

Conservación del momento lineal.

Bryan A. Berbesí - 2210701

Nicolas Mantilla - 2210707

Santiago A. Montes - 2210718

Universidad Industrial de Santander - Escuela de física

7 de agosto de 2022

Resumen

La presente práctica está enfocada en comprobar experimentalmente la conservación del momento lineal, para lo cual se llevó a cabo la colisión entre dos deslizadores de manera elástica e inelástica, haciendo uso de bandas elásticas y plastilina para tal fin. Del mismo modo, se midieron las velocidades iniciales y finales pertinentes, con el fin de calcular los momentos lineales antes y después de la colisión. De esta forma, se encontró una diferencia del momento muy baja, representando una pérdida de momento lineal de entre el 0.183 % y 10.4972 % para el choque elástico, y entre 6.4444 % y 11.9266 % para el choque inelástico. A su vez, se obtuvieron unos coeficientes de restitución e_e en la colisión elástica de entre 0.9116 y 0.9311, y un coeficiente de restitución e_i para la colisión inelástica de entre 0.0093 y 0.0130, lo cual indica una adecuada aproximación a los choques descritos durante la práctica.

1. Tratamiento de datos

La práctica fue separada en dos fases, siendo la primera orientada a los choques elásticos entre la masa m_2 dispuesta en un deslizador en reposo, y la masa m_1 dispuesta en un deslizador al que se le imprimía una velocidad inicial v_{1i} la cual era medida por uno de los fotosensores. Estas masas se variaron de forma tal que se obtuvieron 5 casos experimentales: $m_2 = m_1$, $m_2 > m_1$, $m_2 \gg m_1$, $m_2 < m_1$ y $m_2 \ll m_1$, teniendo en cuenta que en el tercer y quinto caso se realiza una aproximación al “mucho mayor/menor que” debido a las limitaciones de los instrumentos, en los cuales se logró que la masa mayor fuera máximo 2.38 veces la masa menor, estas masas son descritas en el Anexo A.

Así mismo, se procedió a efectuar cinco veces el choque elástico entre el deslizador m_1 y el deslizador m_2 , midiendo así la velocidad inicial del primer deslizador v_{1i} y las finales v_{1f} y v_{2f} (ver Anexo A), exceptuando el caso en que $m_2 = m_1$, donde $v_{1f} \approx 0[\frac{m}{s}]$. Cabe resaltar el uso de bandas elásticas en los extremos de los deslizadores con

el objetivo de garantizar una colisión elástica (ver Anexo A). Posteriormente, se llevó a cabo el cálculo del momento lineal ρ de cada velocidad registrada para ambas masas (ver Anexo B), esto con el fin de obtener una variación $\Delta\rho$ del momento en dos puntos distintos de la trayectoria, así como el porcentaje de variación del momento lineal para cada lanzamiento (ver Anexo C).

Eventualmente se desarrolló la segunda fase de la práctica, en la cual se utilizó un procedimiento similar al anterior, utilizando en este caso las mismas situaciones ejecutadas en la primera fase, exceptuando los casos donde una masa era “mucho mayor” que la otra, esto debido a que en el primer caso no se evidenció realmente una condición límite, por lo que se decidió optimizar tiempo en la práctica. De esta forma, se midió la velocidad inicial del primer deslizador al igual que las velocidades finales de ambos cuerpos al desplazarse casi como un sistema conjunto (ver Anexo A). Durante la colisión se contó con plastilina en los extremos de ambos deslizadores con el propósito de generar la colisión inelástica. En este caso se llevaron a cabo los cálculos de

momento lineal para ambas masas en cada una de las velocidades registradas (ver Anexo B), así como la variación de momento $\Delta\rho$ y el porcentaje de variación para cada lanzamiento (ver Anexo C). Cabe resaltar que los cálculos requeridos fueron realizados mediante el ambiente de programación *Jupyter Notebook*, cuyos archivos se encuentra disponibles en el repositorio del presente proyecto¹.

