

Proyecto Final: Demostración de la Constante Universal de Gravitación Newton-Cavendish.

Bryan A. Berbesí - 2210701

Nicolas Mantilla - 2210707

Santiago A. Montes - 2210718

Universidad Industrial de Santander - Escuela de física

8 de agosto de 2022

Resumen

La constante de Gravitación Universal G es un valor que ha sido calculado y utilizado ampliamente en los modelos fundamentales de la física, teniendo su origen en el experimento de Henry Cavendish, el cual puede llevarse a cabo sin contar con implementos demasiado complejos. De esta forma, en el presente proyecto se propone llevar a cabo tal práctica experimental con el fin de apreciar directamente el efecto de la interacción gravitacional, así como una estimación de G . En este sentido, se empleará una balanza de torsión en la que la fuerza gravitacional de dos masas actuará ejerciendo torque sobre el sistema, y con ello desencadenando un movimiento aproximadamente armónico simple, a partir del cual podrán ser relacionadas las variables de interés que permitirán efectuar el cálculo de la constante G .

1. Planteamiento del Problema

El descubrimiento de la Ley de Gravitación de Newton implicó la existencia de una constante universal G de la gravedad, la cual él mismo describió y sugirió en su modelo a pesar de no haberla hallado directamente. Posteriormente, Henry Cavendish idearía una disposición experimental que permitiría determinar la densidad de la Tierra, a partir de una balanza de torsión inventada por John Mitchell, en la cual se medía la fuerza de atracción dada por las masas empleadas. Este experimento daría origen al primer cálculo de la constante G en 1873, al ser replicado bajo una instrumentación más precisa.

Este valor ha sido esencial para el entendimiento de diversos fenómenos en el universo, siendo pilar esencial en la fundamentación de la física clásica. Sin embargo, su valor teórico, el cual es de $G \approx 6,674 \cdot 10^{-11} [\frac{N \cdot m^2}{kg^2}]$, indica una presencia significativa de esta interacción sólo cuando se consideran masas demasiado superiores, por lo que resulta difícil apreciarlo en situaciones cotidia-

nas. Aún así, puede observarse el efecto de este fenómeno replicando el experimento planteado por Cavendish, calculando a su vez esta constante G y así comprobando su valor.

En este orden de ideas, se plantea efectuar una práctica en la cual se calcule la constante G a partir de la interacción de dos masas en una balanza de torsión, para lo cual será necesario adecuar las condiciones iniciales de manera tal que faciliten el proceso, mermando la presencia de factores externos que puedan influir en la medición como el rozamiento con el aire, corrientes de este, o fuerzas involuntarias aplicadas durante la disposición del experimento.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Calcular experimentalmente la constante de gravitación universal G .

2.2. Objetivos específicos

- Medir el ángulo de rotación de la balanza de torsión desde su posición de reposo.
- Hallar el periodo del movimiento oscilatorio de la balanza de torsión a partir del tiempo de oscilación.
- Calcular la constante κ de torsión del alambre.

3. Marco teórico

En el año 1687, Isaac Newton formulaba la Ley de Gravitación Universal [Newton (1934)], enunciando que dos masas sentían entre sí una fuerza de atracción proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a su distancia al cuadrado. Dicha ley quedaría descrita matemáticamente como:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

donde G representa la constante de gravitación universal, m_1 y m_2 representan las masas de ambos cuerpos, y r es la distancia existente entre los centros de masa.

Posteriormente, en 1873 se idearía una forma de calcular la constante G de gravitación universal partiendo de la balanza de torsión, teniendo en cuenta que, utilizando las ecuaciones pertinentes para el torque del sistema y la fuerza de atracción gravitacional, se puede obtener una expresión¹ para esta:

$$G = \frac{2\pi^2 L \theta r^2}{T^2 m_2}, \quad (2)$$

donde L es la longitud de la vara de torsión, θ el ángulo de torsión respecto al equilibrio del péndulo, r la distancia entre la masa m_1 y m_2 en el punto de equilibrio y T el periodo de oscilación. Ahora bien, para comprender la práctica es necesario aclarar, tomados de *University Physics* [Bauer and Westfall (2011)] ciertos conceptos clave:

1. **Torque:** Una fuerza puede actuar sobre un objeto extenso en un punto distante de su centro

