1.5. Нормализиране на резултатите. Дефузификация.

Дефузизацията означава преобразуване на размитите множества и величини до получаване на ясни, конкретни такива за прилагането им в практиката. Генерираните размити резултати не могат да се използват като такива за приложенията, поради което е необходимо да се преобразуват размитите количества в ясни количества за по-нататъшна обработка. Това може да се постигне чрез използване на процес на дефузификация. Дефузификацията има способността да редуцира размитото до ясно еднократно количество или като набор, или да го преобразува във формата, в която присъства размитото количество. Дефузификацията може също да се нарече метод на „закръгляване“. Дефузификацията намалява събирането на стойности на функцията за членство(принадлежност) до едно количествено класифициращо средство.

Ще разгледаме различните методи за получаване на дефузифицирани (реални) стойности.

Ламбда участъци за размити множества (Fuzzy Sets)

Да разгледаме размит набор A, тогава ламбда наборът може да бъде означен с A_λ, където

λ варира между 0 и 1 ($0 < \lambda < 1$).

Комплектът A_λ ще бъде реална величина. Този ясен набор се нарича ламбда набор от размития набор A, където:

$$A_\lambda = \left\{ x / \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \geq \lambda \right\}$$

т.е. стойността на набора ламбда разрези е x, когато стойността на принадлежност, съответстваща на x, е по-голяма или равна на определеното λ. Този набор ламбда разрези може също да се нарече набор алфа разрези. Наборът за изрязване A_λ няма граница, защото е извлечен от родителския размит набор A. Тъй като ламбда λ варира в интервала [0, 1], размитият набор A може да бъде трансформиран в безкраен брой набори за изрязване на A.

Свойства на комплектите за ламбда изрязване:

Има четири свойства на наборите за ламбда изрязване, те са:

(1) $\left(\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}\right)_\lambda = A_\lambda \cup B_\lambda$

(2) $\left(\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}\right)_\lambda = A_\lambda \cap B_\lambda$

(3) $\left(\overline{\underset{\sim}{A}}\right)_\lambda \neq \left(\overline{A_\lambda}\right)$, с изключение на стойност A = 0,5

(4) За всяко $\lambda \leq \alpha$, където α е стойност между 0 и 1, е в сила $A_\alpha \subseteq A_\lambda$, където A0 граничи с безкрайност.

От свойствата се разбира, че стандартният набор от операции или размити набори е подобен на стандартните операции на набора върху набори с ламбда изрязване.

Ламбда съкращения за размити отношения

Процедурата за ламбда изрязване за релации е подобна на тази за наборите от ламбда изрязване. Като се има предвид размита връзка R, в която част от релационната матрица представлява размито множество. Една размита релация може да бъде преобразувана в ясна релация чрез зависимост от ламбда релацията на размитата релация като:

$$R_\lambda = \{x, y / \mu_R(x, y) \geq \lambda\}$$

Свойства на ламбда съотношенията:

Релациите ламбда срез отговарят на някои от свойствата, подобни на наборите с ламбда срез

$$\left(\underset{\sim}{R} \cup \underset{\sim}{S}\right)_\lambda = R_\lambda \cup S_\lambda$$

$$\left(\underset{\sim}{R} \cap \underset{\sim}{S}\right)_\lambda = R_\lambda \cap S_\lambda$$

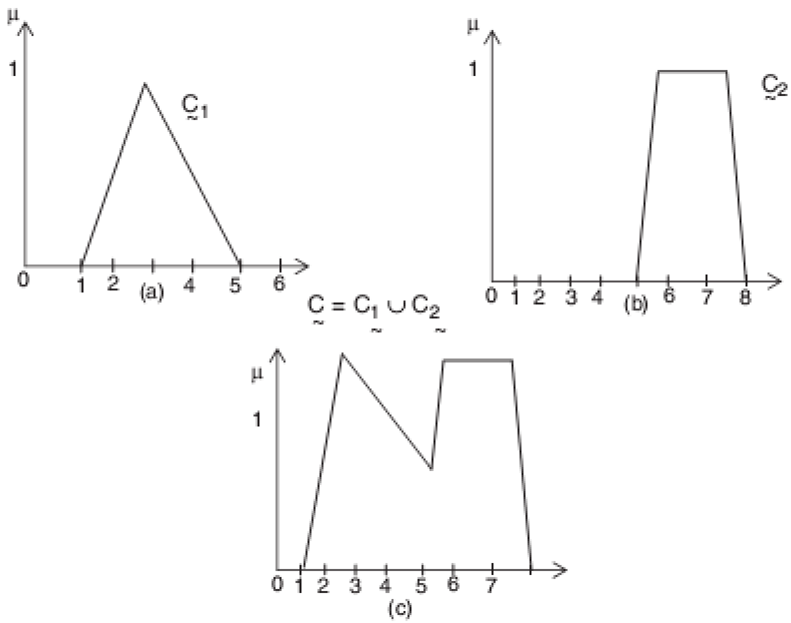
$$\left(\overline{\underset{\sim}{R}}\right)_\lambda \neq \left(\overline{R}_\lambda\right)$$

За $\lambda < \alpha$, където α е между 0 и 1, тогава $R_\alpha \subseteq R_\lambda$.

