Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

СБОРНИК
программ и заданий

Физтех-школа электроники, фотоники и молекулярной физики (ФЭФМ)

для студентов 1 курса
на весенний семестр
2024–2025 учебного года

МОСКВА
МФТИ
2025

Сборник программ и заданий для студентов 1 курса на весенний семестр 2024–2025 учебного года. **Физтех-школа электроники, фотоники и молекулярной физики (ФЭФМ)**. – Москва : МФТИ, 2025. – 40 с.

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
16 января 2025 года

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Общая физика: термодинамика и молекулярная физика**
по направлению подготовки:
03.03.01 «Прикладные математика и физика»
16.03.01 «Техническая физика»
27.03.03 «Системный анализ и управление»
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»
физтех-школа: **для всех физтех-школ, кроме ФБВТ, ВШПИ**
кафедра: **общей физики**
курс: 1
семестр: 2

лекции – 30 часов
практические (семинарские) занятия – 30 часов
лабораторные занятия – 60 часов

Экзамен – 2 семестр
Диф. зачёт – 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 120

Самостоятельная работа:
теор. курс – 90 часов
физ. практикум – 75 часов

Программу и задание составили:
к.ф.-м.н., доц. Л. М. Колдунов
к.ф.-м.н., доц. П. В. Попов
доц. М. А. Савров
к.ф.-м.н., доц. Д. И. Холин
к.ф.-м.н., доц. И. С. Юдин

Программа принята на заседании кафедры общей физики 27 ноября 2024 г.

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор
А. В. Гавриков

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Основные понятия, задачи и методы молекулярной физики. Макроскопические параметры, термодинамическая система, термодинамические параметры, термодинамическое равновесие. Нулевое начало термодинамики. Термическое и калорическое уравнения состояния.

Идеальный газ. Связь давления идеального газа с кинетической энергией молекул. Уравнение состояния идеального газа. Внутренняя энергия идеального газа. Идеально-газовое определение температуры.

Работа, внутренняя энергия, теплота. Первое начало термодинамики. Теплоёмкость. Теплоёмкости при постоянном объёме и постоянном давлении, соотношение Майера для идеального газа. Адиабатический и политропический процессы. Адиабата и политропа идеального газа.

Скорость звука в газах.

2. Циклические процессы. Тепловые машины. КПД тепловой машины. Цикл Карно. Теоремы Карно. Холодильная машина и тепловой насос. Обратимые и необратимые процессы. Второе начало термодинамики. Эквивалентные формулировки второго начала. Неравенство Клаузиуса.

Термодинамическое определение энтропии. Изменение энтропии в обратимых и необратимых процессах, закон возрастания энтропии. Энтропия идеального газа. Неравновесное расширение идеального газа в пустоту.

3. Термодинамические функции и их свойства. Термодинамические потенциалы: внутренняя энергия, энтальпия, свободная энергия, энергия Гиббса. Преобразования термодинамических функций. Соотношения Максвелла.

Максимальная работа системы при контакте с термостатом. Максимальная полезная работа системы.

4. Применение термодинамических потенциалов. Термодинамика излучения. Адиабатическое растяжение резинового и металлического стержней. Тепловое расширение твёрдых тел.

Поверхностные явления. Краевые углы, смачивание и несмачивание. Формула Лапласа. Свободная и внутренняя энергия поверхности.

5. Фаза и агрегатное состояние. Классификация фазовых переходов (I и II рода). Экстенсивные и интенсивные величины. Химический потенциал. Условия равновесия фаз для переходов I рода. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Кривая фазового равновесия «жидкость–пар», зависимость давления насыщенного пара от температуры.

Фазовые диаграммы. Тройная точка. Диаграмма состояния «лёд–вода–пар». Критическая точка.

Метастабильные состояния. Перегретая жидкость и переохлаждённый пар. Зависимость давления пара от кривизны поверхности жидкости. Кипение. Роль зародышей в образовании фазы.

6. Газ Ван-дер-Ваальса как модель реального газа. Внутренняя энергия и энтропия газа Ван-дер-Ваальса. Изотермы газа Ван-дер-Ваальса и их связь с изотермами реальной системы. Правило Максвелла. Правило рычага. Критические параметры и приведённое уравнение состояния. Адиабата газа Ван-дер-Ваальса. Неравновесное расширение газа Ван-дер-Ваальса в пустоту.

7. Уравнение Бернулли. Изоэнтропическое течение идеального газа, истечение газа из отверстия. Эффект Джоуля–Томсона, температура инверсии.

8. Элементы теории вероятностей. Дискретные и непрерывные случайные величины, плотность вероятности. Условие нормировки. Средние величины и дисперсия. Независимые случайные величины. Нормальный закон распределения. Зависимость дисперсии суммы независимых слагаемых от их числа («закон $\sqrt{N}$»).

9. Распределение Максвелла: распределения частиц по компонентам скорости и абсолютным значениям скорости. Наиболее вероятная, средняя и среднеквадратичная скорости. Распределение Максвелла по энергиям.

Элементы молекулярно-кинетической теории. Плотность потока частиц, движущихся в заданном направлении. Среднее число и средняя энергия частиц, вылетающих в вакуум через малое отверстие в сосуде.

Распределение Больцмана в поле внешних сил. Барометрическая формула. Распределение Максвелла–Больцмана.

10. Элементы статистической физики классических идеальных систем. Фазовое пространство, макро- и микросостояния, статистический вес макросостояния. Статистическое определение энтропии. Статистическая сумма. Аддитивность энтропии независимых подсистем. Закон возрастания энтропии. Третье начало термодинамики (теорема Нернста). Понятие о каноническом распределении Гиббса. Распределение Гиббса – Больцмана для идеального газа.

Зависимость статистического веса и энтропии от числа частиц в системе. Изменение энтропии при смешении газов, парадокс Гиббса.

11. Приложения статистической физики. Классическая теория теплоёмкостей: закон равномерного распределения энергии теплового движения по степеням свободы. Теплоёмкость кристаллов: закон Дюлонга–Пти. Элементы квантовой теории теплоёмкостей. Замораживание степеней свободы, характеристические температуры. Зависимость теплоёмкости C_V газов от температуры.

Статистическая температура. Свойства двухуровневой системы, инверсная заселённость.

12. Флуктуации. Связь вероятности флуктуации с изменением энтропии системы. Флуктуации аддитивных величин, зависимость флуктуаций от числа частиц. Флуктуация числа частиц в выделенном объёме. Флуктуация энергии системы в жёсткой термостатированной оболочке. Флуктуация объёма в изотермическом и адиабатическом процессах. Влияние флуктуаций на чувствительность измерительных приборов.

13. Столкновения. Эффективное газокинетическое сечение. Длина свободного пробега. Распределение молекул по длинам свободного пробега. Число столкновений молекул в единице объёма.

Явления молекулярного переноса: диффузия, теплопроводность, вязкость. Законы Фика, Фурье и Ньютона. Коэффициенты переноса в газах. Уравнение диффузии и теплопроводности. Стационарные и квазистационарные распределения концентрации и температуры.

14. Диффузия как процесс случайных блужданий. Задача о случайных блужданиях, среднеквадратичное смещение частицы при большом числе шагов. Закон Эйнштейна–Смолуховского. Расплывание облака частиц. Скорость распространения температуры, температуропроводность.

Броуновское движение макроскопических частиц. Связь подвижности частицы и коэффициента диффузии облака частиц (соотношение Эйнштейна).

15. Явления переноса в разреженных газах. Эффект Кнудсена (эффузия). Течение разреженного газа по прямолинейной трубе. Зависимость коэффициента теплопроводности разреженного газа от давления.

16. *Элементы неравновесной термодинамики. Открытые системы. Локальное термодинамическое равновесие. Термодинамические силы и потоки, соотношения взаимности Онзагера, перекрёстные термодинамические явления: термодиффузия, термоэлектрический эффект, термомеханический и механокалорический эффекты. Производство энтропии, принцип минимума производства энтропии. Нелинейная термодинамика, динамические структуры, "порядок из хаоса" (ячейки Бенара, реакция Белоусова – Жаботинского).

Список литературы

<u>*Основная*</u>

1. *Кириченко Н.А.* Термодинамика, статистическая и молекулярная физика. Москва : Физматкнига, 2012.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. Москва : Физматлит, 2021.
3. *Овчинкин В.А.* Лекции по термодинамике и молекулярной физике. Москва : Физматкнига, 2023.
4. *Лабораторный практикум* по *общей физике.* В 3-х томах. Т. 1. Термодинамика и молекулярная физика. / под ред. А. Д. Гладуна. Москва : МФТИ, 2012.URL: https://books.mipt.ru/book/301230 (дата обращения 14.12.2024)
5. *Сборник задач по общему курсу физики.* Ч. 1 / под ред. В. А. Овчинкина. 5-е изд., испр. и доп. Москва : Физматкнига, 2023.