¹www.school-for-champions.com/science/gravitation_cavendish_experiment_derivation.htm

de masa, lo cual hace que el objeto gire además de moverse linealmente. Estas consideraciones se cuantifican mediante el concepto de torque, τ . El torque es el producto vectorial de la fuerza \vec{F} y el vector de posición \vec{r} :

$$\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}, \quad (3)$$

la magnitud del torque es el producto de la magnitud de la fuerza y la distancia al eje de rotación (la magnitud del vector de posición) por el seno del ángulo entre el vector de fuerza y el vector de posición:

$$\tau = Fr \sin \alpha. \quad (4)$$

2. **Péndulo de Torsión:** Un péndulo de torsión es un alambre suspendido en forma vertical con una masa sujeta a uno de sus extremos y libre de rotar. El alambre se resiste a ser torcido, lo mismo que a la elongación y a la compresión, así es que está sometido al equivalente rotacional de la ley de Hooke:

$$\tau = -\kappa \theta, \quad (5)$$

donde κ es la constante de torsión del alambre y θ el ángulo de torsión medido desde el equilibrio.

3. **Periodo de Oscilación del Péndulo de Torsión:** El periodo de oscilación T indica el tiempo, en segundos, que tarda la oscilación del péndulo en repetirse, es decir, cuanto tiempo tarda en efectuar una oscilación. En el caso del péndulo de torsión, y para ángulos θ pequeños, es posible determinar el periodo como

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}}, \quad (6)$$

donde I indica el momento de inercia de la masa colgante del péndulo, y κ la constante de torsión.

4. Metodología

El presente estudio será abordado a través de una práctica experimental, en la cual serán utilizados algunos instrumentos como:

- Alambre.
- Vara de torsión.
- Dos masas móviles de igual peso.
- Dos masas fijas de igual peso.
- Cronómetro.
- Cinta métrica.
- Cámara de video.
- Balanza.
- Transportador.

En primera instancia, es necesario mensurar las condiciones iniciales de la práctica, por lo que se llevarán a cabo las mediciones de longitud L de la vara, así como la magnitud de las masas en consideración m_1 y m_2 . Seguido a esto se dispondrá el alambre verticalmente, de manera tal que se encuentre sujeto a alguna superficie fija en el extremo superior y, en el extremo inferior, a la vara de torsión en la longitud $L/2$, igualmente, sobre esta vara estarán ubicadas, en los extremos, las dos masas móviles m_1 . Distante y tangencial a estas, se dispondrán las masas fijas de magnitud m_2 a una distancia r medida mediante una cinta métrica.

Posterior a esto, el sistema se dejará aislado de cualquier perturbación mientras es capturado por una cámara de video, haciendo el papel de un observador en reposo, cuyo propósito será el de estimar el periodo T de oscilación, así como el ángulo θ de torsión de la vara con ayuda de un transportador de suficiente tamaño bajo el sistema. Las masas pequeñas m_1 dispuestas en la balanza deberán moverse hacia las masas mayores m_2 , generando torque sobre la vara, la cual a su vez se verá influenciada por la fuerza de restitución del péndulo de torsión (ver Eq. 5). En el instante en que ambos torques sean iguales, la vara iniciará a moverse con oscilaciones pequeñas, cuyo punto de equilibrio será el ángulo medido θ .

Una vez realizadas las mediciones pertinentes, es posible llevar a cabo el cálculo para la constante

G , descrito en la ecuación 2. Este valor será comparado con la magnitud comúnmente aceptada, $G = 6,674 \cdot 10^{-11} [\frac{N \cdot m^2}{kg^2}]$.

5. Preguntas Adicionales

- ¿Cuál es la incertidumbre en el cálculo de G ?
- ¿Qué podría mejorarse del experimento para obtener mayor precisión en las mediciones?
- ¿Qué tan acertado es demostrar la interacción gravitatoria a partir de este experimento?
- ¿Cómo podría utilizarse esta práctica para la estimación de la densidad en la Tierra?

6. Resultados Esperados

En la presenta práctica se espera apreciar adecuadamente la interacción gravitatoria entre las masas dispuestas, evitando cualquier otra interacción externa. Esto sumado al hecho de obtener un resultado con un bajo coeficiente de varianza y con una satisfactoria exactitud respecto al valor de G .

Asimismo, se busca promover el pensamiento crítico en la investigación de la física, enfatizando en la comprobación experimental de la información usualmente aceptada sin duda ni cuestionamiento, permitiendo así que los individuos puedan apreciar de primera mano el efecto gravitacional y comprender bajo un experimento replicable el valor de la constante de Gravitación Universal ampliamente aceptado, fomentando finalmente la reproducibilidad de la ciencia.

5. Referencias

- Bauer, W. and Westfall, G. D. (2011). *University physics*. McGraw-Hill New York, NY.
- Newton, I. (1934). Principia mathematica. *Book III, Lemma V, Case*, 1:1687.