

Estudio del movimiento en dos dimensiones

Bryan A. Berbesí - 2210701

Nicolas Mantilla - 2210707

Santiago A. Montes - 2210718

Universidad Industrial de Santander - Escuela de física

18 de julio de 2022

Resumen

La presente práctica experimental tiene como propósito esencial calcular el alcance máximo del movimiento parabólico de un proyectil, así como establecer las variables que influyen en el impacto entre este y un blanco en caída libre. Esto se llevó a cabo midiendo la velocidad inicial del lanzamiento, obteniendo un valor representativo $v_0 = 3.886 \pm 0.0191 \frac{m}{s}$, con un fotosensor a una altura inicial $y_{01} = 0.36m$, determinando así el ángulo inicial $\theta = 39.5506 \pm 0.075^\circ$ y alcance máximo $x_{max} = 1.8697 \pm 0.009m$ teóricos del movimiento, comparando este último con las distancias obtenidas experimentalmente. Por otra parte, se calculó la posición de impacto con el blanco, cuya altura inicial correspondió a $y_{02} = 1.03m$, mientras que el ángulo, altura del lanzador y la velocidad inicial equivalieron a las mismas utilizadas anteriormente. Se estableció la relación entre la posición de impacto experimental $x_f = 0.865m$ y la predicha teóricamente $x_f = 0.811m$, con el fin de evidenciar la eficacia del modelo empleado.

Finalmente, se encontró una adecuada aproximación del alcance máximo experimental al teórico, mientras que la posición de impacto más cercana al predicho se dio a una distancia horizontal más lejana, comportamiento que sugiere una mayor pérdida de energía por parte del proyectil que del blanco, probablemente debido a que el movimiento del primero abarca dos dimensiones, siendo afectado por la fricción en ambas direcciones.

1. Tratamiento de datos

La práctica fue separada en dos partes, la primera enfocada a la medición del alcance máximo en el movimiento de un proyectil bajo unas condiciones iniciales dadas, mientras que la segunda apunta a la relación de las variables involucradas en la colisión de un lanzador en movimiento parabólico y un objetivo en caída libre. Cabe resaltar que los cálculos requeridos fueron realizados mediante el ambiente de programación *Jupyter Notebook*, cuyo código se encuentra disponible en el respectivo repositorio del presente proyecto ¹.

En este sentido, para llevar a cabo la primera parte correspondiente de la práctica se realizó 10 veces el lanzamiento de un proyectil, midiendo en cada uno de ellos la velocidad inicial partiendo de una altura $y_{01} = 0.36[m]$. De igual forma, se promedia-

ron estos valores de velocidad con el fin de obtener una medida representativa de esta magnitud, siendo equivalente a $\bar{v}_0 = 3.886[\frac{m}{s}]$, con lo cual es posible conocer el ángulo inicial de lanzamiento y la distancia máxima horizontal:

$$\theta_{max} = \tan^{-1} \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gy_{01}}} \quad (1)$$

$$X_{max} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gy_{01}}. \quad (2)$$

Asimismo, debe tenerse en cuenta que estas magnitudes dependen de variables previamente medidas experimentalmente, como lo son la velocidad inicial y la altura, por lo que su error va a estar sujeto a ellas en mayor o menor medida, según el método de las derivadas parciales [1].

En este caso, tales valores teóricos correspondientes fueron $\theta_{max} = 39.5506 \pm 0.074^\circ$ y

¹<https://github.com/Vendetta0462/LabFisica1>

$x_{max} = 1.8697 \pm 0.009[m]$. Una vez conocido el alcance teórico del movimiento, se registró el impacto del proyectil en cada uno de los lanzamientos sobre la superficie horizontal en cuestión, condensando esta información junto a su correspondiente velocidad inicial en una tabla de datos (ver Anexo A).

De igual forma, se estableció la relación entre la distancia teórica y experimental, con el fin de obtener la exactitud de la práctica, al igual que el cálculo de la desviación estándar para evaluar la dispersión y el coeficiente de varianza, de modo que sea posible relacionar esta dispersión respecto a su media representativa.