<u>*Дополнительная*</u>

1. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика / под ред. Ю. М. Ципенюка. Ч. V. Гл. 1–4. Москва : Физматлит, 2007.
2. *Белонучкин В.Е.* Краткий курс термодинамики. Москва : МФТИ, 2010. URL: https://books.mipt.ru/book/301786 (дата обращения 14.12.2024)
3. *Щёголев И.Ф.* Элементы статистической механики, термодинамики и кинетики. Москва : Янус, 1996; Москва : Интеллект, 2008.
4. *Базаров И.П.* Термодинамика. Москва : Высшая школа, 1991.
5. *Рейф Ф.* Статистическая физика (Берклеевский курс физики). Т. 5. Москва : Наука, 1986.
6. *Калашников Н.П., Смондырев М. А.* Основы физики. Т. 1. Москва : Лаборатория знаний, 2021.

<u>*Литература для самостоятельного изучения*</u>

1. *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. Москва : Мир, 2002.
2. *Корявов В.П.* Методы решения задач в общем курсе физики. Термодинамика и молекулярная физика. Москва : Высшая школа, 2013.
3. *Прут Э.В., Кленов С.Л., Овсянникова О.Б.* Введение в теорию вероятностей в молекулярной физике. Москва : МФТИ, 2002.
4. *Прут Э.В., Кленов С.Л., Овсянникова О.Б.* Элементы теории флуктуаций и броуновского движения в молекулярной физике. Москва : МФТИ, 2002.
5. *Прут Э.В.* Теплофизические свойства твёрдых тел. Москва : МФТИ, 2012.
6. *Булыгин В.С.* Теоремы Карно. Москва : МФТИ, 2018. URL: https://books.mipt.ru/book/300535 (дата обращения 14.12.2024)
7. *Булыгин* В.С. Теплоёмкость и внутренняя энергия газа Ван-дер-Ваальса. Москва : МФТИ, 2018. URL: https://books.mipt.ru/book/300936 (дата обращения 14.12.2024)
8. *Булыгин В.С.* Некоторые задачи теории теплопроводности. Москва : МФТИ, 2006. URL: https://books.mipt.ru/book/301938. (дата обращения 14.12.2024)

9. Булыгин В.С. Теплоёмкость идеального газа. Москва : МФТИ, 2019. URL: https://books.mipt.ru/book/301067. (дата обращения 14.12.2024)
10. *Попов П.В.* Диффузия. Ч. 1. Москва : МФТИ, 2016. Элементарная теория: учебно-методическое пособие по курсу "Общая физика". Москва : МФТИ, 2016. URL: https://books.mipt.ru/book/301230. (дата обращения 14.12.2024)
11. *Попов П.В.* Диффузия. Ч. 2. Случайные блуждания: учебно-методическое пособие по курсу "Общая физика". Москва : МФТИ, 2016. URL: https://books.mipt.ru/book/301901. (дата обращения 14.12.2024)

Электронные ресурсы

Методические материалы кафедры общей физики:
https://mipt.ru/institute-departments/kafedra-obshchey-fiziki/2-semestr/metodics

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ

для студентов 1-го курса на весенний семестр 2024/2025 учебного года

Дата	№ нед.	Тема семинарских занятий	Задачи		
			0	I	II
1–7 февр.	1	Первое начало термодинамики. Теплоёмкость. Адиабатический и политропический процессы.	^{0}1 ^{0}2 ^{0}3	1.40 1.54 1.87 2.6	1.100 Т1 1.75 1.83
8–14 февр.	2	Тепловые машины. Второе начало термодинамики. Изменение энтропии в обратимых процессах.	^{0}4 ^{0}5 ^{0}6	3.25 3.43 Т2 4.80	3.52 3.47 4.15 4.73
15–21 февр.	3	Изменение энтропии в необратимых процессах. Термодинамические потенциалы.	^{0}7 ^{0}8 ^{0}9	4.75 4.43+44 5.75 5.38	4.47 Т3 5.32 5.54
22–28 февр.	4	Преобразования термодинамических функций. Поверхностное натяжение.	1.3 ^{0}10 ^{0}11 ^{0}12	5.16 5.28 12.8 5.42	5.63 Т4 12.9 12.38
29 февр. – 6 мар.	5	Фазовые превращения. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Кипение.	^{0}13 ^{0}14 ^{0}15	11.29 11.16 11.34 12.51	Т5 11.74 11.78 12.48
7–13 мар.	6	Реальные газы. Течение газов. Эффект Джоуля–Томсона.	^{0}16 ^{0}17 ^{0}18	Т6 6.52 2.11 6.68+69	6.41 6.73 6.87 2.20

14–20 мар.	**7**	Контрольная работа по 1-му заданию (по группам).			
21–27 мар.	**8**	Сдача 1-го задания.			
28 мар. –3 апр.	**9**	Основы молекулярно-кинетической теории. Распределение Максвелла.	^{0}19 ^{0}20 7.52	7.18 7.14 7.20 7.27	7.70 7.16 7.53 7.67
4–10 апр.	**10**	Основы молекулярно-кинетической теории. Распределение Больцмана.	^{0}21 8.1 ^{0}22	7.40 8.11 8.55 8.14	7.81 Т7 8.74 8.25
11–17 апр.	**11**	Элементы статистической физики. Теория теплоёмкостей. Статистический смысл энтропии.	^{0}23 ^{0}24 ^{0}25	8.58+59 8.52 Т9 9.45	Т8 8.70 8.61 9.46
18–24 апр.	**12**	Флуктуации	^{0}26 ^{0}27 ^{0}28	9.6 9.8 9.28 9.11	9.40 9.31 9.35
25 апр.– –1 мая.	**13**	Столкновения, длина свободного пробега. Явления переноса.	10.2 ^{0}29 ^{0}30 ^{0}31	10.15 10.36 10.106 Т10	10.8 Т11 10.16 10.143 10.25
2–8 Мая	**14**	Броуновское движение. Течение газов. Явления в разреженных газах.	^{0}32 ^{0}33 ^{0}34 ^{0}35	Т12 10.92 10.68+69 10.120	Т13 10.30 10.54 10.77
10–22 мая	**15/16**	Сдача 2-го задания.			

Примечание

Номера задач указаны по Сборнику задач по общему курсу физики. Ч. 1. Механика, термодинамика и молекулярная физика / под ред. В.А. Овчинкина (5-е изд., испр. и доп.). Москва : Физматкнига, 2023.

Все задачи обязательны для сдачи задания, их решения должны быть представлены преподавателю на проверку. В каждой теме семинара задачи разбиты на 3 группы:

0 — задачи, которые студент должен решать заранее при подготовке к семинару;

I — задачи, рекомендованные для разбора на семинаре;

II — задачи для самостоятельного решения.

Задачи 0 группы

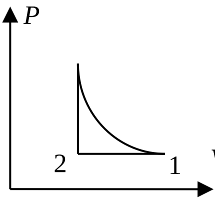
1. В комнате объёмом V в течение некоторого времени был включён нагреватель. В результате температура воздуха увеличилась от T_1 до T_2. Давление в комнате не изменилось. Найти изменение внутренней ΔU энергии воздуха, содержащегося в комнате.

2. Найти работу, которую совершает моль воздуха, расширяясь от объёма V_0 до $V_1 = 2V_0$ в изотермическом процессе при комнатной температуре.

Ответ: 1,7 кДж.

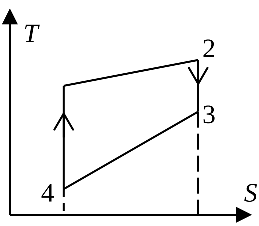
3. Температура воздуха равна $T = 273$ К. Найти изменение скорости звука при изменении температуры на $\Delta T = 1$ К.

Ответ: $\Delta c_s \approx \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T} c_s = 0{,}61$ м/с.



4. Вычислить КПД цикла, состоящего из изобарного сжатия, изохорного нагревания и адиабатического расширения, если отношение максимального и минимального объёмов равно 2. Рабочее тело – двухатомный идеальный газ.

Ответ: 0,15.



5. Тепловая машина с неизвестным веществом в качестве рабочего тела совершает обратимый термодинамический цикл, представленный на рисунке в координатах *TS*. $T_2 = \frac{3}{2}T_1$, $T_3 = \frac{3}{4}T_1$, $T_4 = \frac{1}{20}T_1$. Найти КПД цикла.

Ответ: 0,68.

6. Идеальная тепловая машина, работающая по обратному циклу (тепловой насос), отбирает от первого резервуара 65 Дж теплоты и передаёт количество теплоты 80 Дж второму резервуару при $T = 320$ К. Определить температуру первого резервуара.

