
ECUACIONES DE ESTADO DE ESTRELLAS DE NEUTRONES MEDIANTE LA TEORÍA RELATIVISTA DE CAMPO MEDIO

Nicolas Mantilla Molina

Trabajo de grado para optar por el título de:

Físico

Directora:

Laura Marcela Becerra Bayona, PhD

Co-directores:

José Fernando Rodríguez Ruiz, PhD

Luis Alberto Núñez de Villavicencio, PhD

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2025

Dedicatoria

Cuerpo de la dedicatoria

Agradecimientos

Cuerpo de los agradecimientos

Tabla de contenido

Lista de figuras	5
1. Introducción	7
2. Macrofísica: Objetos Compactos	9
2.1. Relatividad General	9
2.1.1. Principios Fundamentales	10
2.1.2. Geometría del Espacio-Tiempo	10
2.1.3. Ecuaciones de Campo de Einstein	11
2.2. Solución General Esférica	12
2.2.1. Geometría Esféricamente Simétrica	12
2.2.2. Casos Particulares	14
2.2.3. Condiciones de Regularidad	14
2.3. Ecuaciones de Estructura	14
2.3.1. Configuración Interior	15
2.3.2. Ecuación de Tolman-Oppenheimer-Volkoff	16
2.3.3. Sistema de Ecuaciones de Estructura	16
2.4. Observaciones de Estrellas de Neutrones	17
2.4.1. Métodos Observacionales	17
2.4.2. Mediciones de Masa	18
2.4.3. Mediciones de Radio	18
2.4.4. Restricciones sobre Ecuaciones de Estado	19
2.4.5. Perspectivas Futuras	19
3. Microfísica: Ecuaciones de Estado	21
3.1. Ecuaciones de Estado y Ejemplos	21
3.2. Teoría Relativista de Campo Medio	21
3.3. Mi Lagrangiano	21
3.3.1. Porps de la materia en saturación	21

4. Resultados y discusión	22
4.1. Dependencia de los parámetros en la propiedades	22
4.2. Masa maxima con las propiedades (parametros)	22
5. Conclusiones	23
5.1. Principales hallazgos	23
5.2. Limitaciones del estudio	23
5.3. Recomendaciones para futuros trabajos	23
6. Apéndices	24

Lista de figuras

1.	Representación esquemática del principio de equivalencia. Markus Poessel.	10
2.	Esquema de la geometría en y alrededor de una estrella con simetría esférica. Tomado de [16]	13
3.	Masas en el cementerio estelar. Contiene las masas estimadas mediante diferentes fuentes y su (posible) naturaleza, a enero de 2024. Tomado de ligo.caltech.edu	19

Resumen

En el presente trabajo se propone obtener Ecuaciones de Estado (EdE) de una Estrella de Neutrones (EN) mediante la Teoría Relativista de Campo Medio (TRCM). Las EN son objetos cuyas condiciones extremas permiten estudiar la materia nuclear a altas densidades, inalcanzables en laboratorio con la tecnología actual. A través de las EdE, se busca modelar la relación entre la presión y la densidad de energía en el núcleo estelar, lo cual resulta fundamental para describir propiedades observables de la EN como su masa, radio y deformación de marea. Este estudio responde a la necesidad de conectar modelos teóricos con datos experimentales y observacionales, especialmente aquellos obtenidos por misiones como LIGO, VIRGO y NICER.

Las EdE construidas contienen parámetros libres que describen las interacciones y propiedades microscópicas de la materia. Este proyecto tiene como objetivo construir y ajustar modelos de EdE utilizando datos astrofísicos recientes. Adicionalmente, se investigará la capacidad de la EdE hallada para predecir objetos en el Mass-Gap, un rango de valores entre estrellas de neutrones masivas y agujeros negros ligeros, cuya composición sigue siendo debatida. Este enfoque permitirá modelar la estructura de las EN y contribuir al conocimiento de la materia nuclear en condiciones extremas.

Capítulo 1

Introducción

La materia en las estrellas de neutrones (EN) alcanza uno de los estados más extremos y densos conocidos en el universo observable. Estos objetos compactos, resultado del colapso gravitacional de estrellas masivas (sugerido por primera vez en 1934 por Baade y Zwicky [1]), comprimen la materia a densidades que superan las condiciones terrestres [2]. Las propiedades y características de la materia nuclear a densidades tan altas son objeto de estudio en la actualidad. Estudiar estos objetos estelares abre las puertas a la comprensión de la materia densa, ofreciendo un laboratorio natural donde se pueden contrastar modelos teóricos mediante observaciones astrofísicas. En adición, es posible corroborar indirectamente la validez de teorías nucleares y subatómicas bajo condiciones actualmente inalcanzables en el laboratorio [3].

