Пример. Сформировать двумерный массив n*n указанного вида для произвольного n. Для n=4 формируемый массив имеет вид:

1000

2100

32104321.

Заметим, что каждая строка начинается с элемента, значение которого совпадает с номером строки. Затем оно уменьшается с ростом номера столбца. Все элементы, лежащие выше главной диагонали, равны нулю. Отсюда легко догадаться, что в теле циклов перебора повторяется оператор: a[i,j]:=i-j+1. Для перебора строк и столбцов используем вложенные циклы.

for i:=1 to n do for j:=1 to n do if i<=j then a[i,j]:=i-j+1else a[i,j]:=0.

Варианты заданий

1. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью $n \times m$, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по строкам от последних элементов строки к первым.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется так: элементы, лежащие ниже главной диагонали, являются случайными числами из интервала [-17;36], а лежащие на главной диагонали и выше, являются случайными числами из интервала [100;10000].

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

11	0	0	0	0
7	12	0	0	0
4	8	13	0	0
2	5	9	14	0
1	3	6	10	15

В последнем случае необходимо:

- описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 2. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от последних элементов столбца к первым.

Второй массив, размерностью п х п, заполняется так: элементы, лежащие выше главной диагонали, являются случайными числами из интервала [-4.5;45.675], а лежащие на главной диагонали и ниже, являются случайными числами из интервала [-100;100].

Третий массив, размерностью n x n, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

1 2 6 7 15 3 5 8 14 0 4 9 13 0 0 10 12 0 0 0 11 0 0 0 0

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 3. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от первых элементов столбца к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется так: элементы, лежащие выше побочной диагонали, являются случайными числами из интервала [-12;4565], а лежащие на побочной диагонали и ниже, являются случайными числами из интервала [-1024;1024].

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

0	0	0	0	15
0	0	0	14	10
0	0	13	9	6
0	12	8	5	3
11	7	4	2	1

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных п;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 4. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью $n \times m$, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по строкам от первых элементов строки к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется так: элементы, лежащие выше побочной диагонали, являются случайными числами из интервала [-65;120], а лежащие на побочной диагонали и ниже, являются случайными числами из интервала [-3.5;10.75].

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

11	10	4	3	1
0	12	9	5	2
0	0	13	8	6
0	0	0	14	7
0	0	0	0	15

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 5. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью $n \times m$, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по строкам от первых элементов строки к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется так: элементы, лежащие ниже главной диагонали, являются случайными числами из интервала [-70;150], а лежащие на главной диагонали и выше, являются случайными числами из интервала [17;170].

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

0	0	5	0	0
0	3	29	7	0
2	23	41	31	11
0	19	37	13	0
0	0	17	0	0

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 6. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от первых элементов столбца к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется четырехзначными случайными числами, составленными из четных цифр.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

1 10 11 20 21 2 9 12 19 22 3 8 13 18 23 4 7 14 17 24 5 6 15 16 25

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 7. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от последних элементов столбца к первым.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется четырехзначными случайными числами, составленными из нечетных цифр.

Третий массив, размерностью n x n, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

1 2 3 4 5 10 9 8 7 6 11 12 13 14 15 20 19 18 17 16 21 22 23 24 25

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных п;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 8. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от первых элементов столбца к последним.

Второй массив, размерностью п х п, заполняется трехзначными случайными числами, составленными из возрастающих цифр.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

25 16 15 6 5 24 17 14 7 4 23 18 13 8 3 22 19 12 9 2 21 20 11 10 1

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 9. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по строкам от первых элементов строки к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами так, что четные числа заносятся в элементы массива, которые на шахматной доске были бы черными, а нечетные числа заносятся в элементы, которые на шахматной доске были бы белыми.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

25 24 23 22 21 16 17 18 19 20 15 14 13 12 11 6 7 8 9 10 5 4 3 2 1

В последнем случае необходимо:

- описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 10. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от первых элементов столбца к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами так, что нечетные числа заносятся в элементы массива, которые на шахматной доске были бы черными, а четные числа заносятся в элементы, которые на шахматной доске были бы белыми.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 11. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью $n \times m$, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от последних элементов столбца к первым.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами так, что в каждом столбце получается возрастающая последовательность элементов.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных п;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 12. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью п x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от первых элементов столбца к последним.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами так, что в каждой строке получается возрастающая последовательность элементов.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

2	3	4	5
17	18	19	6
24	25	20	7
23	22	21	8
12	11	10	9
	17 24 23	17 18 24 25 23 22	17 18 19 24 25 20 23 22 21

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 13. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по диагоналям параллельным главной, начиная с левого нижнего угла.

