

Aufgabenblatt 3

Einführung in die Bildverarbeitung

Aufgabe 2 — Transformationsmatrizen

2.1

a.) Abbildung: hier findet eine Spiegelung und Verschiebung statt

[1,0] -> [-2,2]

[2,2] -> [-3,4]

[4,1] -> [-5,3]

[3,0] -> [-4,2]

Matrix der Reflection:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix der Translation (Verschiebung hier um -1 in X-Richtung, 2 in Y-Richtung):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kombinierte Matrix: Zusammensetzung aus den beiden

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b.) Abbildung: hier findet zuerst eine Skalierung, dann eine Schere und eine Translation statt

[0,0] -> [1,1]

[0,1] -> [3,3]

[1,1] -> [7,5]

[1,0] -> [5,3]

Matrix Scaling: skaliere 4 in x und 2 in y-Richtung

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix Shear: vertical 2, horizontal 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix Translation: in 1 in x- sowie y-Richtung

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kombinierte Matrix:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c.) Abbildung:

[1,2] -> [0.5, 2.5]

[1,3] -> [1.5, 3.5]

[2,3] -> [2.5, 2.5]

[2,2] -> [1.5, 1.5]

Matrix Scaling: skalieren um 1,5 in X- und Y-Richtung

$$\begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix Rotation: um 45 Grad

$$\begin{bmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix Translation:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2.5 \\ 0 & 1 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kombinierte Matrix: (ca. umgerechnet)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.707 & -2.5 \\ -0.707 & 1 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2)

- a.) Es findet eine Drehung um ca. 11 Grad statt
- b.) Erst findet eine Rotation von 45 Grad statt und dann eine Translation (Verschiebung) von 0,707 in X-Richtung und 3,536 in Y-Richtung
- c.) Erst findet eine Skalierung bzw. Verkleinerung in Y-Richtung um -4 statt, dann ein Shear horizontal um -8 (zusammengedrückt), und dann eine Verschiebung der Pixel um 3 in X-Richtung und um -2 in Y-Richtung

Aufgabe 3 — Inverse Abbildung

3.1

3.1

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \text{I} - \text{II} \\ \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\ \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I}^* \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad -1 \quad 0 \\ \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \text{II}^* = \text{II} - \text{III} \\ \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I}^* \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad -1 \quad 0 \\ \text{II}^* \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad -1 \\ \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Inverse Matrix: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.2

3.2 $\begin{bmatrix} -2 \overbrace{\cos(\pi)}^{-1} & 2 \overbrace{\sin(\pi)}^0 & 2 \\ \overbrace{\sin(\pi)}^0 & \overbrace{-\cos(\pi)}^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{=} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \text{I}^* = \text{I} - 2 \cdot \text{III} \\ \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\ \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{I}^* \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad -2 \\ \text{II} \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\ \text{III} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

Inverse Matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.3

$$\begin{array}{l}
 \text{I} \quad 1 \ 0 \ 2 \mid 1 \ 0 \ 0 \quad \text{I}^* = \text{I} - \text{III} \cdot 2 \\
 \text{II} \quad 2 \ 3 \ 4 \mid 0 \ 1 \ 0 \quad \text{II}^* = \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\
 \text{III} \quad 0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 0 \ -2 \\
 \text{II}^* \quad 0 \ 3 \ 0 \mid -2 \ 1 \ 0 \quad | \text{II}^* / 3 \\
 \text{III} \quad 0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I}^* \quad 1 \ 0 \ 0 \mid 1 \ 0 \ -2 \\
 \text{II}^{**} \quad 0 \ 1 \ 0 \mid -2/3 \ 1/3 \ 0 \\
 \text{III} \quad 0 \ 0 \ 1 \mid 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

Inverse Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$