Ответ: 260 К.

7. Два теплоизолированных сосуда равного объёма соединены трубкой с краном. В одном сосуде содержится 10 г водорода H_2, второй откачан до высокого вакуума. Кран открывают и газ расширяется на весь объём. Считая газ идеальным, найти изменение его энтропии к моменту установления равновесия.

Ответ: $\Delta S = 28{,}8$ Дж/К.

8. Кусок льда массой 90 г, имеющий температуру 0 °С, положили в пустую алюминиевую кастрюлю массой 330 г, нагретой до 100 °С. Пренебрегая теплообменом с окружающей средой, найти изменение энтропии системы к моменту установления равновесия. Теплота плавления льда 330 Дж/г, теплоёмкость алюминия 0,9 Дж/(г · К).

Ответ: $\Delta S = 16{,}1$ Дж/К.

9. Найти изменение свободной энергии ΔF и термодинамического потенциала Гиббса ΔG для 1 кг водяного пара при изотермическом ($T = 298$ К) увеличении давления от 1,0 до 2,0 мбар. Водяной пар считать идеальным газом.

Ответ: $\Delta G = \Delta F = 95{,}4$ кДж.

10. Уравнение состояния резиновой полосы имеет вид $f = aT\left[\frac{l}{l_0} - \left(\frac{l_0}{l}\right)^2\right]$, где f – натяжение, a = 1,3·10^{-2} Н/К, l – длина полосы, длина недеформированной полосы $l_0 = 1$ м. Найти изменение свободной и внутренней энергии резины при её изотермическом растяжении до $l_1 = 2$ м. Температура T = 300 К.

Ответ: ΔF =3,9 Дж, ΔU =0.

11. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы разделить сферическую каплю масла массой m = 1 г на капельки диаметром d = 2·10^{-4} см, если процесс дробления изотермический. Поверхностное натяжение масла $\sigma = 26$ дин/см, плотность масла $\rho = 0{,}9$ г/см^3.

Ответ: 8,7·10^5 эрг.

12. На какую высоту поднимается вода между двумя плоскими параллельными пластинами, расстояние между которыми $h = 0{,}1$ мм, если краевой угол смачивания $\theta = 60°$. Поверхностное натяжение воды $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Ответ: 7,5 см.

13. Молярная теплота парообразования воды в точке кипения при t = 100 °С равна $\Lambda = 40{,}7$ кДж/моль. Считая водяной пар идеальным газом, найти разность молярных внутренних энергий жидкой воды и водяного пара при данной температуре.

Ответ: $u_{п} - u_{ж} = 37{,}6$ кДж/моль.

14. Определить температуру кипения воды на вершине Эвереста, где атмосферное давление составляет 250 мм рт. ст. Теплоту парообразования воды считать не зависящей от температуры и равной $\Lambda = 2{,}28$ кДж/г.

Ответ: 71 °С.

15. Оценить относительный перепад давления $\Delta P/P$ паров воды на высоте подъёма воды в полностью смачиваемом капилляре диаметром d = 1 мкм. Поверхностное натяжение $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м, температура $t = 20$ °С.

Ответ: $\Delta P/P \approx 2 \cdot 10^{-3}$.

16. Во сколько раз давление газа Ван-дер-Ваальса больше его критического давления, если известно, что его объём в 5 раз, а температура в 5,7 раза больше критических значений этих величин?

Ответ: $\pi = 3{,}14$.

17. Найти изменение энтропии идеального газа, подвергнутого дросселированию через пористую перегородку, если начальное давление равно $P_1 = 4$ атм, конечное $P_2 = 1$ атм.

Ответ: 11,5 Дж/К.

18. Оценить максимально возможную скорость истечения воздуха при нормальных условиях через отверстие, выходящее в вакуум.

Ответ: 740 м/с.

19. Скорости частиц с равной вероятностью принимают все значения от 0 до v_0. Определить среднюю и среднеквадратичную скорости частиц, а также абсолютную и относительную среднеквадратичные флуктуации скорости.

Ответ: $0{,}5v_0$; $v_0/\sqrt{3}$; $v_0/2\sqrt{3}$; $1/\sqrt{3}$.

20. Найти наиболее вероятную, среднюю и среднеквадратичную скорости молекул азота при T = 300 К. Сравнить полученные значения со скоростью звука.

Ответ: $v_{\text{н.в.}} = 421$ м/с, $v_{\text{ср}} = 476$ м/с, $v_{\text{кв}} = 517$ м/с; $c_{\text{зв}} = 353$ м/с.

21. Определить, на какой высоте в изотермической атмосфере её плотность уменьшится в 5 раз, если на высоте 5,5 км она уменьшается в 2 раза.

Ответ: 12,8 км.

22. Молекула может находиться на двух энергетических уровнях: основном и возбуждённом. Разность энергий между ними составляет $\Delta E = 6{,}0 \cdot 10^{-21}$ Дж. Какова доля молекул, находящихся в возбуждённом состоянии при $t = 250$ °С?

Ответ: 0,3.

23. Определить температуру, при которой средняя поступательная энергия молекулы H_2 будет равна энергии возбуждения её первого вращательного уровня. Расстояние между атомами равно $d = 0{,}74 \cdot 10^{-8}$ см.

Ответ: 116 К.

24. Собственная частота колебаний атомов в молекуле Cl_2 равна 10^{14} с$^{-1}$. Оценить характеристическую температуру, выше которой колебательную теплоёмкость молекулы можно рассчитывать по классической теории. Какова будет при этом молярная теплоёмкость газа?

Ответ: 760 К, $7R/2$.

25. Два твёрдых тела с температурами 299 К и 300 К приведены в соприкосновение. Оценить, во сколько раз более вероятна передача порции энергии 10^{-11} эрг от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой, чем в обратном направлении. Теплоёмкости тел достаточно велики, так что изменением их температуры можно пренебречь.

Ответ: 5.

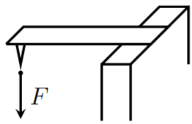
26. Небольшой груз массой 1 г подвешен на лёгкой нити длиной 1 м. Оценить среднеквадратичное отклонение груза от положения равновесия из-за тепловых флуктуаций при комнатной температуре.

Ответ: $\sqrt{\langle \Delta r^2 \rangle} \approx 0{,}9$ нм.

27. Оценить среднеквадратичную относительную флуктуацию числа молекул воздуха в объёме 1 мкм^3 при нормальных условиях.

Ответ: 0,02%.

28. Кантилевер (чувствительный элемент) атомно-силового микроскопа представляет собой кремниевую пластинку с острой иглой на конце (см. рис.). Вертикальное смещение конца иглы пропорционально приложенной силе с коэффициентом $\varkappa = 1$ Н/м («силовая константа» кантилевера). Найдите среднеквадратичную флуктуацию положения иглы при комнатной температуре.



Ответ: $0{,}64 \cdot 10^{-10}$ м.

29. Вязкость азота при комнатной температуре и атмосферном давлении составляет $\eta = 18 \cdot 10^{-6}$ Па·с. Оценить коэффициенты теплопроводности и самодиффузии азота, а также диаметр молекулы азота.

Ответ: $\varkappa \sim 10^{-2}$ Вт/м·К, $D \sim 0{,}15$ см^2/с, $d \sim 4 \cdot 10^{-10}$ м.

30. Оценить количество тепла в расчёте на 1 м^2, теряемое комнатой в единицу времени через однокамерный стеклопакет. Расстояние между стёклами $h = 23$ мм. Разность температур между комнатой и улицей составляет $\Delta T = 30$ °С. Теплопроводность воздуха $\varkappa = 2{,}3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м·К}}$ считать не зависящей от температуры.

Ответ: $q = 30$ Вт/м^2.

31. (2024) Теплопроводность металлов при низких температурах подчиняется закону $\kappa = \alpha T$, где α – некоторая константа. Металлический стержень длиной L и площадью сечения S заключён в теплоизолирующую оболочку, на левом его конце поддерживается температура T_0, а на правом – $T_1 > T_0$. Найдите поток тепла Q в сторону холодного конца стержня.

Ответ: $\frac{\alpha S}{2L}(T_1{}^2 - T_0{}^2)$.

32. Оценить коэффициент диффузии капель тумана радиусом $R \sim 10$ мкм в воздухе при нормальных условиях. Вязкость воздуха $\eta \sim 2 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Ответ: 10^{-8} см^2/с.

33. Оценить, за какое время молекула HCN смещается в воздухе при комнатной температуре от исходного положения на расстояние порядка 10 см. Длину свободного пробега принять равной $\lambda \sim 10^{-5}$ см.

Ответ: 10^2 с.