Методи за дефузизация

Освен наборите и релациите с ламбда изрязване, които преобразуват размитите множества или релации в ясни множества или релации, има и други различни методи за дефузификация, използвани за преобразуване на размитите величини в ясни величини.

Изходът на цял размит процес може да бъде обединение на две или повече размити функции на членство. За да обясним това в детайли, помислете за размит изход, който се формира от две части, едната част е с триъгълна форма (фиг. 1a), а другата част е трапецовидна (фиг. 1b). Обединението на тези две форми (фиг. 1c) е външната обвивка на двете форми.



Фиг. 1. Типичен размит изход.

Най-общо това може да се сведе до:

$$\underset{r}{C_n} = \sum^{n} \underset{r}{C_i} = \underset{\sim}{C}$$

Има седем метода, използвани за дефузизиране на размитите изходни функции. Те са:

(1) Принцип на максимално членство,

(2) Метод на центроида,

(3) Метод на среднопретеглената стойност,

--- www.eufunds.bg ---
Проект BG05M2OP001-2.016-0003,,Модернизация на Национален военен университет "В. Левски" - гр. Велико Търново и Софийски университет "Св. Климент Охридски" - гр. София, в професионално направление 5.3 Компютърна и комуникационна техника", финансиран от Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж", съфинансирана от Европейския съюз чрез Европейските структурни и инвестиционни фондове.

(4) Средно-максимално членство,

(5) Център на сумите,

(6) Център на най-голямата площ и

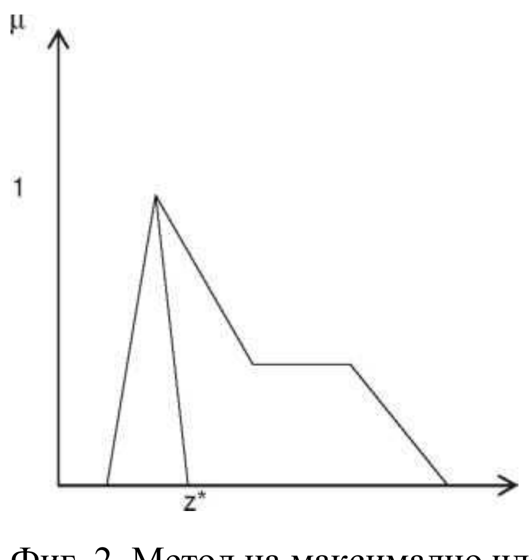
(7) Първият от максимумите или последният от максимумите

(1) Принцип на максималното членство

Този метод е даден от израза,

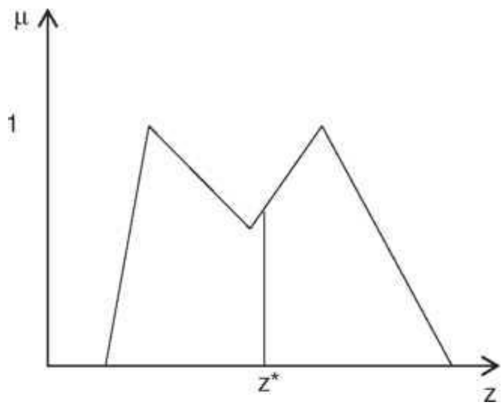
$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z^*) \geq \mu_{\underset{\sim}{C}}(z)$, за всяко $z \in z$.

Този метод се нарича още метод на височина. Това е показано на фиг. 2



Фиг. 2. Метод на максимално членство

Проект BG05M2OP001-2.016-0003,,Модернизация на Национален военен университет "В. Левски" - гр. Велико Търново и Софийски университет "Св. Климент Охридски" - гр. София, в професионално направление 5.3 Компютърна и комуникационна техника", финансиран от Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж", съфинансирана от Европейския съюз чрез Европейските структурни и инвестиционни фондове.



