

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**
для студентов 1 курса 4 факультета (гр. 403-405)
ВЕСНА 2020/2021 уч. г.

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

1. Определенный интеграл Римана. Интегрируемые функции. Теоремы об интегрируемости непрерывной и кусочно-непрерывной функции. Свойства определенных интегралов.
2. Определенный интеграл Римана. Теоремы о среднем.
3. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о его производной. Теорема о существовании первообразной непрерывной функции.
4. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Определенный интеграл Римана. Интегрирование по частям.
6. Определенный интеграл Римана. Замена переменной.
7. Несобственные интегралы 1-го рода (с бесконечными пределами интегрирования). Интегралы вида: $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$; $a > 0, \alpha > 0$.
8. Несобственные интегралы 2-го рода (от неограниченных функций). Интеграл вида: $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$; $\alpha > 0$.
9. Спрямоугольная кривая. Длина дуги кривой. Дифференциал длины дуги.
10. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
11. Вычисление площадей плоских фигур в полярных координатах.
12. Вычисление объемов тел по площадям поперечных сечений и объемов тел вращения.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ
НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

13. Функции n переменных. Предел и непрерывность. Частные производные и их геометрическая интерпретация для $n=2$.
14. Дифференцируемые функции n переменных. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости.
15. Дифференцируемые функции n переменных. Дифференцирование сложной функции.
16. Дифференцируемые функции n переменных. Инвариантность формы полного дифференциала.
17. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Теорема о перестановке порядка дифференцирования (формулировка).

18. Формула Тейлора для функции 2-х переменных (без доказательства). Формула конечных приращений для функции двух переменных. Постоянство функции в области, где $du=0$.
19. Экстремумы функций двух переменных. Необходимые условия существования экстремума. Достаточные условия существования экстремума (формулировка).
20. Неявные функции. Производные от функций, заданных неявно. Якобиан.
21. Производная по направлению. Определение и свойства. Формула для вычисления в декартовых координатах.
22. Градиент. Определение и свойства. Связь с производной по направлению.
23. Геометрическая интерпретация полного дифференциала функции двух переменных.

ИНТЕГРАЛЫ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

24. Понятие меры в R^n , свойства меры. Определение кратных интегралов.
25. Определение двойного интеграла, теорема существования, свойства.
Задача об объеме цилиндрического тела и двойной интеграл.
26. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан, его геометрический смысл.
Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
27. Приложения двойного интеграла.
28. Определение тройного интеграла, теорема существования, свойства.
Задача о массе тела и тройной интеграл.
29. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в криволинейных координатах.
30. Приложения тройного интеграла.
31. Криволинейные интегралы первого рода, теорема существования, свойства. Задача о массе дуги. Вычисление интегралов.
32. Криволинейные интегралы второго рода, теорема существования, свойства. Задача о работе переменной силы на криволинейном пути. Вычисление интегралов.
33. Связь криволинейных интегралов первого и второго рода.
34. Поверхностные интегралы первого рода, теорема существования, свойства, вычисление.
35. Поверхностные интегралы второго рода, теорема существования, свойства, вычисление.
36. Связь поверхностных интегралов первого и второго рода.
37. Вычисление статических моментов и координат центров масс дуг и поверхностей.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

38. Скалярные и векторные поля. Векторные производные. Циркуляция и поток векторного поля, их физический смысл.

39. Формула Грина.

Вычисление площади плоской области с помощью криволинейного интеграла.

40. Формула Остроградского-Гаусса.

41. Дивергенция векторного поля, инвариантное определение дивергенции. Физический смысл дивергенции.

Вычисление объема тела с помощью поверхностного интеграла.

42. Формула Стокса.

Ротор векторного поля. Геометрический и физический смысл ротора.

43. Потенциальные векторные поля, условия потенциальности поля.

Независимость криволинейных интегралов второго рода от пути интегрирования.

44. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.

45. Соленоидальные векторные поля.

46. Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.