34. Два сосуда с идеальным газом соединены трубкой, диаметр которой заметно меньше длины свободного пробега в обоих сосудах. Температура в сосудах поддерживается постоянной и равной соответственно T_1 и $T_2 = 2T_1$. Найти отношение давлений P_2/P_1.

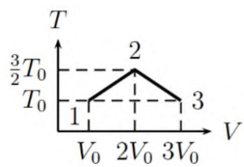
Ответ: $\sqrt{2}$.

35. Оценить коэффициент диффузии сильно разреженного воздуха по длинной трубке диаметром 1 см при комнатной температуре. Считать, что разрежение таково, что длина пробега молекул ограничивается диаметром трубки (высокий вакуум).

Ответ: ~ 1,6 м^2/с.

Текстовые задачи

Т-1. (2022) С одним молем идеального газа проводится процесс $1 \to 2 \to 3$, изображённый на рисунке. Найдите изменение теплоёмкости газа при переходе через точку 2.

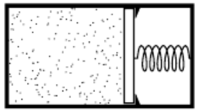


Ответ: $\Delta C \approx -3R$.

Т-2. В двух одинаковых изолированных сосудах находится по молю воздуха при $T_0 = 300$ К. Сосуды используются в качестве тепловых резервуаров для тепловой машины, работающей по обратному циклу. Найти минимальную работу, которую должна затратить машина, чтобы охладить газ в одном из сосудов до $T_1 = 200$ К. Какова будет конечная температура газа во втором сосуде? Теплоёмкостью сосудов и зависимостью теплоёмкости воздуха от температуры пренебречь.

Ответ: $A \approx 1$ кДж, $T_2 = 450$ К.

Т-3. (2018) Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части поршнем, прикреплённым пружиной к правой стенке сосуда (см. рис.). Слева от поршня находится 1 моль азота при комнатной температуре, справа – вакуум. Вначале пружина не деформирована, а поршень удерживается защёлкой. Защёлку убирают, и когда система приходит в равновесие, давление газа оказывается в $n = 3$ раза меньше исходного. Считая газ идеальным, найдите изменение его энтропии в этом процессе.



Ответ: $0{,}75R$.

Т-4. (2019) В одной из теоретических моделей теплоёмкость C_V кристалла при низких температурах равна $C_V = aVT^3$, где V – объём кристалла, a – постоянная величина. Изотермический модуль всестороннего сжатия кристалла равен K. Найдите разность теплоёмкостей $C_P - C_V$ кристалла как функцию его объёма и температуры.

Ответ: $a^2VT^7/9K$.

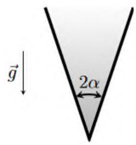
Т-5. (2019) Закрытый сосуд с жёсткими стенками полностью заполнен водой при нормальных условиях. После помещения сосуда в морозильную камеру и установления равновесия 10% воды превратилось в лёд. Найти температуру t в камере. Теплота плавления льда $q = 330$ Дж/г, начальная плотность воды $\rho_в = 1{,}0$ г/см^3, сжимаемость воды βв $= 4{,}8 \cdot 10^{-5}$ атм$^{-1}$, плотность образовавшегося льда $\rho_л = 0{,}92$ г/см^3. Деформацией стенок пренебречь.

Ответ: $-1.5\ ^\circ$C.

Т-6. (ГКЭ-2019) Эфир в запаянной ампуле охлаждается из критического состояния. При некоторой температуре T 50% объёма ампулы заполняет жидкий эфир, а 50% – его пары. Плотность жидкости в этом состоянии $\rho_ж(T) = 1{,}9\rho_{кр}$, где $\rho_{кр}$ – критическая плотность эфира. Определить температуру T, если критическая температура эфира $T_{кр} = 467$ К. Считать, что и в жидком и в газообразном состояниях эфир описывается моделью Ван-дер-Ваальса.

Ответ: 373 К.

Т-7. (2021) Сколько молей идеального газа содержится в бесконечно высокой конусообразной воронке, стоящей вертикально в однородном поле силы тяжести, если давление при её вершине равно P_0? Молярная масса газа равна μ, температура T, угол раствора конуса 2α, ускорение свободного падения g. Найдите наиболее вероятную высоту молекулы в сосуде.



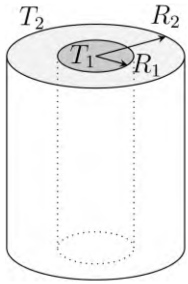
Ответ: $2\pi P_0 tg^2\alpha(RT)^2/(\mu g)^3,\ 2RT/\mu g$.

Т-8. (2022) Характеристическая вращательная температура молекулы окиси азота NO равна $\theta_{\text{вр}} \approx 3$ К, колебательная $\theta_{\text{кол}} \approx 2{,}6 \cdot 10^3$ К. Кроме того, молекула NO имеет низколежащее возбуждённое состояние, энергия которого на $\varepsilon = 0{,}015$ эВ больше энергии основного состояния. Найдите количество теплоты, которое нужно сообщить молю газообразного NO при изохорном увеличении его температуры от $T_1 = 50$ К до $T_2 = 300$ К.

<u>Ответ:</u> $Q = 5{,}7$ кДж/моль.

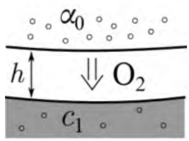
Т-9. (2017) Ионы солей иттербия имеют спин $s = 7/2$. Во внешнем магнитном поле B энергия иона зависит от ориентации спина и может принимать значения $E_m = m\mu B$, где μ – известная константа, и $m = -s, -s+1, \dots, s-1, s$. Найти изменение энтропии ΔS и количество теплоты Q, поглощаемое 1 молем соли при её квазистатическом изотермическом размагничивании от очень большого ($B_0 \gg kT/\mu$) до нулевого поля ($B_1 = 0$) при температуре $T = 1$ К. Взаимодействием ионов между собой пренебречь.

<u>Ответ:</u> $\Delta S = 17{,}3$ Дж/К, $Q = 17{,}3$ Дж.



Т-10. (2022) Длинный металлический цилиндр, имеющий температуру $T_1 = 330$ К, помещён в коаксиальную пенопластовую оболочку с теплопроводностью $\kappa = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$ Вт/(К·м). Отношение внешнего и внутреннего радиусов оболочки $\frac{R_2}{R_1} = 2{,}7$. Температура окружающей среды $T_2 = 300$ К. Определите производство энтропии (скорость изменения $\dot{S}$) в системе в расчёте на единицу её длины. Распределение температуры в оболочке считать стационарным.

<u>Ответ:</u> $\dot{S} = 1{,}5$ мВт/(К·м).



Т-11. (2019) В процессе дыхания организм человека извлекает кислород из воздуха и использует его для получения энергии при окислении органических молекул. Считая, что на один моль O_2 выделяется энергия $E = 470$ кДж/моль, а мощность, вырабатываемая человеком при активной физической нагрузке, составляет $W = 1$ кВт, оценить рабочую площадь поверхности его легких S. Мольную долю кислорода в воздухе внутри лёгких принять постоянной и равной $\alpha_0 = 0{,}14$, а концентрацию O_2 в крови – $c_1 = 2$ моль/м^3. Толщина барьера между воздухом и кровью $h = 1$ мкм, коэффициент диффузии в нём $D = 10^{-7}$см^2/с.

<u>Ответ:</u> 60 м^2 .

Т-12. «Пьяный матрос» совершает случайные блуждания по площади, смещаясь каждые $\tau = 1$ с на расстояние $\lambda = 0{,}5$ м в случайном направлении. Найти среднеквадратичное смещение матроса от исходного положения $\sqrt{\overline{\Delta r^2}}$ за $t = 1$ час и определить коэффициент диффузии D толпы пьяных матросов, не взаимодействующих между собой.

Ответ: $\sqrt{\overline{\Delta r^2}} = 7{,}5$ м, $D \approx 225$ м^2/ч.

Т-13. (2018) Вертикально расположенная пробирка высотой h = 5 см заполнена водой, в которой диспергированы в небольшом количестве сферические наночастицы плотностью ρ = 4 г/см^3 каждая. Система исходно находится в равновесии при температуре T_0 = 300 К, а отношение максимальной и минимальной концентраций наночастиц равно n_{max}/n_{min} = 1,1. На дне сосуда размещают адсорбент, поглощающий все попадающие на него наночастицы. Оценить время, требуемое для очистки воды от примеси. Вязкость воды $\eta = 10^{-3}$ Па · с.

Ответ: ~ 9 мес.

