Отчет о выполненой лабораторной работе 3.7.3

Воронин Денис, Б04-407

November 4, 2025

Длинные линии

Цели работы: ознакомится и проверить на практике теорию распространения электрических сигналов вдоль длинной линии; измерить амплитудо- и фазово-частотные характеристики коаксиальной линии; определить погонные характеристики такой линии; на примере модели длинной линии изучить вопрос распределения амплитуды колебаний сигнала по длине линии.

Оборудование: осциллограф АКТАКОМ ADS-6142H; генератора АКИП 3420/1; бухта с коаксиальным кабелем рк 50-4-11; схематический блок "модель длинной линии"; магазин сопротивления Р33, соединительные провода.

1 Теоретическая часть

Рассмотрим элемент dx длинного коаксиального кабеля. Этот элемент представляет собой изолированный коаксиальный проводящий (медный) цилиндр некоторого радиуса r_2, на оси которого расположен сплошной тонкий проводник (медный) круглого сечения с радиусом r_1. Пространство между этими проводниками заполнена средой, обладающей диэлектрической проницаемостью ε и магнитной восприимчивостью μ. Как известно, такой элемент обладает индуктивностью

$$dL = 2\mu \ln(r_2/r_1)\, dx. \tag{1}$$

Удельная (погонная) индуктивность единицы длины такого кабеля:

$$L_x = \frac{dL}{dx} = 2\mu \ln(r_2/r_1). \tag{2}$$

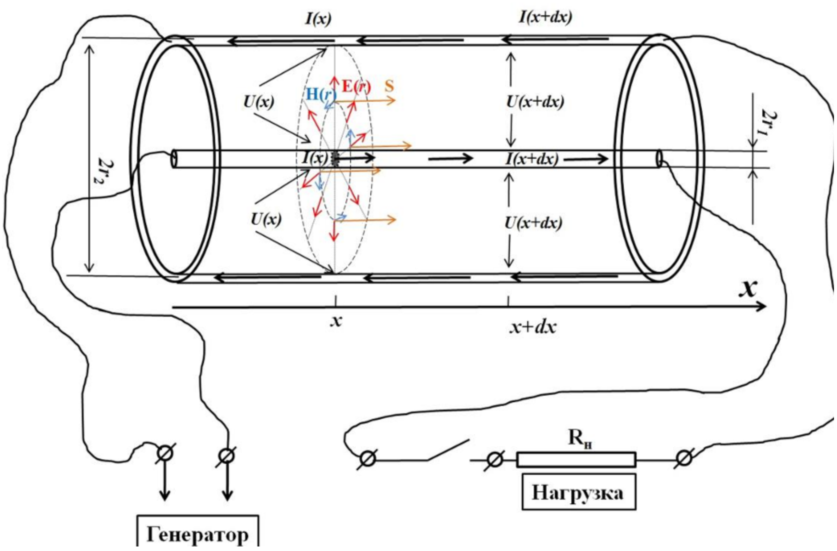

Рисунок 1: Схематическое изображение элемента dx длинного коаксиального кабеля.

Два проводника, образующих этот элемент dx коаксиального кабеля, должны обладать взаимной ёмкостью. Можно показать, что ёмкость элемента dx коаксиального кабеля определяется выражением:

$$dC = \frac{\varepsilon}{2\ln(r_2/r_1)}\, dx, \tag{3}$$

а его удельная (погонная) ёмкость единицы длины равна:

$$C_x = \frac{dC}{dx} = \frac{\varepsilon}{2\ln(r_2/r_1)}. \tag{4}$$

Изменение напряжения на концах элемента dx вызваны возникновением ЭДС индукции и падением напряжения в результате омического сопротивления проводников:

$$U(x+dx) - U(x) = -\frac{L_x\,dx}{c^2}\frac{\partial I}{\partial t} - R_x\,dx\,I, \tag{5}$$

где погонное сопротивление

$$R_x = \frac{dR}{dx} = \frac{1}{\sigma \cdot S}, \tag{6}$$

здесь σ — удельная проводимость материала проводников, S — площадь их поперечного сечения.

Изменение силы тока вызвано тем, что некоторая часть электрического заряда q как бы «перетекает на "обкладки" конденсатора, роль которых играют проводники коаксиального кабеля»:

$$I(x+dx) - I(x) = -\frac{\partial q}{\partial t}, \tag{7}$$

где $q = C_x\,dx\,U$.

