МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДАНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ

КАФЕДРА

«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

Направление: **Математика и компьютерные науки**

Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика

Домашнее задание №5

«Проверка гипотез о параметрах нормального распределения»

*Группа*: ФН11-52Б

Вариант №8

Студент: Зеликова В.И.

Преподаватель: Облакова Т.В.

Оценка:

Москва 2022

**Задача 5.** Проверка гипотез о параметрах нормального распределения

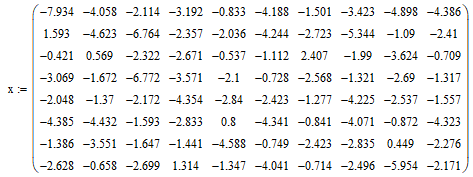
**Задание.**

По данной выборке из нормально распределенной генеральной совокупности:

1. постройте критерий уровня и проверьте гипотезу против односторонней альтернативы , если неизвестно;
2. постройте критерий уровня и проверьте гипотезу против альтернативы , если неизвестно;
3. постройте оптимальный критерий уровня и проверьте против простой альтернативы , если известно;
4. найдите ошибку второго рода критерия ;
5. найдите такие значения для которых ошибка второго рода критерия не превосходит ;
6. постройте совмещенные графики гистограммы относительных частот данной выборки и плотностей нормального распределения с параметрами и . Сформулируйте выводы.

**Исходные данные**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 0.05 |  |  | 1.7 |  |  | 1.75 | 0.1 | 80 |



1. **Первоначальная обработка статистических данных**

Находим крайние члены вариационного ряда и размах выборки

Размер выборки:

Крайние члены вариационного ряда:

Размах выборки:

По формуле Стёрджесса число интервалов:

Осуществляем группировку

Ширина интервальной группировки:

Для построения гистограммы воспользуемся встроенными функциями:



Эмпирические вероятности (относительные частоты):



Высоты столбцов гистограммы (плотности относительной частоты):



Координаты середин интервалов группировки:



Строим гистограмму относительных частот:

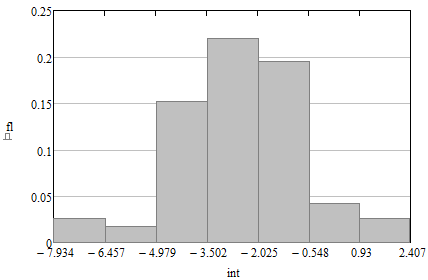


Рисунок 1 – Гистограмма относительных частот

Находим выборочные характеристики:

Выборочное среднее :



Выборочная дисперсия :

1. **Построим критерий**  уровня и проверим **гипотезу**  против левосторонней альтернативы если  **неизвестно**.

Критическое множество для среднего при альтернативе имеет вид:

Рассмотрим статистику:

Тогда по определению ошибки первого рода :

Выразим :

Следовательно, гипотеза отвергается, потому что принадлежит критическому множеству .

1. **Построим критерий**  уровня и проверим **гипотезу** против правосторонней альтернативы если  **неизвестно**.

Критическое множество для среднего квадратического отклонения при альтернативе имеет вид:

Рассмотрим статистику:

Тогда по определению ошибки первого рода :

Выразим :

Следовательно, гипотеза принимается, потому что не принадлежит критическому множеству .

1. **Построим критерий**  уровня и проверим **гипотезу**  против простой альтернативы , если **известно**

Критическое множество для среднего квадратического отклонения при альтернативе имеет вид:

Рассмотрим статистику:

Тогда по определению ошибки первого рода :

Выразим :

Следовательно, гипотеза отвергается, потому что принадлежит критическому множеству .

1. **Найдем ошибку второго рода**  **критерия**

Согласно определению ошибки второго рода :



1. **Найдем значения , для которых ошибка второго рода критерия не превосходит**

Оптимальное значение , при котором ошибка второго рода не превышает , можно вычислить по формуле:

1. **Построим совмещенные графики** гистограммы относительных частот выборки и плотностей нормального распределения и

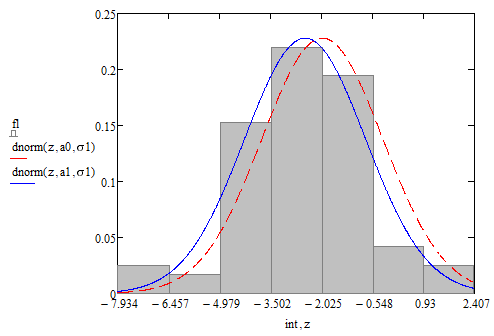


Рисунок 2 – Совмещенные графики гистограммы относительных частот выборки и плотностей нормального распределения и .

**Вывод:** В процессе выполнения задания была успешно реализована обработка первоначальных статистических данных и построение гистограммы относительных частот (Рисунок 1).

Затем, были посчитаны критические множества для среднего и среднего квадратичного отклонения, а также проверены 3 гипотезы с разными альтернативами.

Была найдена ошибка второго рода для критерия и такое значение параметра , при котором ошибка второго рода критерия не превосходит ε.

Также были построены совмещенные графики гистограммы относительных частот x и плотностей нормального распределения (красная пунктирная линия) и (синяя сплошная линия). По Рисунку 2 видно, что кривая плотности нормального закона для альтернативы   
 лучше ложится на гистограмму, чем в случае основной гипотезы , что согласуется в пункте 3.