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
16 января 2025 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Линейная алгебра**
по направлению подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,
03.03.01 «Прикладные математика и физика»,
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»,
09.03.04 «Программная инженерия»,
11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»,
16.03.01 «Техническая физика»,
19.03.01 «Биотехнология»
физтех-школы: **ФАКТ, ФЭФМ, ФБМФ, ФПМИ, ФРКТ, ВШПИ**
кафедра: **высшей математики**
курс: 1
семестр: 2

лекции — 30 часов
практические (семинарские) занятия — 30 часов
лабораторные занятия — нет

Экзамен — 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа:
теор. курс — 18 часов

Программу составили:
к. ф.-м. н., доцент А. Н. Бурмистров
к. ф.-м. н., доцент О. К. Подлипский
к. ф.-м. н., доцент Д. А. Степанов
к. п. н., доцент Д. А. Терёшин
к. ф.-м. н., доцент И. А. Чубаров

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 17 октября 2024 г.

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., профессор Г. Е. Иванов

1. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема о ранге матрицы.
2. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Фундаментальная система решений и общее решение однородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы. Теорема Фредгольма.
3. Аксиоматика линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем элементов в линейном пространстве. Базис и размерность.
4. Координатное представление векторов линейного пространства и операций с ними. Теорема об изоморфизме. Матрица перехода от одного базиса к другому. Изменение координат при изменении базиса в линейном пространстве.
5. Подпространства и способы их задания в линейном пространстве. Сумма и пересечение подпространств. Формула размерности суммы подпространств. Прямая сумма.
6. Линейные отображения линейных пространств и линейные преобразования линейного пространства. Ядро и образ линейного отображения. Операции над линейными преобразованиями. Обратное преобразование. Линейное пространство линейных отображений (преобразований).
7. Матрицы линейного отображения и линейного преобразования для конечномерных пространств. Операции над линейными преобразованиями в матричной форме. Изменение матрицы линейного отображения (преобразования) при замене базисов. Изоморфизм пространства линейных отображений и пространства матриц.
8. Инвариантные подпространства линейных преобразований. Собственные векторы и собственные значения. Собственные подпространства. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным значениям.
9. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного преобразования конечномерного линейного пространства. Характеристическое уравнение, его инвариантность. Оценка размерности собственного подпространства. Условия диагонализуемости матрицы линейного преобразования. Теорема Гамильтона–Кэли.
10. Линейные формы. Сопряженное (двойственное) пространство. Биортогональный базис. Второе сопряженное пространство[1].
11. Билинейные и квадратичные формы. Их координатное представление в конечномерном линейном пространстве. Изменение матриц билинейной и квадратичной форм при изменении базиса.

[1] Для потока И.А. Чубарова.

12. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Теорема (закон) инерции для квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду элементарными преобразованиями[2].
13. Аксиоматика евклидова пространства. Неравенство Коши–Буняковского. Неравенство треугольника. Матрица Грама и ее свойства.
14. Процесс ортогонализации в евклидовом пространстве. Переход от одного ортонормированного базиса к другому. Ортогональное дополнение подпространства, ортогональное проектирование на подпространство.
15. Линейные преобразования евклидова пространства. Сопряженные преобразования, их свойства. Матрица сопряженного преобразования.
16. Самосопряженные преобразования. Свойства их собственных векторов и собственных значений. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного преобразования. Ортогональное проектирование на подпространство как пример самосопряженного преобразования.
17. Ортогональные преобразования. Их свойства. Ортогональные матрицы. Канонический вид матрицы ортогонального преобразования[3].
18. Полярное разложение линейных преобразований евклидова пространства. Сингулярное разложение[4].
19. Построение ортонормированного базиса, в котором квадратичная форма имеет диагональный вид. Одновременное приведение к диагональному виду пары квадратичных форм, одна из которых является знакоопределенной. Применение к классификации поверхностей второго порядка[5].

20* *Потоки О.К. Подлипского и И.А. Чубарова*: унитарное пространство и его аксиоматика. Унитарные матрицы. Унитарные преобразования. Эрмитовы формы. Свойства унитарных и эрмитовых преобразований.

21* *Поток И.А. Чубарова*: основы тензорной алгебры: определение тензора; тензорные обозначения и пространственные матрицы; линейные операции и умножение тензоров; свертывание; транспонирование; симметрирование и альтернирование; симметричные и антисимметричные тензоры.

---

[2] Кроме потоков Д.А. Степанова и И.А. Чубарова.
[3] Для потока И.А. Чубарова.
[4] Для потоков О.К. Подлипского и И.А. Чубарова.
[5] Для потоков Д.А. Степанова и И.А. Чубарова.

Список литературы

Основная

1. *Беклемишев Д. В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — Санкт-Петербург : Лань, 2022.
2. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру. В 3 ч. Ч. 1. Основы алгебры. Ч. 2. Линейная алгебра. — Москва : МЦНМО, 2009, 2012.
3. *Умнов А. Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра. В 2 ч. Ч. 1, 2. — Москва : МФТИ, 2024.
4. *Чехлов В. И.* Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Москва : МФТИ, 2000.

ЗАДАНИЯ

Литература

1. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. *Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.* — Санкт-Петербург : Лань, 2022. (цитируется — С)

Замечания

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные *, являются необязательными для всех студентов.

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 15–21 марта)

I. Матрицы

1. Обратная матрица.
   С: 15.45(1, <u>8</u>); 15.48(1, 3, 6); 15.55*; 15.65(12).
2. Ранг матрицы.
   С: 16.18(22, 28); <u>16.19(3, 5)</u>; 16.24*; 16.33*; 16.34(6)*.

Т.1. Для матрицы из задачи 16.18(22) укажите некоторую систему базисных строк, систему базисных столбцов, некоторый базисный минор.

II. Системы линейных уравнений

С: <u>17.1(3)</u>; 18.1(2, 10); 19.6(4, <u>21</u>, 23); 19.7(2); <u>19.10</u>; 19.13; 19.14; 18.17(2); 18.20*.

III. Линейные пространства

1. Подпространства, линейная оболочка, базис.
   С: <u>20.3</u>; 20.6(4, 6); 20.7(7, 8, 10); 20.8(1, 4*); 20.14(6); <u>20.18</u>; <u>20.20</u>; 20.22(4); 20.23(4); <u>20.29</u>.

2. Сумма и пересечение подпространств; прямая сумма.
   С: 21.1; 21.3(1); 21.6(4); 21.7(6, 7); 21.9; 21.12(2); 21.13.

IV. Линейные отображения

1. Матрица линейного отображения; ядро и образ.
   С: 23.6(3); 23.9(3); 23.15; 23.28(3); 23.29(3); 23.35; 23.40(1а, 1в); 23.42*; 23.57(1, 3); 23.66(2)*; 23.70(1, 3).

Т.2*. Пусть φ – линейное преобразование линейного пространства L. Докажите, что $L = \operatorname{Ker}\varphi \oplus \operatorname{Im}\varphi \Leftrightarrow \operatorname{Ker}\varphi^2 = \operatorname{Ker}\varphi$.

2. Действия с линейными отображениями.
   С: 23.83(3).

3. Линейные функции.
   С: 31.19(2); 31.35(1); 31.42*; 31.43*.

Рекомендации по решению первого домашнего задания по неделям

1 неделя	**С:** 15.45(1, 8); 15.48(1, 3, 6); 15.55*; 15.65(12). **С:** 16.18(22, 28); 16.19(3, 5); 16.24*; 16.33*; 16.34(6)*; Т.1.
2 неделя	**С:** 17.1(3); 18.1(2, 10); 19.6(4, 21, 23); 19.7(2); 19.10; 19.13; 19.14; 18.17(2); 18.20*.
3 неделя	**С:** 20.3; 20.6(4, 6); 20.7(7, 8, 10); 20.8(1, 4*); 20.14(6); 20.18; 20.20; 20.22(4); 20.23(4); 20.29.
4 неделя	**С:** 21.1; 21.3(1); 21.6(4); 21.7(6, 7); 21.9; 21.12(2); 21.13.
5 неделя	**С:** 23.6(3); 23.9(3); 23.15; 23.28(3); 23.29(3); 23.35; 23.40(1а, 1в); 23.42*; 23.57(1, 3); 23.66(2)*; 23.70(1, 3); Т.2*.
6 неделя	**С:** 23.83(3). **С:** 31.19(2); 31.35(1); 31.42*; 31.43*.

$\boxed{58 + 11^*}$

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 10–16 мая)

I. Структура линейного преобразования

1. Собственные векторы, собственные значения. Диагонализируемость.

   С: 24.20(3); 24.23*; 24.28; 24.29*; 24.30($\underline{3}, 22, 34$); 24.38*; 24.42(1); 24.55(1).

2. Инвариантные подпространства.

   С: 24.66; 24.69; 24.70; 24.75*; 24.78*.

Т.1. Найти инвариантные подпространства линейного преобразования, которое действует как поворот трёхмерного геометрического векторного пространства на угол 90° вокруг вектора $\boldsymbol{k}$, где $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ — правый ортонормированный базис.