Второй массив, размерностью n x п, заполняется случайными числами так, что в каждой строке получается убывающая последовательность элементов.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

1 16 15 14 13 2 17 24 23 12 3 18 25 22 11 4 19 20 21 10 5 6 7 8 9

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 14. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью $n \times m$, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по диагоналям параллельным главной, начиная с правого верхнего угла.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами так, что в каждом столбце получается убывающая последовательность элементов.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

25 24 23 22 21 10 9 8 7 20 11 2 1 6 19 12 3 4 5 18 13 14 15 16 17

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 15. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по диагоналям параллельным побочной, начиная с правого нижнего угла.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами из интервала [0;1] так, что выше главной диагонали лежат числа большие 0.5, а на главной диагонали и ниже - меньшие или равные 0.5.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

25 10 11 12 13 24 9 2 3 14 23 8 1 4 15 22 7 6 5 16 21 20 19 18 17

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 16. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по диагоналям параллельным побочной, начиная с левого верхнего угла.

Второй массив, размерностью $n \times n$, заполняется случайными числами из интервала [0;1] так, что выше побочной диагонали лежат числа большие 0.5, а на побочной диагонали и ниже - меньшие или равные 0.5.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

1 0 0 0 0 4 2 0 0 0 1 3 3 0 0 2 2 2 4 0 1 1 3 1 5

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 17. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью $n \times m$, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по строкам от последней строки, а внутри строки от последнего столбца.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами из интервала [-1;1] так, что в каждой строке находятся числа одного знака.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

4	1	2	1
2	3	2	1
0	3	2	3
0	0	4	1
0	0	0	5
	2 0 0	2 3 0 3 0 0	2 3 2 0 3 2 0 0 4

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 18. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по строкам от первой строки, а внутри строки от последнего столбца.

Второй массив, размерностью $n \times n$, заполняется случайными числами из интервала [-2;2] так, что в каждом столбце находятся числа одного знака.

Третий массив, размерностью $n \times n$, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

0	0	0	0	1	
0	0	0	2	4	
0	0	3	3	1	
0	4	2	2	2	
5	1	3	1	1	

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных п;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 19. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от первого столбца, а внутри столбца от последней строки.

Второй массив, размерностью п х п, заполняется случайными числами из интервала [-2;20] так, что на главной диагонали находятся двузначные числа.

Третий массив, размерностью n x n, заполняется для произвольного n так

		121			
1	2	1	4	1	
1	2	3	2	0	
3	2	3	0	0	
1	4	0	0	0	
5	0	0	0	0	

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных п;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.
- 20. Напишите программу для заполнения трех двумерных массивов и последующего их вывода.

Первый массив, размерностью n x m, заполняется данными, вводимыми с клавиатуры, так что заполнение ведется по столбцам от последнего столбца, а внутри столбца от последней строки.

Второй массив, размерностью n x n, заполняется случайными числами из интервала [-20;200] так, что на побочной диагонали находятся двузначные числа.

Третий массив, размерностью n x n, заполняется для произвольного n так же, как для n=5.

1	2	1	4	1
1	2	3	2	4
3	2	3	3	1
1	4	2	2	2
5	1	3	1	1

В последнем случае необходимо:

- 1) описать словами построение массива для двух разных n;
- 2) написать программу;
- 3) привести трассировку для n=4.

Контрольные вопросы

- 1. Какие еще способы задания элементов двумерного массива можно предложить?
- 2. Чем отличается обработка двумерного массива от одномерного массива?

26. Лабораторная работа № 22

Работа с двумерными массивами

Цель работы. Научиться работать с двумерными массивами. *Задание.* Выполните индивидуальное задание:

1) приведите три варианта возможных исходных данных и опишите словами процесс получения для них результатов;

- 2) напишите программу;
- 3) постройте тесты для отладки программы.

