

Preinforme: Análisis del movimiento en dos dimensiones.

Bryan A. Berbesí - 2210701

Nicolas Mantilla - 2210707

Santiago A. Montes - 2210718

Universidad Industrial de Santander - Escuela de física

11 de julio de 2022

Resumen

El análisis del movimiento de los cuerpos en dos dimensiones es un fenómeno de gran relevancia dentro de la cinemática, siendo fundamental para el desarrollo de diferentes aplicaciones como el lanzamiento de proyectiles. Para el presente estudio se empleará un lanzador en el que se gradúa el ángulo inicial de un movimiento parabólico, con el fin de estudiar las variables involucradas en este. Asimismo, se utilizará un blanco el cual cae verticalmente al mismo tiempo que es lanzado el proyectil, siendo la altura de impacto entre estos calculado teóricamente con el fin de ser comprobado o contrastado de manera experimental.

1. Introducción

Al abordar el estudio del movimiento de los cuerpos, es evidenciable que, fuera de lo ideal, un objeto puede moverse en tres dimensiones, por lo que para describir su posición es necesario atribuirle tres coordenadas:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}. \quad (1)$$

Sin embargo, para el objeto de estudio en este informe, se tendrán en consideración dos direcciones del movimiento, esto teniendo en cuenta que el proyectil se desplaza a través de un plano, mientras que el blanco se encuentra en caída libre. En este orden de ideas, el blanco caerá por la aceleración gravitacional \vec{g} , ya que en el eje x no actuará ninguna otra interacción externa. Por otro lado, el movimiento del proyectil estará condicionado por una velocidad inicial \vec{v}_0 , cuya magnitud y dirección son medibles; así como por la gravedad.

Teniendo en mente que la velocidad representa el cambio en la posición:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (2)$$

y que la posición a su vez está representada en dos direcciones \hat{i} y \hat{j} , es posible obtener componentes cartesianos v_x y v_y para \vec{v} . De esta manera, es apreciable que el movimiento de un proyectil se compone de la superposición de un movimiento en dirección x con velocidad v_x constante, y un movimiento en dirección y de caída libre: es el principio de superposición del movimiento [1].

Con base en lo enunciado anteriormente, resulta pertinente realizar un estudio detallado del movimiento parabólico de un objeto y su colisión con un blanco que se encuentra en caída libre, a partir de un modelo teórico cuyas predicciones podrán ser corroboradas en la práctica experimental. En este orden de ideas, se detallan los conocimientos previos necesarios para la práctica de laboratorio en el siguiente orden: en la sección 2 se plantean los objetivos que se esperan cumplir con el experimento, posteriormente, en la sección 3, se revisan los principales conceptos involucrados en el entendimiento de la física del fenómeno y, finalmente,

en la sección 4 se expone el procedimiento con el cual se realizará la práctica y las herramientas empleadas.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Establecer las variables que influyen en un movimiento parabólico y las circunstancias bajo las cuales éste impacta con un objeto en caída libre.

2.2. Objetivos específicos

- Medir experimentalmente la velocidad inicial de un proyectil al ser lanzado parabólicamente, haciendo uso de un fotosensor.
- Determinar la distancia horizontal a la que deben ubicarse el lanzador y el liberador de objeto para garantizar el impacto entre ellos.
- Calcular la altura a la cual el proyectil colisiona con el objeto liberado verticalmente en caída libre.
- Lanzar el proyectil en dirección al blanco bajo un ángulo inicial establecido, con el fin de efectuar el choque entre ambos.
- Estimar la viabilidad del modelo empleado a partir de la proximidad de las posiciones de impacto obtenidas respecto al predicho teóricamente.

3. Marco teórico

Un proyectil ideal es cualquier objeto que se lanza con alguna velocidad inicial y luego se mueve solo bajo la influencia de la aceleración de la gravedad, que se asume constante en el sentido vertical hacia abajo. Un tiro libre de baloncesto es un buen ejemplo de movimiento de proyectil ideal. El movimiento de proyectil ideal ignora la resistencia del aire y la velocidad del viento, la rotación del proyectil y otros efectos que influyen en el vuelo de proyectiles en la vida real. Para situaciones realistas en las que se mueve en el aire una pelota,

la trayectoria real no esta bien descrita por el movimiento de proyectil ideal, y exige un análisis más elaborado, el cual, por efectos prácticos, no será empleado en este caso.