Волоновое уравнение для напряжения $U(x)$:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{L_x C_x}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + R_x C_x \frac{\partial U}{\partial t}, \tag{8}$$

Или в каноническом виде:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - V_\phi^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \gamma \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \tag{9}$$

где введены следующие обозначения для фазовой скорости:

$$V_\phi = \frac{c}{\sqrt{L_x C_x}}, \tag{10}$$

и декремента затухания:

$$\gamma = R_x C_x V_\phi^2. \tag{11}$$

Если в конце такую длинную линию замкнуть на сопротивление

$$R_0 = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{L_x}{C_x}}, \tag{12}$$

то бегущая вдоль длинной линии волна «будет воспринимать» нагрузку как бесконечное продолжение этой длинной линии. Другими словами, когда длинная линия подключена к нагрузке с сопротивлением R_0, отражённой волны не возникает. Во всех остальных случаях, когда $R \neq R_0$ (в том числе и в частных случаях незамкнутого конца, когда $R \to \infty$ и короткозамкнутой линии, когда $R = 0$) возникает отражённая волна, описываемая выражением:

$$U(x,t) = U_0 e^{-i\omega t} e^{-(\alpha + ik)x}, \tag{13}$$

Набег фазы сигнала на выходе (в конце длинной линии) относительно входного сигнала (в начале длинной линии) будет иметь вид:

$$\Delta\varphi = kl. \tag{14}$$

2 Ход работы

2.1 Часть I. Определение параметров коаксиального кабеля.

Экспериментальные данные:

v, МГц	U_0, В	U_H, В	$\Delta\varphi$, рад	k, 10^{-3} см$^{-1}$	α, 10^{-3} см$^{-1}$
3.890	54.0	48.4	5.19984	1.03377	0.02177
7.810	54.0	46.0	10.06684	2.00136	0.03188
11.710	53.9	43.6	15.61459	3.10429	0.04253
15.710	54.1	41.2	19.70162	3.91682	0.05379
19.610	54.0	40.8	24.7947	4.92936	0.05579
23.510	53.9	39.6	29.87082	5.93853	0.06166
27.510	54.0	38.8	34.94192	6.9467	0.06572
31.510	54.0	36.0	39.61738	7.87622	0.08061
35.410	53.9	34.2	46.36901	9.21849	0.09081
39.410	54.0	33.2	51.42064	10.22279	0.09671

Значения посчитаны по формулам:

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{l}\ln\left(\frac{U_0}{U_н}\right), \tag{15}$$