Por otra parte, la sección correspondiente a la colisión entre el proyectil y el objetivo, requirió el cálculo teórico del impacto partiendo de un ángulo y altura inicial del lanzador, para el cual se emplearon las mismas utilizadas en la medición del alcance, al igual que una altura inicial del blanco, en cuyo caso fue $y_{02} = 1.03[m]$. Igualmente, se utilizó la velocidad inicial promedio \bar{v}_0 obtenida anteriormente, calculando así la posición teórica de impacto (x_c, y_c) teniendo en cuenta las ecuaciones previamente descritas:

$$x_c = \frac{y_{02} - y_{01}}{\tan \theta}, \quad (3)$$

$$y_c = y_{02} - \frac{g(y_{02} - y_{01})^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta}. \quad (4)$$

De igual forma, es imprescindible conocer el error de estas medidas, llevando a cabo la propagación de errores mediante las derivadas parciales de las variables de las que esta depende.

De esta manera se predice una posición horizontal de $x_c = 0.811 \pm 0.005[m]$ y vertical de $y_c = 0.671 \pm 0.016[m]$, tomando como referencia la base del lanzador. Posterior a esto, se registraron los puntos sobre el objetivo en los cuales se encontraron ambos cuerpos en el lanzamiento, midiendo la distancia vertical al centro, puesto que indica la proximidad obtenida con respecto a y_c . Asimismo, se calculó el promedio, la desviación estándar y el coeficiente de varianza.

Cabe resaltar que la longitud horizontal entre el punto de impacto y el centro en la diana no es de interés debido a que en la presente práctica se supone una caída completamente vertical del objetivo, además de que se considera a la trayectoria del proyectil en un mismo plano bidimensional.

2. Análisis de resultados

En torno a los resultados obtenidos anteriormente, y de los cálculos teóricos, es posible evaluar la reproducibilidad y viabilidad del experimento, estimando una exactitud del modelo físico utilizado a partir de las variables empleadas, en cuyo caso fueron: la velocidad inicial, alturas iniciales y el ángulo inicial para ambas fases del estudio.

Para las mediciones de la velocidad, se encontró una desviación de los datos $S_{v_0} = 0.0191[\frac{m}{s}]$, lo que indica una buena muestra representativa de los datos. En este orden de ideas, abordando las mediciones del alcance máximo experimental, se encontró una distancia promedio de $\bar{x}_f = 1.9058[m]$, con una desviación estándar de $S_{x_f} = 0.006[m]$, lo cual indica una proximidad en los datos obtenidos. Así mismo, el coeficiente de variación

$$CV_{x_f} = \frac{S_{x_f}}{\bar{x}_f} 100\% = 0.4915\%, \quad (5)$$

indica una muy baja dispersión de los datos, aprobando el promedio como un adecuado valor representativo de la muestra. Por otro lado, la exactitud de esta magnitud corresponde al 98.06%, por lo que los valores obtenidos fueron realmente cercanos al x_{max} predicho según el modelo teórico empleado. Sin embargo, debe mencionarse que en estos resultados el proyectil alcanzó un recorrido mayor a x_{max} (ver Anexo A). Esto, si bien no tiene una explicación física directa, puede deberse a algún error durante la práctica, como las condiciones bajo las cuales se midió la velocidad inicial de movimiento, puesto que el fotosensor no medía exactamente esta magnitud en el instante de tiempo $t = 0[s]$, brindando un valor menor al que realmente tenía en su lanzamiento, y por ende prediciendo un menor alcance máximo.

Ahora bien, en el estudio de la colisión del movimiento del proyectil y de la diana se obtuvo una distancia vertical promedio de $\overline{\Delta y_1} = 0.057[m]$ al colocar la diana a una distancia horizontal $x_f = x_1 = x_c$ [ver Eq 3], con una desviación estándar de $S_{\Delta y_1} = 0.01[m]$, para la cual se calculó también el coeficiente de varianza $CV_{\Delta y_1} = 17.54\%$.

