

Отчет о выполненной лабораторной работе 3.1.3

Воронин Денис, Б04-407

September 24, 2025

Измерение магнитного поля Земли

Цель работы: определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются: 12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром $(0,5 - 0,6)$ мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала $(25 \times 30 \times 60 \text{ мм}^3)$, деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (≈ 20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

1 Теоретические сведения

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \vec{P}_m тонкого витка площадью S с током I равен:

$$\vec{P}_m = (I/c)\vec{S} = (I/c)S\vec{n}$$

где c — скорость света в вакууме, $\vec{S} = S\vec{n}$ — вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему, \vec{n} — единичный вектор нормали к площадке S (это же направление \vec{P}_m принимается за направление $S \rightarrow N$ от южного (S) к северному (N) полюсу). Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь \vec{P}_m называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m \vec{r}') \vec{r}'}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией \vec{B} на точечный магнитный диполь \vec{P}_m действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда \vec{P}_m и \vec{B} параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B}).$$

Энергия минимальна, когда сонаправлены векторы $\vec{P}_m \uparrow \vec{B}$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla})\vec{B},$$

Последняя формула аналогична формуле для силы, действующей на электрический диполь в электрическом поле:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla})\vec{E}.$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, нетрудно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты P_1 и P_2 двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия. Если магнитные моменты

$$P_1 = P_2 = P_m$$

двух одинаковых небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их прямой, а расстояние между ними равно r , то магниты взаимодействуют с силой:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = P_m \frac{\partial(2P_m/r^3)}{\partial r} = -\frac{6P_m^2}{r^4}.$$

Магниты притягиваются, если их магнитные моменты направлены одинаково ($\vec{P}_1 \uparrow \uparrow \vec{P}_2$) и отталкиваются, если моменты направлены противоположно друг другу ($\vec{P}_1 \uparrow \downarrow \vec{P}_2$).

Если магнитные моменты направлены перпендикулярно соединяющей их прямой, то сила их взаимодействия окажется в два раза меньшей:

$$F = \frac{3P_m^2}{r^4};$$

в этом случае диполи притягиваются при $\vec{P}_1 \uparrow \uparrow \vec{P}_2$ и отталкиваются при $\vec{P}_1 \uparrow \downarrow \vec{P}_2$.

Полный магнитный момент \vec{P}_m постоянного магнита определяется намагниченностью \vec{J} вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность — это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность, очевидно, равна:

$$\vec{p}_m = \vec{P}_m/V,$$

где V — объём шара.

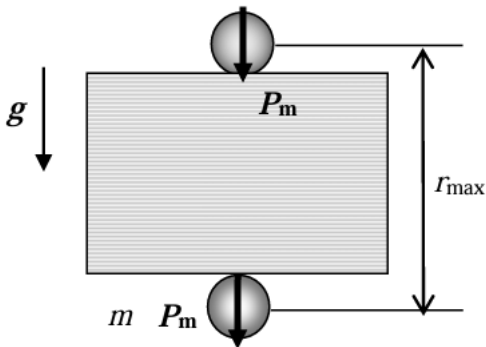
Остаточная магнитная индукция определяется по формуле:

$$B_r = 4\pi p_m$$

Индукция магнитного поля B_s на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности \vec{p}_m и остаточной магнитной индукцией B_r формулой:

$$\vec{B}_p = (8\pi/3)\vec{p}_m = (2/3)\vec{B}_r(2)$$

1.1 Определения магнитного момента



Величину магнитного момента P_m одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{\max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести (см. рис. 1). При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{\max}^4} = mg, \quad P_m = \sqrt{\frac{mgr_{\max}^4}{6}}. (1)$$

