

Экзаменационные вопросы по высшей математике  
для студентов 2 курса 1-3, 5 факультетов,  
3 семестр

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Определение дифференциального уравнения, его порядка, решения. Примеры составления и решения дифференциальных уравнений.
2. Геометрическое (качественное) исследование дифференциальных уравнений 1-го порядка. Общее, частное решения, их геометрический смысл. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения, их геометрический смысл. Особое решение. Решение однородного дифференциального уравнения 1-го порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
5. Определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши, ее геометрическое истолкование для уравнений 2-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод понижения порядка дифференциального уравнения.
7. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Общее и частное решения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения.
8. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений.
9. Линейно независимые решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Определитель Вронского. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.
10. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
11. Неоднородные линейные уравнения  $n$ -го порядка, структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений.
13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.



## РЯДЫ

14. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Критерий Коши для числовых рядов. Необходимое условие сходимости. Остаток сходящегося ряда. Общие свойства сходящихся рядов.
15. Интегральный признак сходимости Коши. Обобщенный гармонический ряд.
16. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
17. Сходимость ряда, сумма ряда, остаток сходящегося ряда. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера.
18. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница.
19. Ряды с членами любого знака. Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
20. Функциональные ряды. Сходимость в точке. Область сходимости. Сумма функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
21. Равномерная сходимость функционального ряда. Теоремы о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда и о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов. Ряд Маклорена для функции  $\arctg x$ .
22. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.
23. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
24. Разложение функции в ряд. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряд Маклорена для функции  $\ln(1+x)$ .
25. Разложение функции в степенной ряд. Единственность разложения. Ряды Маклорена для функций:  $\cos x$ ,  $(1+x)^\alpha$ .
26. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для функций:  $e^x$ ,  $\sin x$ .
27. Ортогональные системы функций. Обобщенный ряд Фурье. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.
28. Ортогональные системы тригонометрических функций. Тригонометрические ряды Фурье для функций, заданных на  $[0, 1]$  и для периодических функций.
29. Тригонометрические ряды Фурье для четных и нечетных функций.
30. Разложение в ряд Фурье по синусам и косинусам функций, заданных на  $[0, 1]$ .