Para este trabajo, el estudio de las EN se centra en las Ecuaciones de Estado (EdE), que describen la relación entre presión, densidad de energía y temperatura, siendo clave para resolver las ecuaciones de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). Estas ecuaciones determinan características macroscópicas de las EN, como la relación masa-radio y las propiedades de marea, que han sido objeto de observaciones cada vez más detalladas gracias a misiones como NICER [4], [5], [6], LIGO y VIRGO [7], [8], [9]. Con estos avances, los modelos teóricos se ven enriquecidos y enfrentan desafíos, como la identificación de límites para la masa máxima de una EN posible en la naturaleza, o la existencia de una “brecha de masa” (Mass-Gap) entre las EN de mayor masa y los agujeros negros más ligeros [10].

En el desarrollo de EdE, la Teoría Relativista de Campo Medio (TRCM) surge como una teoría efectiva para modelar interacciones nucleares bajo condiciones extremas de densidad [11], [12]. La TRCM permite construir EdE que consideran distintas composiciones y acoplamientos entre partículas, posibilitando ajustes a los modelos basados en observaciones y datos experimentales cercanos a la densidad de saturación nuclear [13]. Sin embargo, la estructura interna de las EN sugiere la posible presencia de fases exóticas de materia, tales como hiperones o materia de quarks, desafiando aún más las formulaciones de EdE, especialmente en aquellas estrellas que alcanzan masas cercanas a 2.5 masas solares [14]. La búsqueda de una EdE que logre reproducir observaciones actuales es, por lo tanto, crucial no solo para describir el

comportamiento de la materia nuclear densa, sino también para realizar estudios más detallados sobre el destino y evolución final de estos objetos.

En esta propuesta de investigación, se plantea construir modelos de EdE mediante la TRCM y ajustar sus parámetros a partir de las observaciones astrofísicas actuales. La exploración del espacio de parámetros contribuirá a identificar las implicaciones físicas de la materia en su forma más extrema según las observaciones y brindará predicciones de la teoría empleada sobre la naturaleza de los objetos ubicados en el Mass-Gap.

Capítulo 2

Macrofísica: Objetos Compactos

Los objetos compactos representan uno de los laboratorios naturales más extremos del universo, donde la materia alcanza densidades y condiciones que permiten extender nuestra comprensión de la física fundamental. Las estrellas de neutrones, en particular, constituyen el resultado final del colapso gravitacional de estrellas masivas, comprimiendo la materia a densidades que superan las condiciones nucleares terrestres por varios órdenes de magnitud [15]. El estudio de estos objetos requiere necesariamente del escenario de la Relatividad General de Einstein, donde la curvatura del espacio-tiempo responde al contenido energético del sistema y viceversa.

En este capítulo desarrollamos los fundamentos teóricos necesarios para describir la estructura y propiedades de las estrellas de neutrones desde una perspectiva macroscópica. Comenzamos con una revisión de los principios fundamentales de la Relatividad General, estableciendo las ecuaciones de campo de Einstein que gobiernan la dinámica del espacio-tiempo. Posteriormente, exploramos la forma general de geometrías esféricamente simétricas, que proporciona la base para comprender la estructura de objetos compactos. A partir de estos fundamentos, derivamos las ecuaciones de estructura que relacionan las propiedades microscópicas de la materia con las características macroscópicas observables de las estrellas de neutrones. Todas las secciones anteriores están fundamentadas en base al texto de Misner et al. [16]. Finalmente, presentamos una revisión de las observaciones astronómicas más relevantes que han refinado nuestro entendimiento de estos objetos en la última década.

2.1. Relatividad General

La teoría de la Relatividad General, formulada por Einstein en 1915 [17], es la descripción más exitosa de la gravitación como manifestación de la curvatura del espacio-tiempo. Esta teoría establece que la presencia de materia y energía modifica la geometría del espacio-tiempo, y que esta curvatura, a su vez, determina el movimiento de la materia y la propagación de la energía.

2.1.1. Principios Fundamentales

La Relatividad General se fundamenta en dos principios básicos que definen los postulados de la Relatividad Especial:

- **Principio de Equivalencia:** Los efectos de un campo gravitacional uniforme son localmente indistinguibles de los efectos de una aceleración uniforme. Este principio implica que la gravitación puede ser “eliminada” localmente mediante la elección apropiada de un sistema de coordenadas en caída libre. Una representación puede verse en la figura 1, donde la esfera roja aparentemente cae en ambos sistemas, uno es un cohete acelerado, el otro la superficie de la tierra. Los dos sistemas de referencia son indistinguibles.
- **Principio de Covariancia General:** Las leyes de la física deben tener la misma forma en todos los sistemas de coordenadas. Esto requiere que las ecuaciones de la teoría sean expresadas en términos de tensores, asegurando su invariancia bajo transformaciones generales de coordenadas.