Варианты задания

- Найдите максимальный из неповторяющихся (встречающихся только один раз) элементов двумерного массива.
- 2. Найдите минимальный из повторяющихся элементов двумерного массива.
- 3. Задан двумерный массив п х п. Разрешается произвольно переставлять элементы внутри любой строки. Проверьте, можно ли выполнив конечное количество перестановок в строках, расположить на главной диагонали элементы так, чтобы они возрастали.
- 4. Задан двумерный массив n x n. Последовательно рассматриваются квадратные подмассивы, левый верхний элемент которых лежит на главной диагонали. В каждом таком подмассиве находится минимальный элемент и путём перестановок строк и столбцов (целиком!) элемент помещается в левый верхний угол своего подмассива. Проверьте, получилась ли на главной диагонали возрастающая последовательность элементов.
- 5. Задана строка из n^2 цифр. Установите можно ли, разбив строку на подстроки длины n, переписать их в строки двумерного массива $n \times n$ по одной цифре в одном элементе, чтобы они в первом столбце расположились в порядке возрастания. В подстроку обязательно входят элементы расположенные рядом.
- 6. Задан двумерный массив n x n. Разрешается произвольно переставлять элементы внутри любого столбца. Проверьте, можно ли выполнив конечное количество перестановок в столбцах, расположить на побочной диагонали элементы так, чтобы они возрастали.
- 7. Задан двумерный массив n x m. Найдите в нем подмассив 3 x 3, сумма элементов которого максимальна. N и m могут быть не кратны трём.
- 8. Задан двумерный массив п х п. Последовательно рассматриваются квадратные подмассивы, правый верхний элемент которых лежит на побочной диагонали. В каждом таком подмассиве находится максимальный элемент и путём перестановок строк и столбцов (целиком!) элемент помещается в правый верхний угол своего подмассива. Проверьте, получилась ли на побочной диагонали убывающая последовательность элементов.
- 9. В городе П. есть m банков. Известны величины задолженностей банков друг другу. Укажите банк с максимальным долгом.
- 10. В двумерном массиве n x n выберите такую диагональ, параллельную главной, сумма элементов которой была бы максимальной.
 - 11. Двумерный массив n*n заполнен 0,1 и 2. Выясните стоят ли в нем два

- 12. Найдите самый короткий путь между максимальным и минимальным элементами двумерного массива, если разрешается двигаться вправо, влево, вверх, вниз и по диагонали.
- 13. В двумерном массиве n x m найдите среднее арифметическое первого столбца и количество элементов в каждом из следующих столбцов, превышающих среднее арифметическое предыдущего столбца.
- 14. Задан одномерный массив, состоящий из п целых чисел. Сформируйте на его основе двумерный массив п х п, так, чтобы сумма элементов в первом столбце была бы равна первому элементу одномерного массива, сумма элементов второго столбца была бы равна второму элементу одномерного массива и т.д. Нули использовать запрещается.
- 15. Задан двумерный массив. Найдите сумму элементов первого столбца без одного последнего элемента, сумму элементов второго столбца без двух последних, сумму третьего столбца без трех последних и т.д. Последний столбец не обрабатывается. Среди найденных сумм найдите максимальную.
- 16. Определите сколько элементов двумерного массива больше любого элемента главной диагонали.
- 17. В двумерном массиве записаны по m оценок n школьников. Укажите номера школьников, средняя оценка которых больше 4.5.
- 18. Задан двумерный массив. Проверьте можно ли переставить элементы каждой строки так, чтобы они расположились в строго возрастающем порядке.
- 19. Заданы два двумерных массива. Выясните можно ли переставить строки первого массива так, чтобы получить второй массив.
- 20. В двумерном массиве содержатся результаты двух голосований п депутатов. При голосовании требовалось ответить "Да" или "Нет". Подсчитайте каких депутатов больше: тех, кто оба раза проголосовал одинаково, или тех, кто изменил свое решение.
- 21. Напишите программу вывода элементов заданного двумерного массива так, чтобы в каждой строке количество выведенных элементов совпадало с соответствующим числом последовательности Фибоначчи. Последняя строка может иметь меньшее количество элементов.
- 22. Задана клетчатая доска n x n. Паук находится в верхнем правом углу. Он может двигаться на одну соседнюю клетку влево или вниз. Напишите программу, указывающую до каких клеток паук может добраться ровно Р разными путями.
- 23. Напишите программу, вычисляющую произведение тех столбцов двумерного массива, у которых первый элемент больше элементов, расположенных на главной и побочной диагонали.
- 24. Из двумерного массива в одномерный переписали сначала строки в произвольном порядке, затем столбцы в произвольном порядке. Напишите программу, восстанавливающую исходный двумерный массив по одномерному, если размерность двумерного массива известна и элементы в нем не повторяются.