Фиг. 3. Метод на центроида

(2) Метод на центроида

Това е най-широко използваният метод. Това може да се нарече метод на центъра на тежестта или центъра на площта. Може да се определи с алгебричния израз:

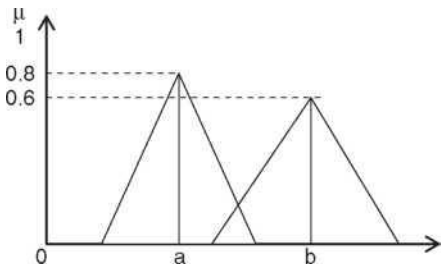
$$z^* = \int \frac{\mu_{\underset{\sim}{C}}(z)\, z\,\mathrm{d}z}{\mu_{\underset{\sim}{C}}(z)\,\mathrm{d}z}$$

Използва се алгебрична интеграция. Фигура 3 представя този метод графично

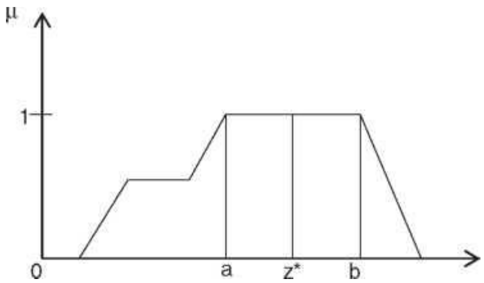
(3) Метод на среднопретеглената стойност

Този метод не може да се използва за асиметрични изходни членски функции, може да се използва само за симетрични изходни членски функции. Претеглянето на всяка функция на членство в получения изход чрез нейната най-голяма стойност на членство формира този метод. Изразът за оценка за този метод е

Проект BG05M2OP001-2.016-0003,,Модернизация на Национален военен университет "В. Левски" - гр. Велико Търново и Софийски университет "Св. Климент Охридски" - гр. София, в професионално направление 5.3 Компютърна и комуникационна техника", финансиран от Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж", съфинансирана от Европейския съюз чрез Европейските структурни и инвестиционни фондове.



Фиг. 4. Метод на среднопретеглената стойност



Фиг. 5. Средно-максимално членство

$$z^* = \frac{\sum \mu_{\underset{\sim}{C}}(\bar{z})\ \bar{z}}{\sum \mu_{\underset{\sim}{C}}(\bar{z})}$$

Използва се алгебрична сума.

От фиг.4.

$$z^* = \frac{a\,(0.8) + b\,(0.6)}{0.8 + 0.6}$$

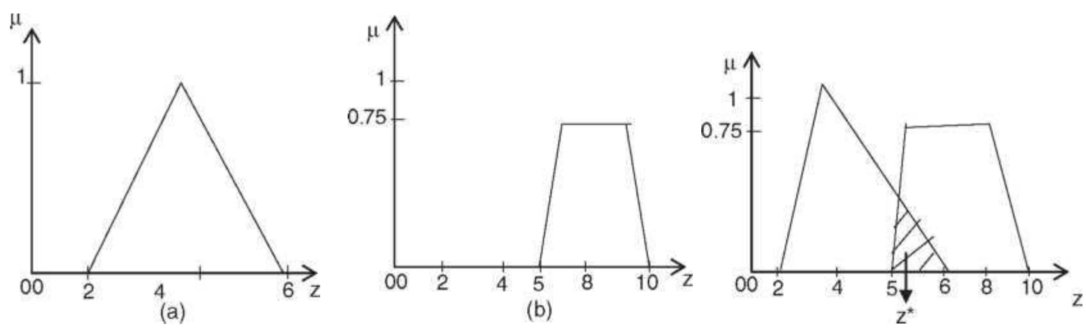
Средно-максимално членство

Този метод е свързан с принципа на максималното членство, но не е необходимо настоящето на максималното членство да е уникално, т.е. не е необходимо максималното членство да е една точка, то може да бъде диапазон. Този метод се нарича още метод на средата на максимума, като изразът е даден

$$z^* = \frac{a + b}{2}$$

Център на сумите

Той включва алгебричната сума на отделните изходни размити множества, да речем с1 и с2 вместо обединение. При този метод се отбелязва, че пресичащите се области се добавят два пъти.



Фиг. 6. (a) Първо членство, (b) второ членство и (c) стъпка на дефузификация

Този метод е подобен на метода на претеглената средна стойност, но в центъра на сумите теглата са областите на съответните функции на членство, докато в метода на среднопретеглената стойност теглата са индивидуални стойности на принадлежност.

Дефузифицираната стойност z* е дадена като

-- www.eufunds.bg --
Проект BG05M2OP001-2.016-0003,,Модернизация на Национален военен университет "В. Левски" - гр. Велико Търново и Софийски университет "Св. Климент Охридски" - гр. София, в професионално направление 5.3 Компютърна и комуникационна техника“, финансиран от Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж“, съфинансирана от Европейския съюз чрез Европейските структурни и инвестиционни фондове.

$$z^* = \frac{\int_2 z \sum_{k=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{C_k}}(\underset{\sim}{z})\,\mathrm{d}z}{\int_2 z \sum_{k=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{C_k}}(\underset{\sim}{z})\,\mathrm{d}\underset{\sim}{z}}$$