Partiendo de las velocidades y masas en cada una de las colisiones realizadas, se efectuó el cálculo de los coeficientes de restitución e , relacionando las velocidades iniciales con las finales [Bauer and Westfall (2011)]. Teniendo en cuenta que el deslizador de masa m_2 parte del reposo ($v_{2i} = 0$):

$$e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i}}, \quad (1)$$

para el cual se halla a su vez los promedios, desviaciones estándar y coeficientes de variación correspondientes a cada situación (ver Anexo D). De igual forma, es imprescindible conocer el error de estas medidas, llevando a cabo la propagación de errores mediante el método de derivadas parciales [Miguel and Jose (2009)].

2. Análisis de resultados

Una vez efectuados los cálculos previamente descritos, es posible verificar la conservación del momento lineal a través de las masas y las velocidades antes y después de la colisión, así como la fiabilidad de la práctica en torno a los resultados y los errores correspondientes obtenidos en las diferentes fases planteadas.

En este sentido, en la primera fase, se evidencia una velocidad v_{1f} del deslizador con masa m_1 , la cual tiene una dirección opuesta a la inicial cuando su masa es inferior al la del deslizador de masa m_2 , mientras que al ser superior, la velocidad v_{1f} se presenta en el mismo sentido. Por otra parte, al ser ambas masas iguales, la velocidad v_{1f} es lo suficientemente menor como para no entrar en la resolución de la medición, considerándose por ende nula. De igual forma, se presentaron

variaciones del momento lineal muy mínimas para todas las colisiones realizadas en las distintas disposiciones de masas empleadas, estando estas entre $\Delta\rho = 0.0003[\frac{kg \cdot m}{s}]$ y $\Delta\rho = 0.0112[\frac{kg \cdot m}{s}]$, mientras el porcentaje de variación se encuentra entre $\% \Delta\rho = 0.1830\%$ y $\% \Delta\rho = 10.4972\%$ (ver Anexo C). A su vez, el error calculado para el momento lineal ρ es a lo sumo, para los choques elástico e inelástico, $0.0001[\frac{kg \cdot m}{s}]$, lo cual es un valor suficientemente mínimo para despreciarlo.

Por otra parte, en la segunda fase, las velocidades v_{1f} y v_{2f} presentan valores muy cercanos, indicando una adecuada aproximación al choque inelástico, en el cual ambos deslizadores se mueven como un único sistema conjunto después del choque. Esta similitud también se evidencia en los momentos lineales calculados para ambos cuerpos tras la colisión, cuya suma resulta muy cercana, aunque menor que en el caso elástico, al momento del primer deslizador que inicialmente se desplaza con velocidad v_{1i} , esto se refleja en la variación del momento el cual se encuentra entre $\Delta\rho = 0.0058[\frac{kg \cdot m}{s}]$ y $\Delta\rho = 0.0196[\frac{kg \cdot m}{s}]$, mientras el porcentaje de variación se halla entre $\% \Delta\rho = 6.4444\%$ y $\% \Delta\rho = 11.9266\%$ (ver Anexo C).

Asimismo, los cálculos de los coeficientes de restitución muestran, para el caso de la colisión elástica, un mínimo de $\bar{e}_e = 0.9116$, y la colisión inelástica presenta un máximo de $\bar{e}_i = 0.0130$, siendo estos muy próximos a los coeficientes de restitución teóricos, los cuales son de $e_e = 1$ y $e_i = 0$. Del mismo modo, se presentó un coeficiente de variación $\%CV_e$ entre 0.7733% y 1.7434% para las colisiones elásticas, y entre 10.4% y 32.3077% para los choques inelásticos. Cabe destacar que el error calculado para el coeficiente e_e es menor al 0.15% , mientras que para el coeficiente e_i es menor al 6.1% , valores suficientemente mínimos para confiar en la estimación.

3. Conclusiones

Primeramente se encontró una gran similitud entre el momento lineal del sistema antes y después

¹<https://github.com/Vendetta0462/LabFisica1>

de la colisión, indicando una buena aproximación a su conservación durante la misma. Esto puede evidenciarse tanto en los choques elásticos como inelásticos, en donde, en el primero una parte del momento del deslizador m_1 se transmite al deslizador m_2 inicialmente en reposo, adquiriendo este una velocidad v_{2f} mayor o menor en relación las masas de los cuerpos, quedando el deslizador m_1 con una velocidad v_{1f} . En este sentido, mientras mayor sea la masa del deslizador m_2 en comparación a m_1 , la velocidad que este presenta resulta menor que en los casos en que su masa sea menor.

