

$$3.3. \begin{cases} x+y+2z=-1, \\ 2x-y+2z=-4, \\ 4x+y+4z=-2. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} x+2y+4z=31, \\ 5x+y+2z=29, \\ 3x-y+z=10. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 3x+2y+z=5, \\ 2x+3y+z=1, \\ 2x+y+3z=11. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 7x+5y+2z=18, \\ x-y-z=3, \\ x+y+2z=-2 \end{cases}$$

#### 4. ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

##### Задание 1

Вычислить определители тремя способами:

а) по определению;

б) разложить по элементам какой-либо строки (столбца);

в) преобразовать, а затем разложить по элементам строки (столбца) так, чтобы получился один определитель второго порядка.

$$4.1. \begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix} \quad 4.2. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix} \quad 4.3. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.4. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} \quad 4.5. \begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & 5 \end{vmatrix} \quad 4.6. \begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$4.7. \begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix} \quad 4.8. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad 4.9. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 4 \\ -3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$4.10. \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \\ 3 & -2 & 3 \end{vmatrix} \quad 4.11. \begin{vmatrix} 8 & -7 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -10 \end{vmatrix} \quad 4.12. \begin{vmatrix} 4 & -3 & 1 \\ -2 & 6 & -2 \\ 3 & 7 & -5 \end{vmatrix}$$

$$4.13. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 4.14. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix} \quad 4.15. \begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$4.16. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad 4.17. \begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -7 & 10 & 12 \end{vmatrix} \quad 4.18. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 7 \\ -10 & 4 & -1 \\ -11 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$4.19. \begin{vmatrix} -3 & 5 & -4 \\ 2 & 3 & 1 \\ -7 & 2 & -2 \end{vmatrix} \quad 4.20. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad 4.21. \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$



$$\begin{array}{ll}
4.22. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 7 \end{vmatrix} & 4.23. \begin{vmatrix} 9 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} & 4.24. \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \\
4.25. \begin{vmatrix} -1 & 7 & 4 \\ -8 & 4 & 8 \\ 4 & 2 & -4 \end{vmatrix} & 4.26. \begin{vmatrix} -2 & -8 & 1 \\ 3 & 4 & -10 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} & 4.27. \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} \\
4.28. \begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix} & 4.29. \begin{vmatrix} 6 & -3 & 2 \\ 11 & 12 & -4 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} & 4.30. \begin{vmatrix} 2 & 14 & 1 \\ -7 & 11 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} \\
4.31. \begin{vmatrix} 8 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} & 4.32. \begin{vmatrix} 1 & -7 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ -8 & 2 & 3 \end{vmatrix} & 
\end{array}$$

## Задание 2

Вычислить определители четвертого порядка:

$$\begin{array}{lll}
4.33. \begin{vmatrix} 6 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} & 4.34. \begin{vmatrix} 6 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \end{vmatrix} & 4.35. \begin{vmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\
4.36. \begin{vmatrix} 6 & 4 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} & 4.37. \begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} & 4.38. \begin{vmatrix} 4 & 6 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \\
4.39. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \end{vmatrix} & 4.40. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} & \\
4.41. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} & 4.42. \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix} & \\
4.43. \begin{vmatrix} 8 & 7 & 2 & 0 \\ -8 & 2 & 7 & 10 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} & 4.44. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} & \\
4.45. \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & 6 & -2 & 0 \end{vmatrix} & 4.46. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} & 
\end{array}$$

$$4.47. \begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$4.48. \begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4.49. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.50. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4.51. \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$4.52. \begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$4.53. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$4.54. \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$4.55. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$4.56. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4.57. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$4.58. \begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.59. \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.60. \begin{vmatrix} 3 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.61. \begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.62. \begin{vmatrix} -2 & 2 & -2 & -3 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.63. \begin{vmatrix} 5 & 2 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4.64. \begin{vmatrix} -3 & 2 & -2 & -4 \\ -4 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$



### Задание 3

Сформулировать теорему Крамера и решить ее с помощью системы уравнений.