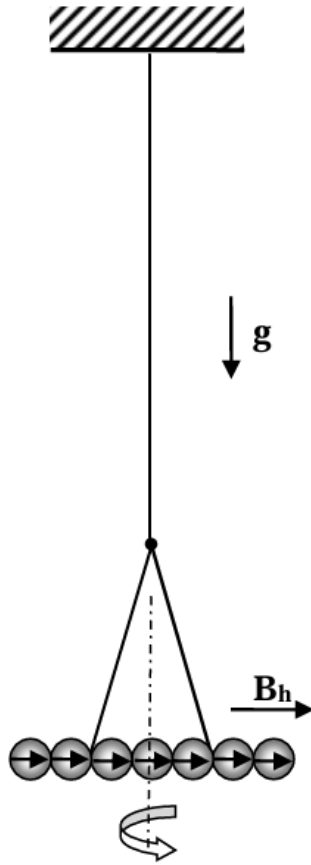
По величине магнитного момента P_m можно рассчитать величину индукции магнитного поля вблизи любой точки на поверхности шара радиуса R . Максимальная величина индукции наблюдается на полюсах:

$$\vec{B}_p = \frac{2\vec{P}_m}{R^3}.$$

Рисунок 1: Определение магнитного момента шариков по силе тяжести

2 Экспериментальная установка

2.1 Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля



Магнитное поле Земли в настоящей работе определяется по периоду крутильных колебаний магнитной стрелки вокруг вертикальной оси.

«Магнитная стрелка» образована из сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении (см. рис. 3). Магнитные моменты шариков направлены в одну сторону вдоль оси «стрелки». Под действием вращательного момента $\vec{M} = \vec{P}_0 \times \vec{B}$ магнитный момент «стрелки» \vec{P}_0 выстроится вдоль горизонтальной составляющей магнитного поля Земли \vec{B}_h в направлении Юг \rightarrow Север. При отклонении «стрелки» на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. Если пренебречь упругостью нити, то уравнение крутильных колебаний такого маятника определяется возвращающим моментом сил $M = -P_0 B_h \sin \theta$, действующим на «стрелку» со стороны магнитного поля Земли, и моментом инерции I_n «стрелки» относительно оси вращения.

При малых амплитудах ($\sin \theta \approx \theta$) уравнение колебаний «стрелки» имеет вид:

$$I_n \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -P_0 B_h \theta, \quad \text{или} \quad I_n \ddot{\theta} + P_0 B_h \theta = 0.$$

Период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{P_0 B_h}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{nP_m B_h}},$$

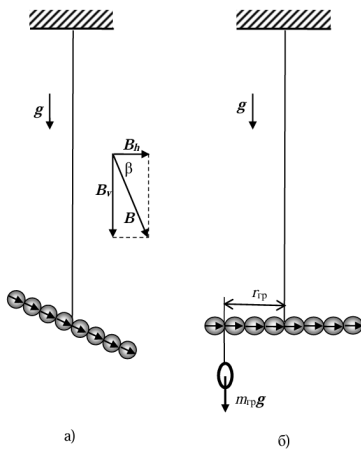
где $P_0 = nP_m$ — полный магнитный момент магнитной «стрелки», составленной из n шариков.

Рисунок 2: Крутильный маятник
— В нашем приближении период колебаний маятника оказывается пропорциональным квадратному корню из числа пар n , составляющих «стрелку»:

$$T(n) = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{nP_m B_h}} = 2\pi \sqrt{\frac{nm d^2 / 12}{nP_m B_h}} = \pi n \sqrt{\frac{m d^2}{3P_m B_h}} = kn,$$

где $k = \pi d \sqrt{\frac{m}{3P_m B_h}}$.

2.2 Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли. Магнитное наклонение.