Otro aspecto fundamental, resulta en la velocidad final v_{1f} , la cual es prácticamente nula en caso de presenciar la misma masa en ambos deslizadores, y negativa cuando su masa es menor, lo cual indica un desplazamiento en el sentido contrario al inicial. Por otra parte cuando la masa m_2 es menor, la velocidad v_{1f} resulta con signo positivo en esta ocasión, puesto que se moviliza en la misma dirección de su movimiento inicial. Tales comportamientos fueron igualmente presenciados para el caso en que una de las masas era “mucho mayor”, donde el módulo de la velocidad resulta menor para dicha masa; o “mucho menor” que la otra, donde el módulo de la velocidad resulta mayor; debido a que no se contó con una masa que representase una significativa superioridad relativa, imposibilitando el estudio de los casos límite.

Teniendo en cuenta que las diferencias de momento lineal antes y después de la colisión no superan el 10.4972 % y 11.9266 % para el caso elástico e inelástico respectivamente, es posible validar parcialmente una conservación, teniendo en cuenta que fueron las máximas diferencias presenciadas en relación a las demás, siendo pocos aquellos valores cercanos a este.

Para el caso de las colisiones inelásticas, se presenció la misma conservación del momento en la colisión, para el cual ambos deslizadores adquirieron una velocidad final aproximadamente igual. Sin embargo, al comparar la variación de momento lineal en cada uno de los choques, es posible evidenciar que en las colisiones inelásticas

se presentó una pérdida porcentual mayor de dicha magnitud. Además, se observó que durante la colisión, existe una parte del momento de ambos deslizadores que se presenta de forma vertical, disminuyendo así el momento total del sistema; este movimiento vertical puede deberse a que los accesorios en donde se dispuso la plastilina no estaban correctamente alineados, obteniendo un impacto en el eje vertical antes de que se adhirieran los cuerpos; dicho efecto, sumado a otros factores externos del sistema tomado en consideración, ofrecen una explicación a la energía disipada durante el movimiento.

Asimismo, los coeficientes de restitución obtenidos en las colisiones presentaron un acercamiento notorio al característico de un choque elástico e inelástico. Esto muestra un adecuado procedimiento en cuanto a la ejecución de ambas clases de colisiones.

Resultaría apropiado realizar futuras prácticas similares en las cuales se lleve a cabo un control de la velocidad inicial del deslizador, con el fin de contar con las mismas condiciones, y así obtener un análisis mejor fundamentado. Similarmente, se recomienda el uso de masas superiores, con el fin de estudiar más adecuadamente los casos límite.

Finalmente, cabe resaltar la importancia de la práctica en el laboratorio, con el fin de mejorar las habilidades experimentales al abordar el estudio de las colisiones elásticas e inelásticas, así como la interpretación de las distintas variables físicas que participan en él, cuyo tratamiento y obtención fue facilitado por el ambiente de programación *Jupyter Notebook*.

4. Referencias

- Bauer, W. and Westfall, G. D. (2011). *University physics*. McGraw-Hill New York, NY.
- Miguel, A. H. M. and Jose, M. (2009). *Laboratorio de física*. Pearson Prentice Hall.

5. Anexos

5.1. Anexo A

		1	2	3	4	5
$m_2 = m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2738	0.3170	0.3042	0.2354	0.2706
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2567	0.2976	0.2831	0.2170	0.2508
$m_2 > m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.6216	0.5267	0.5985	0.6770	0.6864
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	-0.0599	-0.0487	-0.0586	-0.0622	-0.0694
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.5053	0.4345	0.4905	0.5519	0.5664
$m_2 \gg m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.5228	0.3332	0.2495	0.4134	0.5062
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	-0.1926	-0.1216	-0.0894	-0.1496	-0.1790
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2908	0.1818	0.1315	0.2315	0.2843
$m_2 < m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.4929	0.5333	0.5901	0.7259	0.9714
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.0764	0.0705	0.0927	0.1004	0.1344
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.5274	0.5766	0.6333	0.7748	1.0166
$m_2 \ll m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.7024	0.5772	0.5686	0.5892	0.5941
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2936	0.2438	0.2390	0.2453	0.2435
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.9396	0.7753	0.7603	0.7878	0.7988