25. Напишите программу, проверяющую можно ли в двумерном массиве найти такой столбец, который разбивает массив на два так, что сумма элементов в первом больше суммы элементов во втором. Сам столбец в разбиваемые части не входит. Лишние переборы не допускаются.

Контрольные вопросы

- 1. Укажите тип задачи в соответствии с классификацией приведенной на лекции.
- 2. Укажите задачу (задачи), которые решаются легче, чем Ваша задача.
- 3. Как можно содержимое двумерного массива переписать в одномерный и обратно? Для каких целей можно использовать это преобразование?

27. Лабораторная работа № 23

Работа с двумерными массивами как с матрицами

Цель работы. Научиться работать с двумерными массивами как с матрицами, освоить основные операции преобразования матриц.

Задание. Представьте требуемые преобразования в матричном виде (стандартный вид и однородная матричная запись). Напишите программу для реализации этих преобразований. Напишите программу, которая по заданной матрице инцидентности строит рисунок графа.

В случае затруднений обратитесь к книге А.Гильберт Как работать с матрицами. - М.: Статистика, 1981.

В заданиях А, В, С - исходные матрицы А^т - транспонированная матрица.

Варианты заданий

- 1 2·A-3·B·C
- 2. $A+2\cdot B-3\cdot C^{T}$
- 3. $A^{T}+2\cdot B\cdot C^{T}$
- 4. 2·A-B^T·C
- 5. A-B-C
- 6. A·(B+C)
- 7. A·(B·C)
- 8. (A+B)·C
- 9. A C+B C
- 10. $A^T \cdot B^T$
- 11. $B^T \cdot A \cdot C$
- 12. $(A \cdot B)^T \cdot C$
- 13. Покажите, что умножение матриц не коммутативно.
- 14. Треугольник, заданный координатами вершин, отразите зеркально от биссектрисы 1 и 3 квадрантов.

- 15. Треугольник, заданный координатами вершин, отразите зеркально от оси X.
- 16. Треугольник, заданный координатами вершин, отразите зеркально от биссектрисы 2 и 4 квадрантов.
- 17. Треугольник, заданный координатами вершин, отразите зеркально от оси Y.
- 18. Треугольник, заданный координатами вершин, отразите зеркально от начала координат.
 - 19. Заданный отрезок перенесите на заданный вектор.
- 20. Растяните треугольник, заданный координатами вершин, с коэффициентом k.
- 21. Поверните треугольник, заданный координатами вершин, на указанный угол.
- 22. Сдвиньте треугольник, заданный координатами вершин, параллельно оси X.
- 23. Сдвиньте треугольник, заданный координатами вершин, параллельно оси Y.
 - 24. Заданный отрезок зеркально отразите от оси У.
 - 25. Заданный отрезок пропорционально растяните с коэффициентом 2.

Контрольные вопросы

- 1. Как выполняются операции сложения и вычитания матриц, умножение матрицы на действительное число, транспонирование матриц, умножение матриц?
- 2. Как осуществляется матричное представление простых геометрических преобразований плоскости: перенос, зеркальное отражение, растяжение, сдвиг, поворот?
- 3. Как с помощью матрицы можно задать граф?
- 4. Укажите задачи, которые решаются сложнее, чем Ваша.

28. Лабораторная работа № 24

Процедуры и функции

Цель работы. Научиться работать с процедурами и функциями.

Задание. Напишите указанные процедуры и/или функции. Затем напишите программу, которая выполняет некоторую работу с помощью разработанных процедур и функций.

Варианты заданий

1. Разработайте функцию, вычисляющую длину стороны по координатам двух точек. Разработайте процедуру, вычисляющую площадь треугольника,