II. Билинейные и квадратичные функции

С: 32.2(3); 32.4(2)*; 32.7(2); 15.34; 32.8($11, \underline{12}$); 32.9($11, 12$); 32.16; 32.18(4); 32.20(2)*; 32.22*.

III. Евклидовы пространства

1. Матрица Грама, ортогональное дополнение, проекция, ортогонализация.

   С: 25.2(1); 25.7; 25.17; 25.23; 25.25(2); 25.26(6); 25.32*; 25.37; 25.39*.

   С: 26.13(3); 26.14(3); 26.15(4); 26.16(1); 26.27($4, \underline{5}$); 26.42($\underline{5}, 6$); 26.44(2).

Т.2. Используя скалярное произведение из задачи 25.7, примените процесс ортогонализации к системе многочленов 1, t, t^2.

2. Линейные преобразования евклидовых пространств. Самосопряженные и ортогональные преобразования.

   С: 29.5*; 29.14($1, 4$); 29.17*; 29.19($\underline{7}, 10$); 29.22*; 29.45; 29.47(1); 29.53(2)*.

3. Билинейные и квадратичные функции в евклидовых пространствах.

   С: 32.27($13, \underline{14}$); 9.4($4, 8$); 32.36($\underline{2}, 5$); 32.39(1); 11.22(4).

Рекомендации по решению
второго домашнего задания по неделям

1 неделя	**С:** 24.20(3); 24.23^*; 24.28; 24.29^*; 24.30($\underline{3}$, 22, 34); 24.38^*; $\underline{24.42(1)}$; 24.55(1).
2 неделя	**С:** 24.66; 24.69; $\underline{24.70}$; 24.75^*; 24.78^*; Т.1.
3 неделя	**С:** 32.2(3); $32.4(2)^*$; 32.7(2); $\underline{15.34}$; 32.8(11, $\underline{12}$); 32.9(11, 12); $\underline{32.16}$; 32.18(4); $32.20(2)^*$; 32.22^*.
4 неделя	**С:** 25.2(1); $\underline{25.7}$; 25.17; 25.23; 25.25(2); 25.26(6); 25.32^*; 25.37; 25.39^*. **С:** $\underline{26.13(3)}$; 26.14(3); 26.15(4); 26.16(1); 26.27(4, $\underline{5}$); 26.42($\underline{5}$, 6); 26.44(2); Т.2.
5 неделя	**С:** 29.5^*; $\underline{29.14(1,4)}$; 29.17^*; 29.19($\underline{7}$, 10); 29.22^*; 29.45; 29.47(1); $29.53(2)^*$.
6 неделя	**С:** 32.27(13, $\underline{14}$); 32.36($\underline{2}$, 5); $\underline{32.39(1)}$; $9.4(4,8)^*$; $11.22(4)^*$.

$\boxed{48 + 16^*}$

Составитель задания — д. ф.-м. н., профессор В. А. Стукопин

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
16 января 2025 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Многомерный анализ, интегралы и ряды**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»,
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»,
11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»,
16.03.01 «Техническая физика»,
19.03.01 «Биотехнология»
физтех-школы: **ФАКТ, ФЭФМ, ФБМФ, ФРКТ**
кафедра: **высшей математики**
курс: 1
семестр: 2

лекции — 60 часов
практические (семинарские) занятия — 60 часов
лабораторные занятия — нет

Экзамен — 2 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 120

Самостоятельная работа:
теор. курс — 75 часов

Программу составили:
д. ф.-м. н., профессор Я. М. Дымарский
д. ф.-м. н., профессор Л. Н. Знаменская
к. ф.-м. н., доцент В. П. Ковалёв
к. ф.-м. н., доцент Е. Ю. Редкозубова

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 17 октября 2024 г.

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., профессор Г. Е. Иванов

1. Точечное n–мерное пространство. Расстояние между точками, его свойства. Предел последовательности точек в n–мерном евклидовом пространстве. Теорема Больцано–Вейерштрасса и критерий Коши сходимости последовательности. Внутренние, предельные, изолированные точки множества, точки прикосновения. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Внутренность, замыкание и граница множества.
2. Предел числовой функции нескольких переменных. Определения в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Предел функции по множеству. Пределы по направлениям. Повторные пределы. Исследование предела функции двух переменных при помощи перехода к полярным координатам.
3. Непрерывность функции нескольких переменных. Непрерывность по множеству. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на компакте — ограниченность, достижимость точных нижней и верхней граней, равномерная непрерывность. Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной в области.
4. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке, дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости, достаточные условия дифференцируемости. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменных. Градиент, его независимость от выбора прямоугольной системы координат. Производная по направлению.
5. Частные производные высших порядков. Независимость смешанной частной производной от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков, отсутствие инвариантности их формы относительно замены переменных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в формах Лагранжа и Пеано.
6. Мера Жордана в n–мерном евклидовом пространстве. Критерий измеримости. Измеримость объединения, пересечения и разности измеримых множеств. Конечная аддитивность меры Жордана.
7. Определенный интеграл Римана. Суммы Римана, суммы Дарбу, критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость монотонной функции, интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Свойства интегрируемых функций: аддитивность интеграла по отрезкам, линейность интеграла, интегрируемость произведения функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств, теорема о среднем. Свойства интеграла с переменным верхним пределом — непрерывность, дифференци-

руемость. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование подстановкой и по частям в определенном интеграле.

8. Геометрические приложения определенного интеграла — площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, длина кривой, площадь поверхности вращения.
9. Несобственный интеграл (случай неограниченной функции и случай бесконечного промежутка интегрирования). Критерий Коши сходимости интеграла. Интегралы от знакопостоянных функций. Признаки сходимости. Интегралы от знакопеременных функций: сходимость и абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля сходимости интегралов.
10. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Знакопостоянные ряды: признаки сравнения сходимости, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды: сходимость и абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля. Независимость суммы абсолютно сходящегося ряда от порядка слагаемых. Теорема Римана о перестановке членов сходящегося, но не абсолютно сходящегося ряда (без доказательства). Произведение абсолютно сходящихся рядов.
11. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Признаки Дирихле и Абеля.
12. Степенные ряды с комплексными членами. Первая теорема Абеля. Круг и радиус сходимости. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости. Формула Коши–Адамара для радиуса сходимости. Непрерывность суммы комплексного степенного ряда.
13. Степенные ряды с действительными членами. Сохранение радиуса сходимости степенного ряда при почленном дифференцировании и интегрировании ряда. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда на интервале сходимости. Единственность разложения функции в степенной ряд, ряд Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не разлагающейся в степенной ряд. Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций. Разложение в степенной ряд комплекснозначной функции e^z.
14. Экстремумы функций многих переменных: необходимое условие, достаточное условие.

Список литературы

Основная

1. *Бесов О. В.* Лекции по математическому анализу. — Москва : Физматлит, 2020.
2. *Иванов Г. Е.* Лекции по математическому анализу. В 2 ч. Ч. 1, Ч. 2. — Москва : МФТИ, 2011.
3. *Дымарский Я. М.* Лекции по математическому анализу. В 3 ч. Ч. 2. Интегралы и ряды. Введение в многомерный анализ. — Москва : МФТИ, 2024.
4. *Петрович А. Ю.* Лекции по математическому анализу. В 3 ч. Ч. 2. Многомерный анализ. Интегралы и ряды. — Москва : МФТИ, 2017.
5. *Тер-Крикоров А. М., Шабунин М. И.* Курс математического анализа. — Москва : Лаборатория знаний, 2023.
6. *Яковлев Г. Н.* Лекции по математическому анализу. В 3 ч. Ч. 1. — Москва : Физматлит, 2004.

Дополнительная

7. *Кудрявцев Л. Д.* Курс математического анализа. В 3-х т. Т. 1, 2, 3. — Москва : Дрофа, 2006, 2008. — Москва : Высшая шк., 1981.
8. *Кудрявцев Л. Д.* Краткий курс математического анализа. В 2-х т. Т. 1. — Москва : Физматлит, 2008.
9. *Никольский С. М.* Курс математического анализа. В 2 т. Т. 1. — Москва : Физматлит, 2001.
10. *Ильин В. А., Позняк Э. Г.* Основы математического анализа. В 2 ч. Т 1, 2. — Москва : Физматлит, 2021, 2022.
11. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. — Санкт-Петербург : Лань, 2021.
12. *Зорич В. А.* Математический анализ. В 2 ч. Т. 1. — Москва : Наука, 1981.

ЗАДАНИЯ

Литература

1. Сборник задач по математическому анализу. В 3 т. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва : Физматлит, 2010, 2012. (цитируется — С1)
2. Сборник задач по математическому анализу. В 3 т. Т. 2. Интегралы. Ряды: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва : Физматлит, 2021. (цитируется — С2)
3. Сборник задач по математическому анализу. В 3 т. Т. 3. Функции нескольких переменных: учебное пособие/под ред. Л.Д. Кудрявцева. — Москва : Физматлит, 2003. (цитируется — С3)

Замечания

1. Задачи с подчёркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные *, являются необязательными для всех студентов.