$$k(\omega) = \frac{\Delta\varphi}{l}. \tag{16}$$

Построим график хависимости $(k^2-\alpha^2)(\omega^2)$

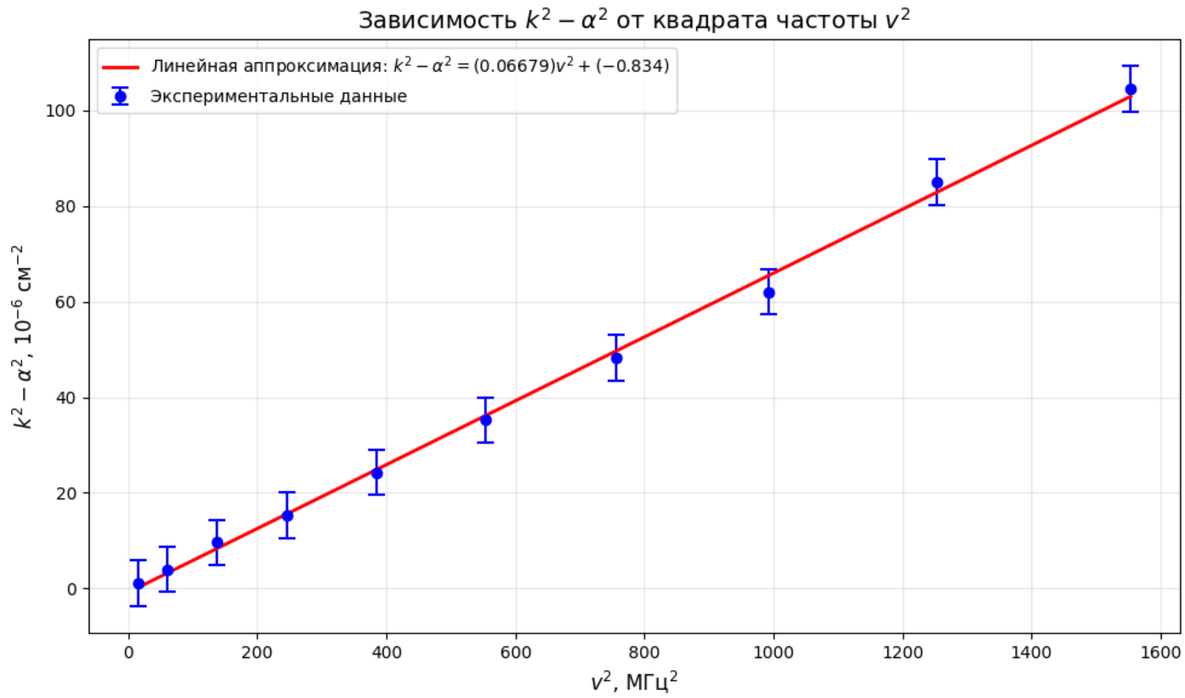

Рисунок 2: $(k^2-\alpha^2)(\omega^2)$

По данному графику получаем значения:

$$L_xC_x = (1.52 \pm 0.04)$$

В нашем случае R_0 равно 50 Ом, так что можно написать соотношения $L_x = cR_0 = (2.05 \pm 0.03)$ ед СГС, $C_x = (0.74 \pm 0.02)$. Фазовая скорость же равна $V_Ф = (2.43 \pm 0.07) \cdot 10^{10}$ см/с. Зная, что $r_1/r_2 = 2.92$, можно получить $\varepsilon = 1.58 \pm 0.04$ и $\mu = 0.96 \pm 0.03$ по формулам:

$$L_x = 2\mu \ln(r_2/r_1), \tag{17}$$

$$C_x = \frac{2\varepsilon}{\ln(r_2/r_1)}. \tag{18}$$

2.2 Часть II. Определение удельной проводимости проводников.

Метод А

Построим график и апроксимируем его:
Можем связать параметры данным уравнением

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{l}\ln\left(\frac{U_0}{U_H}\right) = \frac{4}{\sqrt{\sigma d}}C_x\frac{V_Ф}{c}\sqrt{\nu}, \tag{19}$$

А значит, построив график $\alpha(\sqrt{\nu})$ сможем по наклону предполагаемой прямой на графике определить σ.

