Алгебра отношений

Пусть даны два бинарных отношения, R_1 и R_2. При матричном представлении этих операций на множестве X составляется квадратная матрица, элементы которой имеют значение по формуле:

$$\mathbf{r_{ij}} = \begin{cases} \mathbf{1}, \text{ если } (x_i;x_j)\in R; \\ \mathbf{0}, \text{ если } (x_i;x_j)\notin R. \end{cases}$$

а)

R_1	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	1	0	0	0
x_2	0	1	0	1
x_3	1	0	1	0
x_4	0	1	1	1

б)

R_2	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0	1	1	1
x_2	1	1	0	0
x_3	0	1	1	0
x_4	0	0	0	0

<u>Объединение двух бинарных отношений</u> есть отношение $R=(R_1\cup R_2)$, матрица которого формируется так: $\mathbf{r_{ij}=r_{ij}^{(1)}\vee r_{ij}^{(2)}}$, а именно

0+0=0, 1+0=0+1=1, 1+1=1

в) - пример объединения двух отношений:

$(R_1\cup R_2)$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	1	1	1	1
x_2	1	1	0	1
x_3	1	1	1	0
x_4	1	1	1	1

Перерсечение двух бинарных отношений есть отношение $R=(R_1 \cap R_2)$, матрица которого формируется так: $\mathbf{r_{ij}=r_{ij}^{(1)} \cdot r_{ij}^{(2)}}$, а именно

0•0=0, 1•0=0•1=0, 1•1=1

г) - пример пересечения двух отношений:

$(R_1 \cap R_2)$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0	0	0	0
x_2	0	1	0	0
x_3	0	0	1	0
x_4	0	0	0	0

Разность двух бинарных отношений есть отношение $R=(R_1 \setminus R_2)$, матрица которого формируется по условию:

$$r_{ij}=\begin{cases} \mathbf{1}, \text{ если } r_{ij}^{(1)} \neq r_{ij}^{(2)} \text{ и } r_{ij}^{(1)}=1; \\ \mathbf{0}, \text{ если } r_{ij}^{(1)}=r_{ij}^{(2)} \text{ или } r_{ij}^{(1)}=0. \end{cases}$$

д) - пример разности двух отношений:

$(R_1 \setminus R_2)$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	1	0	0	0
x_2	0	0	0	1
x_3	1	0	0	0
x_4	0	1	1	1

<u>Дополнение отношения</u> может быть найдено в виде разности между отношением заданным на всех элементах множества и данным отношением $\neg R = 1 \backslash R$, матрица которого формируется в виде дополнения для каждого элемента матрицы данного отношения

$$\neg r_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } r_{ij}=0; \\ 0, \text{ если } r_{ij}=1. \end{cases}$$

На рис. е) дан пример дополнения отношения R_1.

е)

$\neg R_1$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	**0**	**1**	**1**	**1**
x_2	**1**	**0**	**1**	**0**
x_3	**0**	**1**	**0**	**1**
x_4	**1**	**0**	**0**	**0**