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 1–7 марта)

I. Комплексные числа

С1, §5: 4(2, 4); 13(3); 15(2, $\underline{3}$); 18(5); 30(5); 31($\underline{1}$); 32($\underline{4}$, 7).

Т.1*. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенством:

$$Re\left(\frac{2-i}{z}-\frac{1-2i}{\bar{z}}\right)-Im\left(\frac{2+i}{z}-\frac{1+2i}{\bar{z}}\right)\leq 2.$$

II. Неопределённый интеграл

С2, §2: 3($\underline{2}$, 4); 4($\underline{2}$, 5); 6(2)*; 8(1)*.
С2, §3: 1(4); 2($\underline{7}$); 18(2); 18($\underline{3}$); 8(1)*.
С2, §4: 2(2, 4); 3($\underline{1}$); 4($\underline{2}$); 9($\underline{1}$); 11(1); 15($\underline{2}$); 15(5); 21($\underline{1}$, 3).
С2, §5: 143*; 171; 180.

III. Функции многих переменных

А) Множества в конечномерных евклидовых пространствах.

Т.2. Для множества $E=[1,2)\cup\{3\}\cup((4,5]\cap Q)\subset R$ найти для:
а) изолированные точки; б) граничные точки; в) внутренние точки;
г) предельные точки; д) точки прикосновения.

С3, §1: $\underline{14}$; $\underline{15}$; 27; 28; 36.
С3, §2: 9($\underline{1}$, 4) (а, б, г).

$\underline{\text{Т.3}}$. Является ли множество

$$A=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbb{R}^4: x_1^2+x_2^2+x_3^2<x_4^2\}$$

в пространстве $\mathbb{R}^4$: **а)** открытым; **б)** замкнутым; **в)** областью?

Б) Предел и непрерывность.

С3, §2: 37(2, $\underline{8}$); 48($\underline{7}$, 8); 53; 62($\underline{5}$); 77(3).

В) Частные производные, дифференциал.

С3, §3: 3(5); $\underline{12}$; 15($\underline{7}$); 19($\underline{2}$, 7); 20(1,2); 21(11); 39(2); 23(1)*.
С3, §4: 2(3); 4; 15($\underline{2}$); 39(1)*.

Г) Формула Тейлора.

С3, §4: 71($\underline{2}$, 4); 74($\underline{4}$, 5); 70(2)*.

Рекомендации по решению
первого домашнего задания по неделям

1 неделя	**С1, §5:** 4(2, 4); 13(3); 15(2, $\underline{3}$); 18(5); 30(5); 31($\underline{1}$); 32($\underline{4}$, 7); Т.1*. **С2, §2:** 3($\underline{2}$, 4); 4($\underline{2}$, 5); 6(2)*; 8(1)*. **С2, §3:** 1(4); 2($\underline{7}$); 18(2); 18($\underline{3}$); 8(1)*.
2 неделя	**С2, §4:** 2(2, 4); 3($\underline{1}$); 4($\underline{2}$); 9($\underline{1}$); 11(1); 15($\underline{2}$); 15(5); 21($\underline{1}$, 3). **С2, §5:** 143*; 171; 180. **С3, §1:** $\underline{14}$; $\underline{15}$; 27; 28; 36; Т.2.
3 неделя	**С3, §2:** 9($\underline{1}$, 4) (а, б, г); $\underline{\text{Т.3}}$. **С3, §2:** 37(2, $\underline{8}$); 48($\underline{7}$, 8); 53; 62($\underline{5}$); 77(3). **С3, §3:** 3(5); $\underline{12}$; 15($\underline{7}$); 19($\underline{2}$, 7); 20(1,2); 21(11); 39(2); 23(1)*.
4 неделя	**С3, §4:** 2(3); 4; 15($\underline{2}$); 39(1)*. **С3, §4:** 71($\underline{2}$, 4); 74($\underline{4}$, 5); 70(2)*.

$\boxed{66 + 9^*}$

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 5–11 апреля)

I. Мера Жордана

С3, §7: 19; $\underline{22}$; 40.

Т.1. Измеримо ли множество нулей функции

$$f(x, y) = \cos\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)$$

в круге $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < R^2\}$ радиуса $R > 0$?

Т.2*. Доказать, что мера Жордана графика непрерывной на отрезке функции равна нулю.

II. Определенный интеграл

А) Свойства определенного интеграла и его вычисление.

С2, §6: 7; 4($\underline{2}$); 22*; $\underline{24}$; 40; 54(4); 93; 101; 117; 193.

$\underline{\text{Т.3}}$. а) Функция f имеет первообразную F на отрезке $[a, b]$. Верно ли, что f интегрируема на отрезке $[a, b]$?

б) Функция f интегрируема на отрезке $[a, b]$. Верно ли, что f имеет первообразную на отрезке $[a, b]$?

в) Пусть функция f интегрируема на $[a,\ b]$ и имеет первообразную F на отрезке $[a, b]$. Доказать, что верно равенство $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

С2, §10: 50($\underline{3}$, 4).

Т.4*. Доказать, что $\left|\int\limits_a^b \frac{\sin x}{x}\,dx\right| \leqslant \frac{2}{a}$, где $b > a > 0$.

Б) Геометрические приложения определенного интеграла.

С2, §7: 4(5); 26; 33(3); 69(11); 72(3); 82(3).

С2, §8: 12(1); 13(2); 82(4, 5).

III. Несобственный интеграл

С2, §11: 57; 59; 62; 73; 98.

С2, §12: 66; 68; 101; 104; 115; 120; 121; 136; 139; 227; 185*; 232.

IV. Числовые ряды

С2, §13: 1(3); 4(2); 10; 11(5); 13(1); 14(1).

Т.5. Является ли сходящимся ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, если для любого $p \in \mathbb{N}$ выполняется $\lim\limits_{n\to\infty}(a_{n+1} + a_{n+2} + \ldots + a_{n+p}) = 0$?

С2, §16: 4.

Рекомендации по решению второго домашнего задания по неделям

1 неделя	**С3, §7:** 19; 22; 40; Т.1, Т.2*. **С2, §6:** 7; 4(2); 22*; 24; 40; 54(4); 93; 101; 117; 193. **С2, §10:** 50(3, 4); Т.3; Т.4*;.
2 неделя	**С2, §7:** 4(5); 26; 33(3); 69(11); 72(3); 82(3). **С2, §8:** 12(1); 13(2); 82(4, 5).
3 неделя	**С2, §11:** 57; 59; 62; 73; 98. **С2, §12:** 66; 68; 101; 104.
4 неделя	**С2, §12:** 115; 120; 121; 136; 139; 227; 185*; 232. **С2, §13:** 1(3); 4(2); 10; 11(5); 13(1); 14(1). **С2, §16:** 4; Т.5.

$\boxed{50 + 4^*}$

ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 10–16 мая)

I. Числовые ряды

С2, §14: 2(4); 5(6); 8(3); 18(8); 19(6); 21(10, 13); 25(9); 38*.

С2, §15: 3(2); 4(4); 8(3, 4); 9(2).

Во всех задачах §15 исследовать также абсолютную сходимость рядов.

Т.1. Пусть $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится. Верно ли, что сходятся ряды

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$; **б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^3$ **?**

Т.2. Верно ли, что если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, а ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится абсолютно, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ сходится?

II. Функциональные последовательности и ряды

<u>Т.3</u>. Исследовать на поточечную и равномерную сходимость на отрезке $E = [0,1]$ функциональные последовательности:
а) $f_n(x) = x^n - x^{n+1}, \quad n \in \mathbb{N}$; б) $f_n(x) = x^n - x^{2n}, \quad n \in \mathbb{N}$.

С2, §17: 5(<u>3</u>); 8(2); 9(3); 10(<u>1</u>); 11(5); 12(5); 13(<u>2</u>).
С2, §18: 8(<u>5</u>); 13(<u>4</u>); 20(1); 21(<u>1</u>); 22(1); 29(4, <u>7</u>); 36(<u>5</u>).

Т.4. Исследовать на поточечную и равномерную сходимость на множестве $E_1 = (0,1)$ и $E_2 = (1,+\infty)$ функциональные последовательность $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$, если:

а) $f_n(x) = x \sin \dfrac{1}{(xn)^2}$; **б)** $f_n(x) = \dfrac{\sin \frac{xn}{x^2+n^2}}{1 + ln^2 n}$.

С2, §19: <u>4</u>; 12; <u>14</u>; 28.

