函数、极限和连续

1、对收敛性及极限性质的考查

夹逼定律，若恒y<=x<=z，且y,z极限为a,则x极限为a。

单调有界收敛定理，单调递增，有上界的数列必有极限。

2、无穷小量的比较

高阶无穷小量，低阶无穷小量

3、极限的计算

四则运算法则、等价无穷小替换、洛必达法则

两个重要极限：x/sin x；log(1+x)^1/x，变换

利用定积分的定义计算和式

利用单调有界收敛原理计算数列，求解数列极限使等式两侧相等。

3、渐近线

垂直渐近线，x = a时存在极限

水平渐进线，x = 无穷时存在极限

斜渐近线，f(x)/x 存在极限， k = f(x)/x , b = f(x) – kx

一元函数微分学

1、对导数与微分概念的考查

导数定义, f(x+delta) – f(x) / delta(x) ，左导数，右导数

微分：当自变量x在x0处有增量delta(x)，如果因变量y的增量delta(y)可以表示为， delta(y) = Adelta(x)+o(deltax)，称f(x)在x0处可微。

可导一定连续，连续不一定可导。

2、导数的计算

导数和微分的四则运算

复合函数求导：链式法则

反函数求导法则，隐函数求导

参数方程求导

高阶导数的莱布尼茨公式

变上限积分求导

3、切线和法线

切线方程：y = f’(x0)(x-x0) + f(x0)

法线方程：y = -1/f’(x0) (x – x0) + f(x0)

4、单调性和凹凸性

单调性定理：f’(x) > 0 单调递增；f’(x) < 0 单调递减

凹凸性定理：f’’(x) > 0 凹函数, f’’(x) < 0 凸函数

5、极值和拐点

极值点：定义判别。

f’ (x) = 0, f’’(x) > 0极小值，f’’(x) <0 极大值。

拐点：f’’(x) = 0且f’’(x) 两侧二阶导数不一样。函数凹凸之界。

6、函数性质的讨论

奇偶性、周期性、单调性。

一元函数积分学

1、不定积分的计算

中值定理

向量代数和空间解析几何

多元函数微分学

1、多元函数微分学的概念

二重极限、二元函数的连续性、二元函数的偏导数

全微分：delta(z) = A delta(x) + B delta(y)

可微意味着该点连续且两个偏导数均存在。

一元函数中可微和可导是等价的，且可导必连续。二元函数中，可导（偏导数存在）不一定连续，也不一定可微。但可微一定连续，可导。

两个偏导数均存在也不一定连续。

如果函数z = f (x,y)的偏导数在点(x,y)连续，则函数在该点可微。

2、偏导数的计算

复合求导，隐函数求导

3、方向导数和梯度

方向导数：f’x(x0, y0, z0) cos a + f’y (x0, y0, z0) cos b + f’z (x0, y0, z0) cos r

Cos 为方向向量的方向余弦。方向导数最大的方向为梯度方向。

梯度：(f’x (x0, y0, z0), f’y (x0, y0, z0))

散度：div A = Px + Qy + Rz

4、极值

无条件极值：若该点有极值，则对f’x, f’y 在(x0, y0)值均为0；

F’’xx = A, f’’xy = B, f’’yy = C;

若AC – B^2 > 0, 函数z = f(x,y)存在极值，且A>0存在极小值，A<0存在极大值；

AC – B^2 < 0 则在（x0, y0）不存在极值。

等式条件极值和拉格朗日常数法

拉格朗函数 L = f(x,y) + Ag(x,y)

g (xy) = 0; f’(x,y) + A g’(x,y) = 0

方程实际是找三元函数的驻点。

多元函数积分学

微分方程

级数

1、收敛性的判别

正项级数的收敛性：比较判敛法

比值判敛法

根值判敛法

交错级数的莱布尼茨判别：(-1)^n un 满足

U n >= u n+1， un = 0(n趋于无穷)，则交错级数收敛。

2、幂级数的收敛半径和收敛域

收敛半径：un+1 / un = 1/R，

An (x – a)^n

**收敛区间**只考虑开区间(a – R, a + R)

**收敛域**考虑区间的开闭。

3、幂级数的展开

值得注意的是级数从n=1开始到正无穷。

泰勒级数

逐项求导和逐项积分原理。可以在幂级数两侧同时求导或求积分

4、幂级数求和

5、傅里叶级数