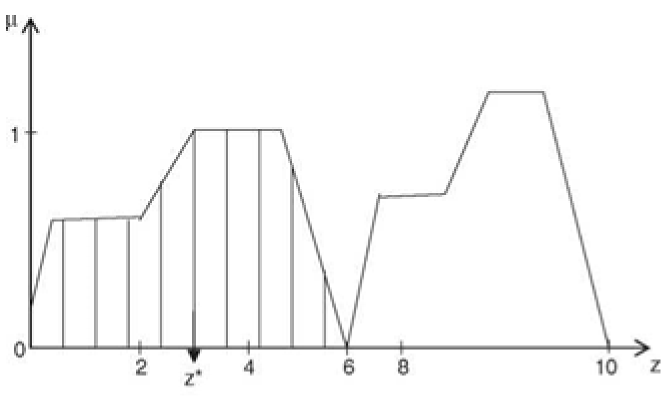
Фигура 6 представя метода на центъра на сумите.

(*6) Център на най-голямата площ*

Ако размитото множество има две изпъкнали подобласти, тогава цялата гравитация на изпъкналата подобласт с най-голяма площ може да се използва за изчисляване на стойността на дефузификацията. Уравнението е дадено като

$$z^* = \frac{\int \mu_{\underset{\sim}{c_m}}(\underset{\sim}{z})\,\underset{\sim}{z}\,\mathrm{d}z}{\int \mu_{\underset{\sim}{c_m}}(\underset{\sim}{z})\,\mathrm{d}z}$$

където C_m е изпъкналата област с най-голяма площ. Стойността z* е същата като стойността z*, получена чрез метода на центроида. Това може да се направи дори за неизпъкнали области.



Фиг. 7. Център на най-голямата зона

Фигура 7 представлява метода на центъра на най-голямата площ

Проект BG05M2OP001-2.016-0003,,Модернизация на Национален военен университет "В. Левски" - гр. Велико Търново и Софийски университет "Св. Климент Охридски" - гр. София, в професионално направление 5.3 Компютърна и комуникационна техника", финансиран от Оперативна програма ,,Наука и образование за интелигентен растеж", съфинансирана от Европейския съюз чрез Европейските структурни и инвестиционни фондове.

(7) Първият от максимумите или последният от максимумите

Тук се използва изчислителният изход на всички отделни изходни размити набори C_k, за да се определи най-малката стойност с максимална степен на членство в C_k.

Нека най-голямата височина в обединението е представена от hgt (C_k), тогава тя се намира от:

$$hgt\left(\underset{\sim}{c_k}\right) = \sup_{z\in\bar{z}} \mu_{\underset{\sim}{c_k}}(\bar{z})$$

Първият от максимумите се намира от :

$$z^* = \inf_{z\in\bar{z}}\left\{z \in \bar{z} / \mu_{\underset{\sim}{c_k}}(\bar{z}) = hgt\left(\underset{\sim}{c_k}\right)\right\}$$

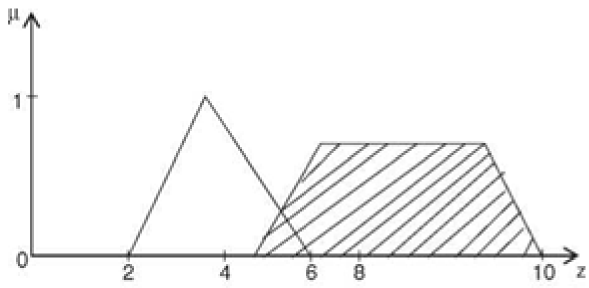
Послeният от максимумите се намира от

$$z^* = \sup_{z\in\bar{z}}\left\{z \in \bar{z} / \mu_{\underset{\sim}{c_k}}(\bar{z}) = hgt\left(\underset{\sim}{c_k}\right)\right\}$$

Inf обозначава infirm (най-голяма долна граница), а sup обозначава supremum (най-малка горна граница). Този метод е показан на фиг. 8.

-- www.eufunds.bg --

Проект BG05M2OP001-2.016-0003,,Модернизация на Национален военен университет "В. Левски" - гр. Велико Търново и Софийски университет "Св. Климент Охридски" - гр. София, в професионално направление 5.3 Компютърна и комуникационна техника“, финансиран от Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж“, съфинансирана от Европейския съюз чрез Европейските структурни и инвестиционни фондове.



Фиг. 8. Първият и последният от максимумите.

При системите с размита логика дефузификацията е естествен и необходим процес. Тъй като резултатът на никоя практическа система не може да бъде даден с помощта на лингвистични променливи като „умерено висок“, „среден“, „много положителен“ и т.н., той трябва да бъде даден само в отчетливи количества. По този начин тези ясни количества се получават от размитите количества, като се използват различните методи за дефузификация, обсъдени в тази лекция.