III. Степенные ряды

С2, §20: 1(4); 3(1); 5(<u>1</u>); 9(<u>2</u>).
С2, §21: 6(5); 9(2); 11(3); 19(4); 25(1); 30(<u>2</u>); 55(<u>1</u>); <u>80</u>; 31(1).

Т.5. Найдите радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2^n}}{n^3}$.

IV. Экстремумы функций многих переменных

<u>Т.6</u>. В стационарной точке квадратичная форма второго дифференциала положительно полуопределена.

а) Может ли эта точка быть точкой строго локального минимума?

б) Может ли эта точка быть точкой строго локального максимума?

в) Может ли эта точка не быть локального экстремума (даже нестрогого)?

С3, §5: 2(2), 6(2), $\underline{9}$, 10^*, 13(1).

Рекомендации по решению третьего домашнего задания по неделям

1 неделя	**С2, §14:** 2(4); 5(6); 8($\underline{3}$); 18(8); 19($\underline{6}$); 21($\underline{10}$, 13); 25($\underline{9}$); 38^*. **С2, §15:** 3(2); 4($\underline{4}$); 8($\underline{3}$, 4); 9($\underline{2}$); Т.1; Т.2.
2 неделя	**С2, §17:** 5($\underline{3}$); 8(2); 9(3); 10($\underline{1}$); 11(5); 12(5); 13($\underline{2}$); $\underline{\text{Т.3}}$. **С2, §18:** 8($\underline{5}$); 13($\underline{4}$); 20(1); 21($\underline{1}$); 22(1); 29(4, $\underline{7}$); 36($\underline{5}$); Т.4.
3 неделя	**С2, §19:** $\underline{4}$; 12; $\underline{14}$; 28. **С2, §20:** 1(4); 3(1); 5($\underline{1}$); 9($\underline{2}$); Т.5.
4 неделя	**С2, §21:** 6(5); 9(2); 11(3); 19(4); 25(1); 30($\underline{2}$); 55($\underline{1}$); $\underline{80}$; 31(1). **С3, §5:** 2(2), 6(2), $\underline{9}$, 10^*, 13(1); $\underline{\text{Т.6}}$.

$\boxed{55 + 2^*}$

Составитель задания к. ф.-м. н., доцент М. А. Лунина

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
16 января 2025 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Информатика**
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»
физтех-школа: **ФЭФМ**
кафедра: **информатики и вычислительной математики**
курс: 1
семестр: 2

лекции – 30 часов
практические (семинарские) занятия – нет
лабораторные занятия – 60 часов

Экзамен – нет
Диф. зачет – 2 семестр
Самостоятельная работа – 90 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90

Программу составили: ст. преп. Т. Ф. Хирьянов

Программа принята на заседании
кафедры информатики и вычислительной математики
28 августа 2024 г.

Заведующий кафедрой,
доцент, д.ф.-м.н. Н. И. Хохлов

Тематический план семестра

1. Краткое повторение синтаксиса Python. Сложность задач. Детерминированная и недетерминированная машина Тьюринга. Алгоритмически простые и сложные задачи (классы P и NP). Классы NP-complete и NP-hard.
2. Хеш-функции, хеширование и хеш-таблицы. Что такое хеш-функция. Примеры. Использование хеширования для гарантии целостности файлов и хранения паролей. Полиномиальный хеш. Алгоритм Рабина-Карпа. Открытая и закрытая хеш-таблицы. Проблема удаления из закрытой хеш-таблицы. Перехеширование. Реализация закрытой хеш-таблицы.
3. Словари и множества в Python. Множество set. Создание и изменение множеств. Работа с элементами. Тип frozenset и зачем он нужен. Операции с множествами, обычные для математики. Словарь dict. Создание и изменение словаря. Пример применения ассоциативного массива. Defaultdict, OrderedDict.
4. Связные списки. Кортежи tuple и контейнер NamedTuple. Списки: односвязный, двусвязный, кольцо (реализация ч/з словари).
5. Очередь и очередь с приоритетами. Очередь и дек (реализация на списках). Контейнер Deque. Куча (повторение). Сортировка кучей. Модуль heapq.
6. Основы теории графов. Введение в теорию графов. Инцидентность, смежность, петля, кратные рёбра, подграф. Эйлеров цикл. Эйлеров путь. Пути в графах. Циклы. Простые пути и циклы. Связность графов. Компоненты связности. Взвешенный граф. Орграфы. Компоненты сильной связности орграфа. Ориентированные ациклические графы. Дерево. Корневое дерево. Остовное дерево графа.
7. Хранение графа в памяти. Список рёбер, матрица смежности и списки смежности. Реализация этих способов и асимптотика их работы. Переходы между различными формами хранения графа. Компактная форма хранения списка смежности для константного графа. Хранение деревьев в памяти.
8. Обход графа в глубину. Выделение компонент связности (обходом в глубину). Выделение компонент сильной связности орграфа.

Проверка двудольности графа. Проверка графа на ацикличность и нахождение цикла. Топологическая сортировка. Поиск мостов и точек сочленения.

9. Обход графа в ширину. Очередь при обходе в ширину и её асимптотика. Выделение компонент связности (обходом в ширину). Нахождение кратчайшего цикла в невзвешенном графе.
10. Поиск кратчайшего пути. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути. Алгоритмы Флойда-Уоршелла и Беллмана-Форда.
11. Остовные деревья. Алгоритм Прима. Алгоритм Краскала.
12. Игры на ациклических графах. Игра «Ним». Сумма игр. Функция Шпрага-Гранди.

13. Двоичные деревья поиска. Асимптотика основных операций. Балансировка деревьев. АВЛ-дерево и красно-чёрное дерево. Декартово дерево.
14. Асимптотически сложные задачи на графах. Гамильтонов граф. Построение гамильтонова цикла. Задачи о коммивояжере и о китайском почтальоне. Приближенные алгоритмы для NP-полных задач.

Методические указания обучающимся

Ваша цель — запомнить классические алгоритмы и структуры данных, знать их асимптотическую сложность, уметь их описывать устно, а также программировать их на языке Python.

Курс содержит три вида учебной деятельности: 1) лекции, 2) лабораторные работы и 3) самостоятельная работа.

На лекциях по информатике излагается теория, разбираются алгоритмы с реализацией на Python 3. Посещение не обязательно, но пропуск лекций существенно усложняет выполнение лабораторных и домашних работ. Именно лекции задают содержательную линию учебного курса.

Описания лабораторных работ появляются по ходу семестра на сайте http://cs.mipt.ru/algo. Очное присутствие на лабораторных обязательно. Типичная работа представляет из себя: а) текст для изучения; б) упражнения; в) контест с автоматизированной системой проверки.

Автоматически проверяемые задачи допускается выполнять дома в качестве самостоятельной работы. В самостоятельную работу включается также подготовка к сдаче устного зачёта.

В течение семестра на лабораторных занятиях проводится 2 контрольные работы: промежуточная и итоговая.

Оценивание

Дифференцированный зачёт сдаётся устно. Рекомендуемая итоговая оценка студента по предмету – это среднее арифметическое взвешенное оценок по лабораторным работам, контестам и контрольным.

Преподаватель, экзаменующий студента, видит все эти оценки по отдельности, а также рекомендуемую итоговую оценку. Исходя из ответа студента итоговая оценка в зачётку может быть отклонена от рекомендуемой на ±2 балла (по 10-балльной шкале).

Если преподаватель хочет повысить или понизить оценку на большее число баллов, он советуется со старшим преподавателем курса. Студент при несогласии с итоговой оценкой может потребовать апелляции у старшего преподавателя.

Список литературы

Основная

1. *Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У.* Алгоритмы. Москва : МЦНМО, 2014.
2. *Бхаргава А.* Грокаем алгоритмы. Иллюстрированное пособие для программистов и любопытствующих. Питер, 2017.

Дополнительная

1. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн. 3-е изд. Москва : Диалектика, 2020.
2. *Саммерфилд М.* Программирование на Python 3. Подробное руководство. Санкт-Петербург : Символ-Плюс, 2020.

Электронные ресурсы

1. cs.mipt.ru/algo
2. e-maxx.ru/algo/
3. python.org
4. pythontutor.ru

Учебное издание

СБОРНИК
программ и заданий

Физтех-школа электроники, фотоники и молекулярной физики (ФЭФМ)
для студентов 1 курса
на весенний семестр
2024–2025 учебного года

Редакторы и корректоры: *И.А. Волкова*, *Н.Е. Кобзева*
Компьютерная верстка *В.А. Дружининой, Н.Е. Кобзевой*

Подписано в печать 16.01.2025. Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$. Усл. печ. л. 2,5. Тираж 110 экз. Заказ № 14.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-58-22, e-mail: rio@mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
Тел. (495) 408-84-30, e-mail: polygraph@mipt.ru

Для заметок

Для заметок