Posteriormente, se optó por alejar la posición horizontal de la diana a una distancia $x_f = x_2 = 0.865[m]$ con el fin de analizar el cambio en el comportamiento, obteniendo una distancia vertical promedio de $\overline{\Delta y_2} = 0.011[m]$, siendo menor que la anterior y por ende evidenciándose una mayor cercanía al centro del blanco. Sin embargo se obtuvo una desviación estándar $S_{\Delta y_2} = 0.006[m]$, lo cual implica un coeficiente de varianza mucho mayor $CV_{\Delta y_2} = 54.54\%$. Tales distancias verticales para ambas longitudes horizontales fueron agrupadas en una tabla de datos (ver Anexo B). La mayor proximidad al centro de la diana en la distancia x_2 puede deberse a una mayor pérdida de la energía en el movimiento del proyectil, por lo que su encuentro con el objetivo está a una altura menor de la esperada teóricamente. Debe tenerse en cuenta que una mayor o menor pérdida de energía en el lanzamiento parabólico se analiza de manera relativa a la pérdida de la energía en la caída libre del objetivo.

3. Conclusiones

En primera instancia, es importante resaltar el hecho de haber obtenido un alcance máximo experimental muy próximo al calculado teóricamente, a pesar de encontrar longitudes superiores a las esperadas. Esto permite verificar las variables dispuestas en el modelo propuesto, validando así su extrapolación al estudio de otros movimientos parabólicos.

Por otra parte, a pesar de haber obtenido un promedio menor de la distancia vertical entre el punto de impacto y el centro del blanco para una distancia x_2 , su coeficiente de varianza resultó bastante amplio, indicando una mayor dispersión

de los datos. En este sentido, si bien la distancia x_c predicha teóricamente obtuvo un coeficiente de varianza $CV_{\Delta y_1}$ mucho menor, no se acercó lo suficiente a la posición esperada. Esto puede explicarse partiendo de que, al ser la proximidad vertical entre el centro de la diana y el punto de impacto más cercana, cada una de las medidas realizadas en dichas condiciones tenderán a impactar con un valor de dispersión menor, teniendo sin embargo un coeficiente de varianza mucho mayor, puesto que el $\overline{\Delta y}$ será cada vez más despreciable con respecto a $S_{\Delta y}$, debido a las limitaciones físicas de la experimentación en cuanto a la precisión de lanzamiento. Cabe resaltar que para validar esto propiamente sería óptimo llevar a cabo el mismo proceso para otros valores de distancia horizontal.

Ahora bien, el haberse acercado más el proyectil al punto de impacto central del blanco, podría explicarse partiendo de una menor pérdida relativa de energía respecto a la de la diana en caída libre, aspecto que puede deberse a que la fricción afecta en mayor medida al movimiento parabólico del proyectil, debido a que este se desplaza en dos dimensiones, por ende, el rozamiento del aire es ejercido en dos direcciones, mientras que en la caída libre esta fuerza disipativa actúa únicamente en una dirección vertical. Además, el hecho de que el proyectil parte con una velocidad inicial, también indica que la fuerza de fricción que actúa sobre este es mayor en magnitud. Aún así, sería recomendable llevar a cabo próximos estudios que validasen esta explicación.

Finalmente, cabe resaltar la importancia de la práctica en el laboratorio, con el fin de mejorar las habilidades experimentales al abordar el estudio del movimiento en dos dimensiones, así como la interpretación de las distintas variables físicas que participan en él.

4. Referencias

- [1] Angel Hidalgo Moreno Miguel and Medina Jose. *Laboratorio de fisica*. Pearson Prentice Hall, 2009.

5. Anexos

5.1. Anexo A

	$v_0[\frac{m}{s}]$	$x_f[m]$
1	3.9123	1.9107
2	3.8651	1.9300
3	3.8746	1.9040
4	3.9142	1.9020
5	3.8632	1.8930
6	3.8699	1.9020
7	3.8746	1.9000
8	3.8919	1.9160
9	3.9018	1.9100
10	3.8919	1.8900

Cuadro 1: Tabla de datos de las diez velocidades medidas con una resolución de $0.0001[\frac{m}{s}]$ por un fotosensor ubicado en la compuerta de lanzamiento y sus respectivos alcances horizontales x_f registrados en cada lanzamiento con una resolución de $0.001[m]$.

5.2. Anexo B

	Δy									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1[m]$	0.048	0.057	0.032	0.062	0.058	0.064	0.063	0.062	0.066	0.058
$x_2[m]$	0.007	0.006	0.010	0.008	0.015	0.016	0.005	0.005	0.012	0.023

Cuadro 2: Tabla de datos de la distancia vertical al centro Δy de los diez impactos registrados en el blanco para cada una de las distancias horizontales x_1 y x_2 mensurados con una cinta métrica de resolución $0.001[m]$.