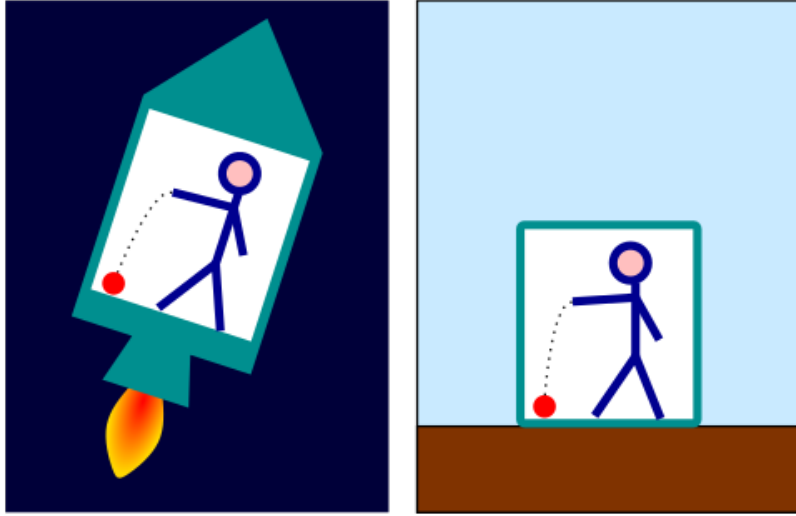


Figura 1: Representación esquemática del principio de equivalencia. Markus Poessel.

2.1.2. Geometría del Espacio-Tiempo

El espacio-tiempo de la Relatividad General es una variedad diferenciable de cuatro dimensiones dotada de una métrica $g_{\mu\nu}$ con signatura $(+, -, -, -)$ para este trabajo. El elemento de línea, que define las distancias infinitesimales en el espacio-tiempo, se escribe como:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

donde utilizamos la convención de suma de Einstein para índices repetidos. Las letras griegas denotan índices del conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$, correspondientes a las coordenadas temporal y espaciales respectivamente; mientras que las letras latinas denotan componentes espaciales del conjunto $\{1, 2, 3\}$. A lo largo de este trabajo empleamos unidades geometrizadas donde la velocidad de la luz c y la constante gravitacional de Newton G se establecen igual a la unidad, $c = G = 1$.

La curvatura del espacio-tiempo se caracteriza mediante el tensor de Riemann, que contiene la información relevante sobre la curvatura del espacio-tiempo. Este tensor se define en términos de la conexión afín y sus derivadas:

$$R^\rho{}_{\mu\lambda\nu} = \Gamma^\rho_{\mu\nu,\lambda} - \Gamma^\rho_{\mu\lambda,\nu} + \Gamma^\rho_{\lambda\sigma}\Gamma^\sigma_{\mu\nu} - \Gamma^\rho_{\nu\sigma}\Gamma^\sigma_{\mu\lambda}, \quad (2.2)$$

donde los símbolos de Christoffel $\Gamma^\rho_{\mu\nu}$ representan las componentes de la conexión afín:

$$\Gamma^\rho_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\rho\sigma}(g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma}). \quad (2.3)$$

A partir del tensor de Riemann se construyen invariantes geométricos de utilidad para la física del sistema. El tensor y el escalar de Ricci se definen como:

$$R_{\mu\nu} = R^\rho{}_{\mu\rho\nu}, \quad R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}. \quad (2.4)$$

2.1.3. Ecuaciones de Campo de Einstein

Las ecuaciones de campo de Einstein establecen la relación entre la geometría del espacio-tiempo y su contenido energético:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

donde $G_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

y $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía-momento que describe las propiedades de la materia y energía presentes en el espacio-tiempo. Este conjunto de ecuaciones describe cómo la distribución de materia y energía determina la curvatura del espacio-tiempo, y cómo esta curvatura afecta el movimiento de la materia y la energía de vuelta.

Las ecuaciones de Einstein satisfacen automáticamente las leyes de conservación a través de la identidad de Bianchi $G_{\mu\nu}{}^{;\rho} = 0$, lo que implica:

$$\nabla_\rho T^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}{}_{;\rho} = 0. \quad (2.7)$$

Esta ecuación expresa la conservación local de la energía y el momento en presencia de curvatura, y es una consecuencia directa de la covariancia general de la teoría.

Para describir la materia en el interior de las estrellas de neutrones, consideramos un modelo de fluido perfecto. En el marco de reposo del fluido, el tensor de energía-momento toma la forma:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu}, \quad (2.8)$$

donde:

- ρ es la densidad de energía del fluido;
- P es la presión isotrópica;
- u^μ es la cuatriveicidad del fluido, normalizada según $u^\mu u_\mu = 1$.

Esta descripción asume que no hay flujos de calor, viscosidad, ni esfuerzos de corte en el fluido, aproximación válida para escalas de tiempo mucho mayores que los tiempos de relajación hidrodinámicos.

2.2. Solución General Esférica

Para describir la estructura de las estrellas de neutrones, necesitamos resolver las ecuaciones de Einstein asumiendo simetría esférica y condiciones estáticas. La forma general de estas soluciones establece el punto de partida para entender tanto el interior como el exterior de objetos compactos con simetría esférica, en el marco de la teoría de la relatividad general.