Для измерения вертикальной B_v составляющей вектора индукции поля Земли используется та же установка, что и для измерения горизонтальной составляющей с тем лишь отличием, что магнитная «стрелка» подвешивается на нити без Λ -образного подвеса. В этом случае магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять», расположив её горизонтально: в этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на «стрелку» со стороны магнитного поля Земли. Если масса уравнивающего груза равна $m_{гр}$, плечо силы тяжести $r_{гр}$, а полный магнитный момент «стрелки» $P_0 = nP_m$, то в равновесии:

$$m_{гр} g r_{гр} = P_0 B_v = nP_m B_v$$

Рисунок 3: Определение вертикальной составляющей поля Земли

(B_v — вертикальная составляющая поля Земли). Видно, что момент $M(n)$ силы тяжести уравнивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную «стрелку»:

$$M(n) = An, \quad \text{где} \quad A = P_m B_v.$$

3 Ход работы

3.1 Задание 1

Измерили массу 19 шариков $M = 15,746 \pm 0,005\text{г}$ и потом нашли массу одного $m = 0,829 \pm 0,095\text{г}$

С помощью установки на рисунке 1 нашли $r_{max} = 20,2 \pm 0,1\text{ мм}$.

Рассчитаем величину магнитного момента магнетика по формуле 1:

$$P_m = \sqrt{\frac{0,829 * 981 * 16,649}{6}} = 47,51 \pm 0,1\text{Эрг/Гс}$$

Рассчитаем величину намагниченности $p_m = \frac{P_m}{V} = 496,0 \pm 0,1\text{Гс}$

Рассчитаем величину магнитного поля по формуле (2): $B_p = 4,15 \pm 0,21\text{кГс}$ (на устройстве примерно 2,5 кГс)

Рассчитаем величину остаточной магнитной индукции: $B_r = 0,77 \pm 0,29\text{ Тл}$ (табличное 1,22 Тл)

3.2 Задание 2

Измерим зависимость периода свободных колебаний от количества шаров:

Количество шаров	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$t_3, \text{с}$	$t_{cp}, \text{с}$	Число колебаний N	Период T, с
12	37,50	37,48	37,49	37,49	10	3,50
10	31,20	30,73	31,25	31,06	10	3,10
8	24,68	24,73	24,55	24,65	10	2,46
6	18,50	18,65	18,64	18,60	10	1,86
4	12,90	12,60	12,80	12,76	10	1,28

Построим график:

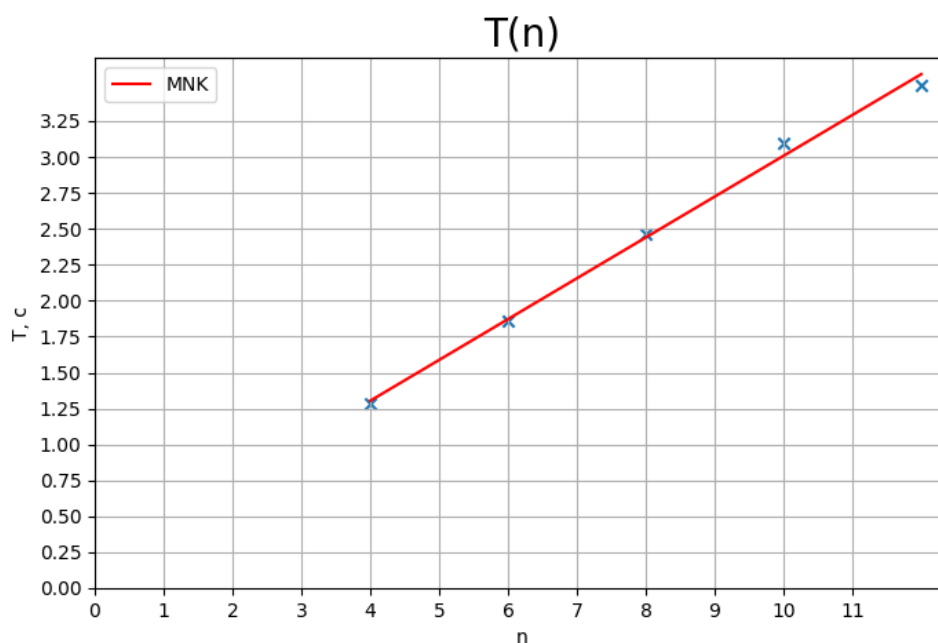


Рисунок 4: T(n)