Cuadro 1: Mediciones de las velocidades iniciales y finales registradas para cada deslizador durante las cinco colisiones elásticas a partir de los cinco casos planteados donde variaba la relación entre las masas m_1 y m_2 . Las velocidades fueron medidas con una resolución de $0.0001 \left[\frac{m}{s} \right]$, mientras que las masas fueron calibradas por una balanza con resolución $0.0001 [kg]$. Las masas utilizadas fueron $0.2177 [kg]$ para masas iguales, $0.2777 [kg]$ para una masa mayor o menor que la otra y $0.5177 [kg]$ para masas mucho mayor o menor que el otro cuerpo, siendo estas dos últimas comparadas con la masa de $0.2177 [kg]$

		1	2	3	4	5
$m_2 = m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.5341	0.4133	0.6975	0.7731	0.6539
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2453	0.1905	0.3201	0.3380	0.2882
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2492	0.1960	0.3247	0.3451	0.2947
$m_2 > m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.5404	0.5340	0.5181	0.6884	0.6509
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2115	0.1983	0.2021	0.2623	0.2467
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.2196	0.2077	0.2055	0.2703	0.2560
$m_2 < m_1$	$v_{1i} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.6026	0.5965	0.6457	0.6128	0.4829
	$v_{1f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.3067	0.3032	0.3293	0.3034	0.2463
	$v_{2f} \left[\frac{m}{s} \right]$	0.3150	0.3111	0.3364	0.3104	0.2527

Cuadro 2: Mediciones de las velocidades iniciales y finales registradas para cada deslizador durante las cinco colisiones inelásticas a partir de los tres casos planteados donde variaba la relación entre las masas m_1 y m_2 . Las velocidades fueron medidas con una resolución de $0.0001 \left[\frac{m}{s} \right]$, mientras que las masas fueron calibradas por una balanza con resolución $0.0001 [kg]$. Las masas utilizadas se expresan en la primera tabla del Anexo A.

5.2. Anexo B

		1	2	3	4	5
$m_2 = m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0596	0.0690	0.0662	0.0512	0.0589
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0559	0.0648	0.0616	0.0472	0.0546
$m_2 > m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1353	0.1147	0.1303	0.1474	0.1494
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	-0.0130	-0.0106	-0.0128	-0.0135	-0.0151
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1403	0.1207	0.1362	0.1533	0.1573
$m_2 \gg m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1138	0.0725	0.0543	0.0900	0.1102
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	-0.0419	-0.0265	-0.0195	-0.0326	-0.0390
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1505	0.0941	0.0681	0.1198	0.1472
$m_2 < m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1369	0.1481	0.1639	0.2016	0.2698
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0212	0.0196	0.0257	0.0279	0.0373
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1148	0.1255	0.1379	0.1687	0.2213
$m_2 \ll m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.3636	0.2988	0.2944	0.3050	0.3076
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1520	0.1262	0.1237	0.1270	0.1261
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.2046	0.1688	0.1655	0.1715	0.1739

Cuadro 3: Tabla de datos de los momentos lineales ρ en los deslizadores antes y después de la colisión elástica, para cada una de las variaciones de las masas m_1 y m_2 , las cuales fueron ya descritas en el Anexo A.

		1	2	3	4	5
$m_2 = m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1163	0.0900	0.1518	0.1683	0.1424
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0534	0.0415	0.0697	0.0736	0.0627
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0543	0.0427	0.0707	0.0751	0.0642
$m_2 > m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1176	0.1163	0.1128	0.1499	0.1417
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0460	0.0432	0.0440	0.0571	0.0537
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0610	0.0577	0.0571	0.0751	0.0711
$m_2 < m_1$	$\rho_{1i} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.1673	0.1656	0.1793	0.1702	0.1341
	$\rho_{1f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0852	0.0842	0.0914	0.0843	0.0684
	$\rho_{2f} \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right]$	0.0686	0.0677	0.0732	0.0676	0.0550

Cuadro 4: Tabla de datos de los momentos lineales ρ antes y después de las colisiones inelásticas, para cada una de las variaciones de masa m_1 y m_2 , las cuales fueron descritas en el Anexo A.