2.2.1. Geometría Esféricamente Simétrica

Para un sistema estático y esféricamente simétrico, la forma más general del elemento de línea puede escribirse como:

$$ds^2 = e^{2\phi(r)} dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2.1)$$

donde $\phi(r)$ y $\lambda(r)$ son funciones arbitrarias de la coordenada radial r , y hemos utilizado coordenadas esféricas (t, r, θ, φ) .

La simetría esférica impone que la métrica sea invariante bajo rotaciones en el grupo $SO(3)$, mientras que la condición estática requiere la ausencia de términos cruzados $dt dr$, $dt d\theta$, y $dt d\varphi$, así como independencia

explícita de la coordenada temporal. La métrica (2.1) representa la forma más general compatible con estas simetrías [16].

Para la métrica esféricamente simétrica (2.1), las componentes no triviales del tensor de Ricci son:

$$R_{tt} = e^{2(\phi-\lambda)} \left[\phi'' + \phi'^2 - \phi' \lambda' + \frac{2\phi'}{r} \right], \quad (2.2)$$

$$R_{rr} = -\phi'' - \phi'^2 + \phi' \lambda' + \frac{2\lambda'}{r}, \quad (2.3)$$

$$R_{\theta\theta} = e^{-2\lambda} [r(\phi' - \lambda') - 1] + 1, \quad (2.4)$$

$$R_{\varphi\varphi} = \sin^2 \theta \cdot R_{\theta\theta}, \quad (2.5)$$

donde $\phi' = \frac{d\phi(r)}{dr}$. Un resultado relevante para geometrías esféricamente simétricas es la posibilidad de expresar la función métrica $\lambda(r)$ en términos de una función de masa $m(r)$. Definiendo:

$$e^{-2\lambda} = 1 - \frac{2m(r)}{r}, \quad (2.6)$$

la componente $R_{\theta\theta}$ del tensor de Ricci puede escribirse como:

$$R_{\theta\theta} = r^2 e^{-2\lambda} \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dm}{dr} - 1 + e^{-2\lambda}. \quad (2.7)$$

Esta parametrización resulta especialmente útil porque la función $m(r)$ admite una interpretación física directa como la masa gravitacional contenida dentro de una esfera de radio r . Una representación de la geometría del espacio-tiempo que contiene una estrella con simetría esférica, estática, puede apreciarse en la figura 2.

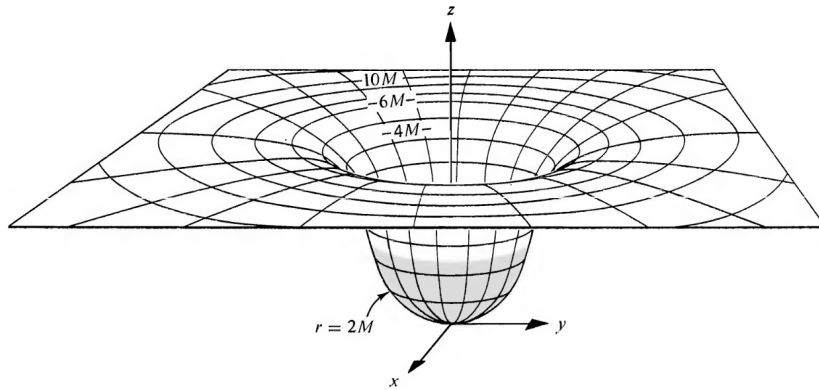


Figura 2: Esquema de la geometría en y alrededor de una estrella con simetría esférica. Tomado de [16]

2.2.2. Casos Particulares

La solución general esférica (2.1) incluye varios casos de interés físico:

- **Región de Vacío:** Cuando $T_{\mu\nu} = 0$, las ecuaciones de Einstein $G_{\mu\nu} = 0$ determinan completamente las funciones $\phi(r)$ y $m(r)$, conduciendo a la solución exterior de Schwarzschild [18].
- **Interior Estelar:** En presencia de materia con tensor de energía-momento (2.8), las ecuaciones de Einstein proporcionan relaciones diferenciales entre $\phi(r)$, $m(r)$, y las variables del fluido $\rho(r)$ y $P(r)$.
- **Superficie Estelar:** En $r = R$ (superficie de la estrella), las soluciones interior y exterior deben coincidir de manera continua, imponiendo condiciones de frontera específicas.

2.2.3. Condiciones de Regularidad

Para que la solución sea físicamente aceptable, las funciones métricas deben satisfacer condiciones de regularidad:

- En el centro ($r = 0$): $m(0) = 0$ y $\phi'(0) = 0$ para evitar posibles singularidades físicas o de coordenadas;
- En todo el espacio: $e^{2\lambda} > 0$ y $e^{2\phi} > 0$ para mantener la signatura métrica consistentemente en el espacio-tiempo;
- En el infinito: $\phi(\infty) = 0$ y $\lambda(\infty) = 0$ para recuperar la métrica de Minkowski, es decir, que en el infinito no haya influencia gravitacional de la estrella y el espacio-tiempo sea plano.

Con la solución general esférica (2.1) y la parametrización de masa (2.6) es posible derivar las ecuaciones de estructura que describen las propiedades al interior de las estrellas de neutrones y otros objetos compactos, como veremos en la siguiente sección.