Коэффициент наклона МНК равен: $k = 0,284$

Рассчитаем горизонтальную составляющую магнитного поля Земли по формуле:

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m} = 0,229 \pm 0,116\text{Гс}$$

3.3 Задание 3

Рассчитаем вертикальную составляющую поля. Для этого определим моменты сил:

$$M = [\vec{P}_m \vec{B}]$$

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

Количество шаров	Расстояние до маленького кольца	Расстояние до большого кольца	M, дин*см
4	-	0,57 см	189,92 ± 0,03
6	1,13 см	0,57 см	243,06 ± 0,04
8	-	0,57 см	307,02 ± 0,03
10	0,57	0,57	365,34 ± 0,01
12	-	1,13 см	376,03 ± 0,03

Построим график M(n):

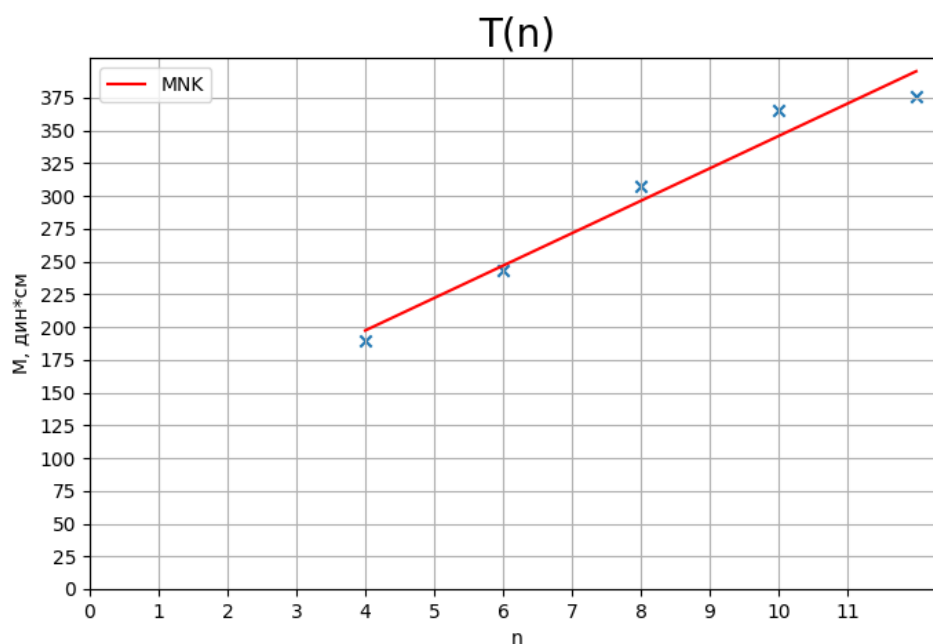


Рисунок 5: M(n)

$$k = 24,725$$

$$B_v = 0,520 \pm 0,051 \text{ Гс}$$

Магнитное наклонение

$$\beta = \arctang \frac{B_v}{B_h} = 66,2 \pm 3$$

При $\varphi = 56^\circ \beta = 71^\circ$

Полная величина индукции магнитного поля:

$$B = \sqrt{B_v^2 + B_h^2} = 0,568 \text{ Гс}$$

По данным из интернета величина магнитной индукции в московской области составляет 0,56 Гс.

4 Вывод

Исследовал свойства постоянных магнитов и измерил с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющую индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение. Итоговое экспериментальное значение индукции магнитного поля Земли почти идеально сошлось со значением из интернета. Значение остаточной магнитной индукции отличается от справочного около двух раз. Возможно, такое отклонение связано с размагниченностью магнитов, а также их „нечистоте“, связанное с взятием в жирные руки.