Ahora bien, con el fin de tener un mejor entendimiento de la temática que se analizará en el laboratorio se definirán (tomados de [2]) los conceptos clave que se usarán en la práctica:

1. **Movimiento en dos dimensiones** : Se trabaja con dos componentes cartesianas: x en la dirección horizontal y y en la dirección vertical. Por lo tanto, el vector de posición para el movimiento del proyectil es:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}, \quad (3)$$

y el vector de velocidad es:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} \quad (4)$$

2. **Ecuaciones de cinemática** : Las ecuaciones cinemáticas para la posición $\vec{r}(t)$ y la velocidad $\vec{v}(t)$ son las siguientes:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad (5)$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad (6)$$

en donde \vec{r}_0 corresponde al vector de posición inicial, \vec{v}_0 al vector de velocidad inicial y \vec{a} a la aceleración, la cual, en este caso será representada por la gravedad $\vec{a} = -g\hat{j}$. Así mismo, teniendo en cuenta que la aceleración se encuentra presente únicamente en la dirección vertical y , las ecuaciones en cada dirección corresponden a:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x &= x_0 + v_{0x}t \\ v_y &= v_{0y} - gt \\ v_x &= v_{0x}. \end{aligned} \quad (7)$$

Esto indica que, en la dirección x , se presenta un movimiento rectilíneo uniforme y, en contraste, en la dirección y existe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

4. Metodología

El estudio será abordado a través de una práctica experimental, en la cual serán utilizados algunos instrumentos como:

- Dos fotocompuertas.
- Lanzador
- Adaptador de fotocompuertas.
- Plomada.
- Cinta.
- Tijeras.
- Calibrador.
- Interfaz PASCO.
- Caja de control.
- Liberador de objeto.
- Blanco.
- Cargador de Lanzador.
- Esfera.
- Espuma protectora.
- Regla o cinta métrica.
- Papel carbón.
- Papel blanco.

En primera instancia, es oportuno definir matemáticamente las relaciones que permitirán llevar a cabo la presente práctica, determinando las principales variables que influirán en la experimentación. En este orden de ideas, a partir de las ecuaciones descritas previamente (ver Eq 7) se tienen las siguientes relaciones:

$$y_{01} + v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 = y_{02} - \frac{1}{2} g t^2. \quad (8)$$

De donde es posible obtener:

$$x_f = \frac{y_{02} - y_{01}}{\tan \theta}, \quad (9)$$

en donde y_{01} y y_{02} representan las alturas iniciales del proyectil y el objetivo a impactar respectivamente, y x_f corresponde a la distancia horizontal x en donde el proyectil y el objeto impactan.

En este sentido, al reemplazar 9 en 7, puede hallarse una expresión para la altura de la colisión:

$$\begin{aligned} y &= y_{01} + v_0 \sin \theta \left(\frac{x_f}{v_0 \cos \theta} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_f}{v_0 \cos \theta} \right)^2 \\ &= y_{01} + v_0 \sin \theta \left(\frac{y_{02} - y_{01}}{v_0 \sin \theta} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{y_{02} - y_{01}}{v_0 \sin \theta} \right)^2 \\ &= y_{02} - \frac{g(y_{02} - y_{01})^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Ahora bien, es esencial llevar a cabo la adecuación del montaje experimental, conectando la primera fotocompuerta a la caja de control y la segunda a la interfaz PASCO. La primer fotocompuerta indicará el instante en el que el blanco es desprendido del liberador de manera vertical, mientras que la segunda mide la velocidad del proyectil. Posteriormente, se realiza la disposición del blanco, cuyo relieve será calcado sobre una hoja, estando esta a su vez adherida a un papel carbón que permitirá resaltar el punto en el que ha ocurrido el impacto. De igual manera, se determina la altura del lanzador y del blanco, así como la distancia comprendida entre ellas. Cabe resaltar que el ángulo de lanzamiento podrá controlarse desde el lanzador a través de una pequeña plomada.

En este sentido, registrando los datos de la velocidad de lanzamiento del proyectil, será posible verificar la validez de las ecuaciones 9 y 10, tomando en cuenta la cercanía del punto de impacto al predicho teóricamente, indicando así qué tan viable resulta tal relación para un movimiento real de dos dimensiones.

5. Referencias

- [1] O Organista, V Gómez, D Jaimes, and J Rodríguez. Una idea profunda en la comprensión del mundo físico: el principio de superposición de estados. *Latin American Journal of Physics Education*, 1:83–88, 2007.
- [2] Wolfgang Bauer and Gary D Westfall. *University physics*. McGraw-Hill New York, NY, 2011.