2.3. Ecuaciones de Estructura

Las ecuaciones de estructura determinan la relación entre la distribución de materia en el interior de una estrella y la geometría del espacio-tiempo que genera. Para estrellas de neutrones, estas ecuaciones conectan las propiedades microscópicas de la materia densa con las características macroscópicas observables.

2.3.1. Configuración Interior

En el interior de la estrella ($r < R$), adoptamos la métrica esféricamente simétrica (2.1) junto con la parametrización de masa (2.6). El tensor de energía-momento del fluido perfecto (2.8) actúa como fuente de las ecuaciones de Einstein (2.5) en este sistema físico.

Las componentes del tensor de energía-momento en coordenadas esféricas son:

$$T_t{}^t = -\rho(r), \quad (2.1)$$

$$T_r{}^r = T_\theta{}^\theta = T_\varphi{}^\varphi = P(r), \quad (2.2)$$

donde $\rho(r)$ y $P(r)$ son la densidad de energía y presión del fluido respectivamente.

Las ecuaciones de campo $G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$ establecen un sistema de ecuaciones diferenciales para las funciones métricas. Las componentes independientes son:

- Componente (t, t) :

$$e^{-2\lambda} \left(\frac{2\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = 8\pi\rho. \quad (2.3)$$

- Componente (r, r) :

$$e^{-2\lambda} \left(\frac{2\phi'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{r^2} = 8\pi P. \quad (2.4)$$

- Componente (θ, θ) :

$$e^{-2\lambda} \left[\phi'' + \phi'^2 - \phi'\lambda' + \frac{\phi' - \lambda'}{r} \right] = 8\pi P. \quad (2.5)$$

Utilizando la parametrización (2.6) en la ecuación (2.3), obtenemos:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (2.6)$$

donde la función $m(r)$ representa la masa gravitacional total contenida dentro de una esfera de radio r , y su interpretación física se hace clara al integrar la ecuación (2.6):

$$m(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'. \quad (2.7)$$

De la ecuación (2.4) y usando la parametrización (2.6), la función métrica $\phi(r)$ satisface:

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{m + 4\pi r^3 P}{r(r - 2m)}. \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) determina la componente temporal de la métrica una vez conocidas las funciones $m(r)$

y $P(r)$.

2.3.2. Ecuación de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

La ecuación de conservación $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ para $\nu = r$ contiene la ecuación de equilibrio hidrostático relativista. Para un fluido perfecto estático, esta ecuación toma la forma:

$$\frac{dP}{dr} = -(\rho + P)\frac{d\phi}{dr}. \quad (2.9)$$

Combinando las ecuaciones (2.4) y (2.6) para eliminar $d\phi/dr$, obtenemos la ecuación de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [19]:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{(\rho + P)(m + 4\pi r^3 P)}{r(r - 2m)}. \quad (2.10)$$

Esta importante ecuación describe el equilibrio entre la presión del fluido y la atracción gravitacional, incluyendo correcciones relativistas necesarias para sostener objetos compactos [19] y permitir su equilibrio.

2.3.3. Sistema de Ecuaciones de Estructura

El sistema completo de ecuaciones de estructura consiste en las ecuaciones (2.6), (2.8), y (2.10):

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2 \rho(r), \\ \frac{d\phi}{dr} &= \frac{m + 4\pi r^3 P}{r(r - 2m)}, \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{(\rho + P)(m + 4\pi r^3 P)}{r(r - 2m)}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

junto con una ecuación de estado que relaciona P y ρ :

$$P = P(\rho). \quad (2.12)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones de estructura (2.11), se requieren condiciones de contorno apropiadas:

En el centro ($r = 0$):

$$m(0) = 0, \quad (2.13)$$

$$\rho(0) = \rho_c \quad (\text{densidad central}), \quad (2.14)$$

$$\phi'(0) = 0 \quad (\text{regularidad}). \quad (2.15)$$

En la superficie ($r = R$):

$$P(R) = 0, \quad (2.16)$$

$$m(R) = M \quad (\text{masa total}), \quad (2.17)$$

$$e^{2\phi(R)} = 1 - \frac{2M}{R} \quad (\text{empalme con región exterior}). \quad (2.18)$$

La solución se obtiene integrando numéricamente desde el centro hacia afuera, comenzando con una densidad central ρ_c dada. El radio estelar R se determina por la condición $P(R) = 0$, y la masa total $M = m(R)$ resulta de la integración de la ecuación de masa.

En el límite no relativista ($M \ll R$ y $P \ll \rho$), la ecuación TOV se reduce a la ecuación clásica de equilibrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{m}{r^2}. \quad (2.19)$$

Para estrellas de neutrones, las correcciones relativistas en el sistema (2.11) son necesarias debido a su alta compacidad $2M/R \sim 0.2 - 0.4$. El sistema de ecuaciones (2.11), junto con una ecuación de estado específica (2.12), proporciona la base teórica para predecir las propiedades macroscópicas de las estrellas de neutrones a partir de modelos microscópicos de la materia nuclear densa.