$$4.65. \begin{cases} 2x+3y+5z=10, \\ 3x+7y+4z=3, \\ x+2y+2z=3. \end{cases}$$

$$4.66. \begin{cases} 5x-6y+4z=3, \\ 3x-3y+2z=2, \\ 4x-5y+3z=2. \end{cases}$$

$$4.67. \begin{cases} 4x-3y+2z=-4, \\ 6x-2y+3z=-1, \\ 5x-3y+2z=-3. \end{cases}$$

$$4.68. \begin{cases} 5x+2y+3z=-2, \\ 2x-2y+5z=0, \\ 3x+4y+2z=-10. \end{cases}$$

$$4.69. \begin{cases} x+2y+3z=2, \\ 3x+y+2z=3, \\ 2x+3y+z=1. \end{cases}$$

$$4.70. \begin{cases} 2x+y+2z=1, \\ x+2y+2z=2, \\ 2x+2y+z=1. \end{cases}$$

$$4.71. \begin{cases} x+2y+z=2, \\ 2x+y+z=1, \\ x+y+2z=2. \end{cases}$$

$$4.72. \begin{cases} 2x+2y+3z=3, \\ 4x+5y+6z=7, \\ 7x+8y+9z=13. \end{cases}$$

$$4.73. \begin{cases} x+2y+3z=5, \\ 3x+y+2z=6, \\ 2x+3y+z=1. \end{cases}$$

$$4.74. \begin{cases} x+2y+2z=3, \\ 4x-2y-5z=5, \\ 6x-y+3z=1. \end{cases}$$

$$4.75. \begin{cases} 2x+y+3z=3, \\ 4x+2y+5z=5, \\ 3x+4y+7z=2. \end{cases}$$

$$4.76. \begin{cases} 3x+4y+2z=8, \\ x+5y+2z=5, \\ 2x+3y+4z=3. \end{cases}$$

$$4.77. \begin{cases} x+3y+2z=4, \\ 2x+6y+z=2, \\ 4x+8y-z=2. \end{cases}$$

$$4.78. \begin{cases} x+y+z=4, \\ 2x-3y+4z=-4, \\ 5x-7y+8z=-7. \end{cases}$$

$$4.79. \begin{cases} 2x+y+z=0, \\ 2x-3y+4z=5, \\ 4x-11y+10z=11. \end{cases}$$

$$4.80. \begin{cases} x+y+z=1, \\ 6x+3y+z=-9, \\ 8x-4y+2z=5. \end{cases}$$

$$4.81. \begin{cases} x+y=1, \\ x-2y+z=1, \\ x-2z=2. \end{cases}$$

$$4.82. \begin{cases} 2x-3y+z=2, \\ x+5y-4z=-5, \\ 4x+y-3z=-4. \end{cases}$$

$$4.83. \begin{cases} 2x-4y+3z=1, \\ x-2y+4z=3, \\ 3x-y+5z=2. \end{cases}$$

$$4.84. \begin{cases} 2x-y+z=2, \\ 3x+2y+2z=-2, \\ x-2y+z=1. \end{cases}$$

$$4.85. \begin{cases} x+2y+3z=5, \\ 2x-y-z=1, \\ x+3y+4z=6. \end{cases}$$

$$4.86. \begin{cases} x+y-z=36, \\ x-y+z=13, \\ -x+y+z=7. \end{cases}$$



$$4.87. \begin{cases} x+2y+z=4, \\ 3x-5y+3z=1, \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$$

$$4.88. \begin{cases} 2x-4y+9z=28, \\ 7x+3y-6z=-1, \\ 7x+9y-9z=5. \end{cases}$$

$$4.89. \begin{cases} 2x+y=5, \\ x+3z=16, \\ 5y-z=10. \end{cases}$$

$$4.90. \begin{cases} x+y+z=36, \\ 2x-3z=-17, \\ 6x-5z=7. \end{cases}$$

$$4.91. \begin{cases} 7x+2y+3z=15, \\ 5x-3y+2z=15, \\ 10x-11y+5z=36. \end{cases}$$

$$4.92. \begin{cases} 2x-y+2z=2, \\ 3x+y-z=6, \\ x+2y+2z=7. \end{cases}$$

$$4.93. \begin{cases} x+2y+2z=1, \\ 2x-3y+2z=-8, \\ 4x+y+4z=-2. \end{cases}$$

$$4.94. \begin{cases} 3x+2y+2z=8, \\ 2x+3y+z=1, \\ 2x+2y+3z=9. \end{cases}$$

$$4.95. \begin{cases} -x+2y+4z=25, \\ 5x+y+2z=29, \\ 3x-y+2z=15. \end{cases}$$

$$4.96. \begin{cases} x-y+z=-2, \\ 2x+2y-z=6, \\ 3x-y+2z=-2. \end{cases}$$

### О т в е т ы

1.1. 0. 1.2.  $a^2-b^2$ . 1.3. 0. 1.4. 564. 1.5.  $2a^3$ . 1.6.  $(y-x)(z-x) \times \times (z-y)$ . 1.7.  $\sin^2 \gamma - \sin^2 \beta$ . 1.8. 0. 2.1. 20. 2.2. -2858. 2.3. 12. 2.4.  $(t-z)(t-y)(t-x)(z-y)(z-x)(y-x)$ . 2.5.  $3x^2+9x$ . 2.6. 0. 3.1.  $x=2$ ;  $y=1$ . 3.2.  $x=0$ ;  $y=-2$ . 3.3.  $x=1$ ;  $y=2$ ;  $z=-2$ . 3.4.  $x=2$ ;  $y=-2$ ;  $z=3$ . 3.5.  $x=3$ ;  $y=4$ ;  $z=5$ . 3.6.  $x=y=2$ ;  $z=3$ .

### Список литературы

Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Наука, 1984. — 328 с.  
Гурский Е. И., Ершова В. В. Основы линейной алгебры и аналитическая геометрия. — Минск.: Вышэйш. шк., 1968. — 318 с.  
Линейная алгебра: Метод. указания/Сост. И. Г. Поникаровский, А. М. Абаньшин, А. Н. Танеева; ЛТИ им. Ленсовета. — Л., 1979. — 73 с.