$$\sigma = (1.06 \pm 0.04) * 10^{18}$$

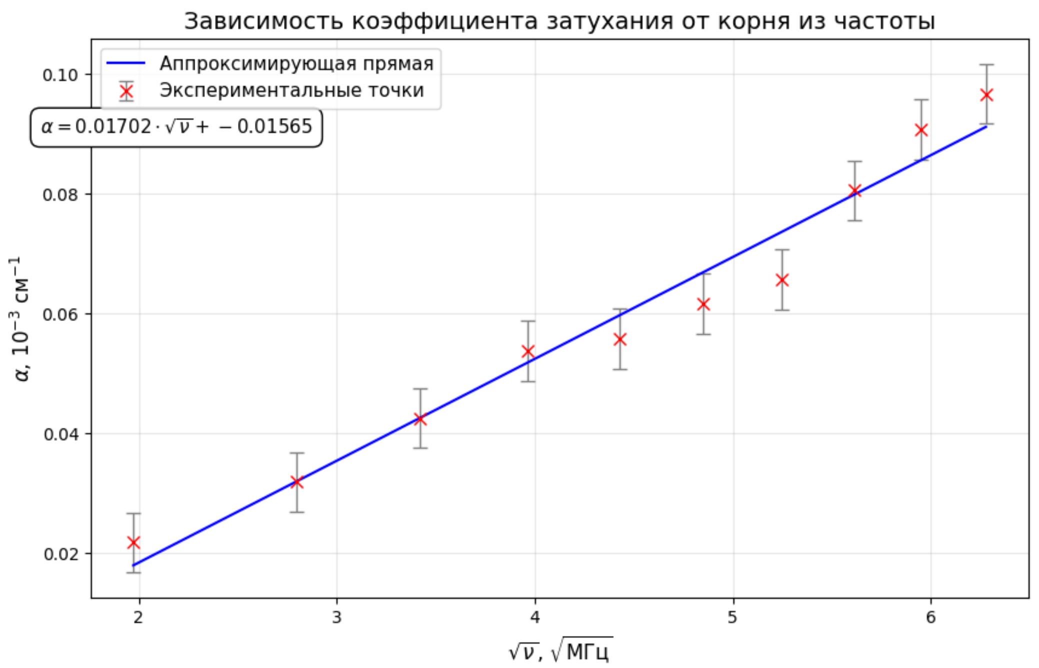

Рисунок 3: $\alpha(\sqrt{\nu})$

Метод Б

Для данного метода построим зависимость αk от $\nu^{3/2}$, чтобы из углового коэффициента определить σ.

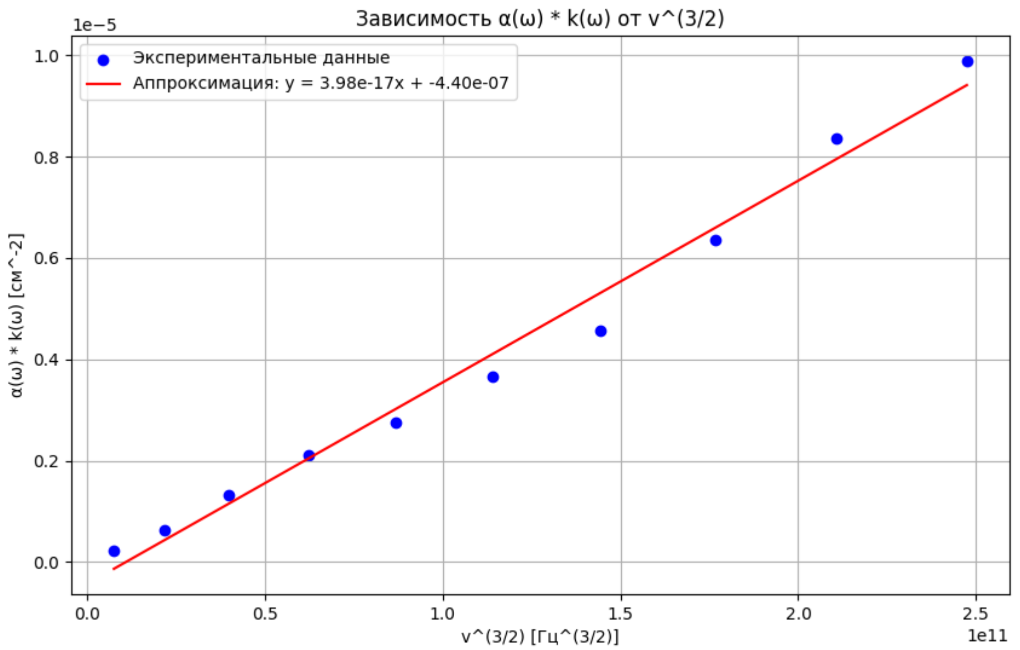

Рисунок 4: $\alpha * k(\sqrt{\nu}^3)$

Из теории известно, что

$$2\alpha k = \omega R_x C_x, \tag{20}$$

которое можно свести к зависимости

$$y_3 = \frac{4\pi C_x}{cd\sqrt{\sigma}} x_3, \tag{21}$$

где $x_3 = \nu^{3/2}$, $y_3 = \alpha k$.

Полученное значение коэффициента наклона

$$a = \frac{4\pi C_x}{cd\sqrt{\sigma}} = (3.76 \pm 0.02) \cdot 10^{-18} \text{ ед. СГС}, \tag{22}$$

Отсюда получим

$$\sigma_2 = \left(\frac{4\pi C_x}{acd}\right)^2 = (8.46 \pm 0.05) \cdot 10^{17} \text{ ед. СГС}. \tag{23}$$

3 Вывод

Ознакомился и проверил теорию распространения электрических сигналов вдоль длинной линии и определили ее погонные характеристики. Найдены значения индуктивности и емкости. При вычислении удельной проводимости способ Б отличился от способа А на 21 процент.