2.4. Observaciones de Estrellas de Neutrones

Las observaciones astronómicas de estrellas de neutrones han experimentado una revolución en las últimas décadas [20], proporcionando restricciones cada vez más precisas sobre las propiedades de la materia densa. Estas mediciones permiten contrastar los modelos teóricos de ecuaciones de estado con la realidad física de estos objetos extremos.

2.4.1. Métodos Observacionales

Las estrellas de neutrones se observan a través de múltiples canales electromagnéticos [2] y, recientemente, mediante ondas gravitacionales [5]. Los principales métodos observacionales incluyen:

- **Cronometraje de Pulsares:** Los pulsares son estrellas de neutrones altamente magnetizadas que emiten haces de radiación electromagnética. La precisión extrema en la medición de sus períodos de rotación permite determinar masas través del análisis orbital en sistemas binarios.
- **Astronomía de Rayos X:** Las estrellas de neutrones en sistemas binarios acretantes o como objetos aislados calientes pueden ser observadas en rayos X. Las misiones como NICER han revolucionado

las mediciones de radio a través del modelado de puntos calientes superficiales.

- **Ondas Gravitacionales:** Las fusiones de estrellas de neutrones binarias, detectadas por LIGO-Virgo, proporcionan información sobre las propiedades de marea y la ecuación de estado a través de las modificaciones que introducen en la forma de onda gravitacional.

2.4.2. Mediciones de Masa

Las mediciones de masa de estrellas de neutrones se basan principalmente en el efecto Shapiro en sistemas binarios de pulsares. Este efecto relativista permite determinar las masas con alta precisión a partir del retraso temporal que experimenta la señal del pulsar al atravesar el campo gravitacional de su compañera. Las mediciones más precisas incluyen:

- **PSR J0740+6620:** Con una masa de $2.08 \pm 0.07 M_{\odot}$ [5], representa la medición más precisa de una estrella de neutrones masiva.
- **PSR J0348+0432:** Una estrella de neutrones con masa $2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$ [6], crucial para establecer el límite inferior de la masa máxima.
- **PSR J0952-0607:** Con una masa reportada de $2.35 \pm 0.17 M_{\odot}$ [4], aunque con mayor incertidumbre debido al método de determinación basado en espectrofotometría.

Estas observaciones establecen que las estrellas de neutrones pueden alcanzar masas superiores a $2M_{\odot}$, imponiendo restricciones sobre las ecuaciones de estado que deben ser suficientemente rígidas para soportar estas configuraciones.

Otras estimaciones se han realizado empleando datos de ondas gravitacionales. Sin embargo, en mediciones mayores aún se discute la naturaleza del objeto observado (estrella de neutrones o agujero negro), como en el caso de GW190814 [9] [14], con una masa del objeto secundario estimado en $2.59^{+0.08}_{-0.09} M_{\odot}$.

2.4.3. Mediciones de Radio

La misión NICER (Neutron star Interior Composition ExploreR) ha proporcionado algunas de las primeras mediciones simultáneas de masa y radio para estrellas de neutrones específicas. Estas mediciones se basan en el modelado de puntos calientes en la superficie de pulsares de milisegundo, analizando las modulaciones en el flujo de rayos X.

Los resultados más significativos incluyen, a 1σ de confiabilidad:

- **PSR J0030+0451:** $M = 1.44^{+0.15}_{-0.14} M_{\odot}$ y $R = 13.02^{+1.24}_{-1.06}$ km [21];

- **PSR J0740+6620:** Análisis independientes con NICER y X-ray Multi-Mirror han proporcionado valores $R = 13.7^{+2.6}_{-1.5}$ km [22] y $R = 12.39^{+1.30}_{-0.98}$ km [23];
- **PSR J0437-4715:** $M = 1.418 \pm 0.037 M_{\odot}$ y $R = 11.36^{+0.95}_{-0.63}$ km [24].

2.4.4. Restricciones sobre Ecuaciones de Estado

Las observaciones combinadas de masa y radio imponen restricciones consistentes sobre las posibles ecuaciones de estado de la materia nuclear densa. Estas restricciones pueden resumirse como:

- **Rigidez Suficiente:** La ecuación de estado debe ser lo suficientemente rígida para soportar masas $\geq 2M_{\odot}$.
- **Radios Consistentes:** Los radios estelares deben estar en el rango $\sim 11 - 14$ km para masas típicas/canónicas de $\sim 1.4M_{\odot}$.

Estas restricciones observacionales, derivadas del análisis de las ecuaciones de estructura (2.11) junto con diferentes propuestas de ecuaciones de estado (2.12) guían la construcción y validación de modelos teóricos de ecuaciones de estado, estableciendo el puente entre la física microscópica de la materia nuclear densa y las propiedades macroscópicas de las estrellas de neutrones.