5.3. Anexo C

	Choque Elástico					Choque Inelástico		
	$\Delta\rho_1[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_2[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_3[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_4[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_5[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_1[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_2[\frac{kg\cdot m}{s}]$	$\Delta\rho_3[\frac{kg\cdot m}{s}]$
1	0.0037	0.0080	0.0052	0.0009	0.0070	0.0086	0.0106	0.0135
2	0.0042	0.0046	0.0049	0.0030	0.0038	0.0058	0.0154	0.0137
3	0.0046	0.0069	0.0057	0.0003	0.0052	0.0114	0.0117	0.0147
4	0.0040	0.0076	0.0028	0.0050	0.0065	0.0196	0.0177	0.0183
5	0.0043	0.0072	0.0020	0.0112	0.0076	0.0155	0.0169	0.0107

Cuadro 5: Tabla de diferencias de momentos lineales $\Delta\rho$ en los choques elásticos e inelásticos, para cada una de las variaciones de masas indicadas por los subíndices de las diferencias $\Delta\rho$ indicando los 5 casos: $m_2 = m_1$, $m_2 > m_1$, $m_2 \gg m_1$, $m_2 < m_1$ y $m_2 \ll m_1$ respectivamente.

	Choque Elástico					Choque Inelástico		
	$\Delta\rho_1[\%]$	$\Delta\rho_2[\%]$	$\Delta\rho_3[\%]$	$\Delta\rho_4[\%]$	$\Delta\rho_5[\%]$	$\Delta\rho_1[\%]$	$\Delta\rho_2[\%]$	$\Delta\rho_4[\%]$
1	6.2081	5.9128	4.5694	0.6574	1.9252	7.3947	9.0136	8.0693
2	6.0870	4.0105	6.7586	2.0257	1.2718	6.4444	13.2416	8.2729
3	6.9486	5.2955	10.4972	0.1830	1.7663	7.5099	10.3723	8.1985
4	7.8125	5.1560	3.1111	2.4802	2.1311	11.6459	11.8079	10.7521
5	7.3005	4.8193	1.8149	4.1512	2.4707	10.8848	11.9266	7.9791

Cuadro 6: Diferencia porcentual de los momentos lineales $\Delta\rho$ en cada uno de los choques elásticos e inelásticos, para cada una de las variaciones de masa indicadas por los subíndices de las diferencias $\Delta\rho$, explicadas en la primera tabla del Anexo C

5.4. Anexo D

	Choque Elástico					Choque Inelástico		
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_1	e_2	e_4
1	0.9375	0.9093	0.9246	0.9150	0.9197	0.0073	0.0150	0.0138
2	0.9388	0.9174	0.9106	0.9490	0.9208	0.0133	0.0176	0.0132
3	0.9306	0.9175	0.8854	0.9161	0.9168	0.0066	0.0066	0.0110
4	0.9218	0.9071	0.9219	0.9291	0.9207	0.0092	0.0116	0.0114
5	0.9268	0.9263	0.9153	0.9082	0.9347	0.0099	0.0143	0.0133
\bar{e}	0.9311	0.9155	0.9116	0.9235	0.9225	0.0093	0.0130	0.0125
S_e	0.0072	0.0076	0.0156	0.0161	0.0070	0.0026	0.0042	0.0013
$CV_e[\%]$	0.7733	0.8301	1.7113	1.7434	0.7588	27.9570	32.3077	10.4000

Cuadro 7: Valores de los coeficientes de restitución e calculados en cada uno de los choques elástico e inelásticos, para cada una de las variaciones de masa indicadas por los subíndices de los coeficientes e explicadas en la primera tabla del Anexo C. Además, se presentan los promedios \bar{e} , las desviaciones estándar S_e y los coeficientes de variación CV_e de los datos de cada caso.