) Erst findet eine Skalierung bzw. Verkleinerung in Y-Richtung um -4 statt, dann ein Shear horizontal um -8 (zusammengedrückt), und dann eine Verschiebung der Pixel um 3 in X-Richtung und um -2 in Y-Richtung

## Aufgabe 3 — Inverse Abbildung

3.1

3.1

$$\begin{array}{l}
 \text{I} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \text{I} - \text{II} \\
 \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\
 \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad -1 \quad 0 \\
 \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \text{II}^* = \text{II} - \text{III} \\
 \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad -1 \quad 0 \\
 \text{II}^* \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad -1 \\
 \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Inverse Matrix:  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.2

3.2  $\begin{bmatrix} -2 \overbrace{\cos(\pi)}^{-1} & 2 \overbrace{\sin(\pi)}^0 & 2 \\ \overbrace{\sin(\pi)}^0 & \overbrace{-\cos(\pi)}^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{=} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{l}
 \text{I} \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \text{I}^* = \text{I} - 2 \cdot \text{III} \\
 \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\
 \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad -2 \\
 \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\
 \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Inverse Matrix:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

## 3.3

$$\begin{array}{l}
 \text{I} \quad 1 \ 0 \ 2 \mid 1 \ 0 \ 0 \quad \text{I}^* = \text{I} - \text{III} \cdot 2 \\
 \text{II} \quad 2 \ 3 \ 4 \mid 0 \ 1 \ 0 \quad \text{II}^* = \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\
 \text{III} \quad 0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 0 \ -2 \\
 \text{II}^* \quad 0 \ 3 \ 0 \mid -2 \ 1 \ 0 \quad | \text{II}^* / 3 \\
 \text{III} \quad 0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 0 \ -2 \\
 \text{II}^{**} \quad 0 \ 1 \ 0 \mid -2/3 \ 1/3 \ 0 \\
 \text{III} \quad 0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

Inverse Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$