2.4.5. Perspectivas Futuras

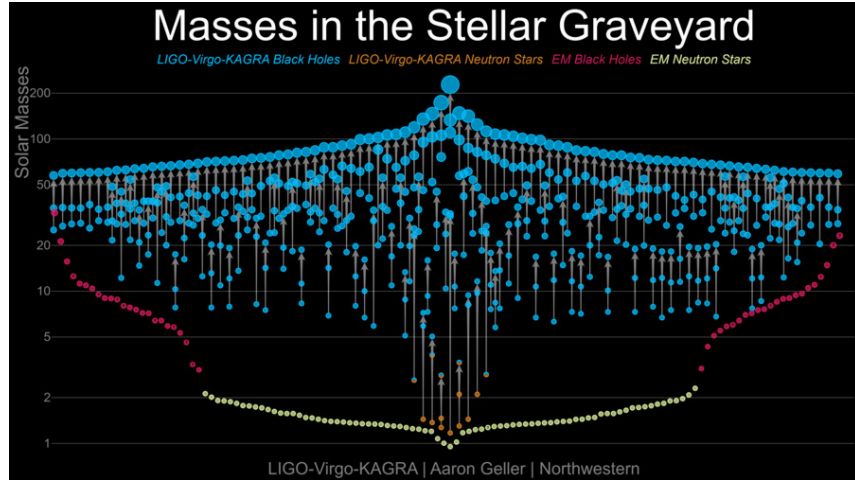


Figura 3: Masas en el cementerio estelar. Contiene las masas estimadas mediante diferentes fuentes y su (posible) naturaleza, a enero de 2024. Tomado de ligo.caltech.edu

..

Las próximas generaciones de detectores de ondas gravitacionales, junto con misiones espaciales mejoradas y telescopios de nueva generación, prometen expandir significativamente nuestro conocimiento observa-

cional de las estrellas de neutrones. Se espera que estas observaciones proporcionen restricciones aún más precisas sobre las ecuaciones de estado y posiblemente revelen nueva física en el régimen de densidades ultra-altas. Es claro que, a mayor número de observaciones, mayores son los requerimientos de nuestras teorías, lo que permite filtrar modelos físicos que pretendan describir la masa a densidades tan altas. En particular, la detección de estrellas de neutrones con masas en el rango $2.5 - 3M_{\odot}$ o la confirmación de transiciones de fase en el interior estelar a través de observaciones de estrellas, prometen descubrimientos de impacto para nuestra comprensión de la materia nuclear densa. En la figura 3 se pueden apreciar las estimaciones de masa hasta enero de 2024, así como la posible naturaleza del objeto. Cabe destacar que en el rango de 2 a 5 masas solares hay incertidumbre en la naturaleza de varios objetos detectados.

Capítulo 3

Microfísica: Ecuaciones de Estado

3.1. Ecuaciones de Estado y Ejemplos

3.2. Teoría Relativista de Campo Medio

3.3. Mi Lagrangiano

3.3.1. Porps de la materia en saturación

Capítulo 4

Resultados y discusión

4.1. Dependencia de los parámetros en la propiedades

4.2. Masa maxima con las propiedades (parametros)

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Principales hallazgos

5.2. Limitaciones del estudio

5.3. Recomendaciones para futuros trabajos

Capítulo 6

Apéndices

Bibliografía

- [1] W. Baade y F. Zwicky, “Remarks on Super-Novae and Cosmic Rays,” *Phys. Rev.*, vol. 46, n.º 1, págs. 76-77, 1934. DOI: [10.1103/PhysRev.46.76.2](https://doi.org/10.1103/PhysRev.46.76.2).
- [2] N. K. Glendenning, *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity* (Astronomy and Astrophysics Library), 2nd ed. New York: Springer, 2000, ISBN: 978-0-387-98977-8.
- [3] G. Raaijmakers et al., “Constraints on the Dense Matter Equation of State and Neutron Star Properties from NICER’s Mass–Radius Estimate of PSR J0740+6620 and Multimessenger Observations,” *ApJL*, vol. 918, n.º 2, pág. L29, 2021. DOI: [10.3847/2041-8213/ac089a](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac089a).
- [4] R. W. Romani et al., “PSR J0952-0607: The Fastest and Heaviest Known Galactic Neutron Star,” *ApJL*, vol. 934, n.º 2, pág. L17, 2022. DOI: [10.3847/2041-8213/ac8007](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac8007).
- [5] E. Fonseca et al., “Refined Mass and Geometric Measurements of the High-mass PSR J0740+6620,” *ApJL*, vol. 915, n.º 1, pág. L12, 2021. DOI: [10.3847/2041-8213/ac03b8](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac03b8).
- [6] J. Antoniadis et al., “A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary,” *Science*, vol. 340, n.º 6131, pág. 1233232, 2013. DOI: [10.1126/science.1233232](https://doi.org/10.1126/science.1233232). arXiv: [1304.6875](https://arxiv.org/abs/1304.6875).
- [7] T. L. S. Collaboration et al., *GWTC-2.1: Deep Extended Catalog of Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo During the First Half of the Third Observing Run*, 2022. arXiv: [2108.01045](https://arxiv.org/abs/2108.01045).
- [8] T. L. S. Collaboration y T. V. Collaboration, “GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 119, n.º 16, pág. 161101, 2017. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.161101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.161101). arXiv: [1710.05832](https://arxiv.org/abs/1710.05832).
- [9] T. L. S. Collaboration et al., “GW190814: Gravitational Waves from the Coalescence of a 23 M_{\odot} Black Hole with a 2.6 M_{\odot} Compact Object,” *ApJL*, vol. 896, n.º 2, pág. L44, 2020. DOI: [10.3847/2041-8213/ab960f](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab960f). arXiv: [2006.12611](https://arxiv.org/abs/2006.12611).
- [10] Y. Shao, “On the Neutron Star/Black Hole Mass Gap and Black Hole Searches,” *Res. Astron. Astrophys.*, vol. 22, n.º 12, pág. 122002, 2022. DOI: [10.1088/1674-4527/ac995e](https://doi.org/10.1088/1674-4527/ac995e).

- [11] J. Walecka, “A theory of highly condensed matter,” *Annals of Physics*, vol. 83, n.º 2, págs. 491-529, 1974. DOI: [10.1016/0003-4916\(74\)90208-5](https://doi.org/10.1016/0003-4916(74)90208-5).
- [12] J. D. Walecka, “The Relativistic Nuclear Many-Body Problem,” en *New Vistas in Nuclear Dynamics*, P. J. Brussaard y J. H. Koch, eds., Boston, MA: Springer US, 1986, págs. 229-271, ISBN: 978-1-4684-5179-5. DOI: [10.1007/978-1-4684-5179-5_8](https://doi.org/10.1007/978-1-4684-5179-5_8).
- [13] M. Dutra et al., “Relativistic Mean-Field Hadronic Models under Nuclear Matter Constraints,” *Phys. Rev. C*, vol. 90, n.º 5, pág. 055 203, 2014. DOI: [10.1103/PhysRevC.90.055203](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.055203). arXiv: [1405.3633](https://arxiv.org/abs/1405.3633).
- [14] L. L. Lopes y D. P. Menezes, “On the Nature of the Mass-gap Object in the GW190814 Event,” *ApJ*, vol. 936, n.º 1, pág. 41, 2022. DOI: [10.3847/1538-4357/ac81c4](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac81c4).
- [15] W. Baade y F. Zwicky, “On Super-Novae,” *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, vol. 20, n.º 5, págs. 254-259, 1934. DOI: [10.1073/pnas.20.5.254](https://doi.org/10.1073/pnas.20.5.254).
- [16] C. W. Misner et al., *Gravitation*. Princeton, N.J: Princeton University Press, 2017, ISBN: 978-0-691-17779-3.
- [17] A. Einstein, “Die Feldgleichungen Der Gravitation,” *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, págs. 844-847, 1915.
- [18] K. Schwarzschild, *On the Gravitational Field of a Mass Point According to Einstein’s Theory*, 1999. DOI: [10.48550/arXiv.physics/9905030](https://doi.org/10.48550/arXiv.physics/9905030). arXiv: [physics/9905030](https://arxiv.org/abs/physics/9905030).
- [19] J. R. Oppenheimer y G. M. Volkoff, “On Massive Neutron Cores,” *Phys. Rev.*, vol. 55, n.º 4, págs. 374-381, 1939. DOI: [10.1103/PhysRev.55.374](https://doi.org/10.1103/PhysRev.55.374).
- [20] E. Pian, “Mergers of Binary Neutron Star Systems: A Multimessenger Revolution,” *Front. Astron. Space Sci.*, vol. 7, pág. 609 460, 2021. DOI: [10.3389/fspas.2020.609460](https://doi.org/10.3389/fspas.2020.609460).
- [21] M. C. Miller et al., “PSR J0030+0451 Mass and Radius from NICER Data and Implications for the Properties of Neutron Star Matter,” *The Astrophysical Journal*, vol. 887, pág. L24, 2019. DOI: [10.3847/2041-8213/ab50c5](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab50c5).
- [22] M. C. Miller et al., “The Radius of PSR J0740+6620 from NICER and XMM-Newton Data,” *ApJL*, vol. 918, n.º 2, pág. L28, 2021. DOI: [10.3847/2041-8213/ac089b](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac089b).
- [23] T. E. Riley et al., “A NICER View of the Massive Pulsar PSR J0740+6620 Informed by Radio Timing and XMM-Newton Spectroscopy,” *ApJL*, vol. 918, n.º 2, pág. L27, 2021. DOI: [10.3847/2041-8213/ac0a81](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac0a81). arXiv: [2105.06980](https://arxiv.org/abs/2105.06980).
- [24] D. Choudhury et al., *A NICER View of the Nearest and Brightest Millisecond Pulsar: PSR J0437-4715*, 2024. DOI: [10.3847/2041-8213/ad5a6f](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ad5a6f). arXiv: [2407.06789](https://arxiv.org/abs/2407.06789).