МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДАНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ

КАФЕДРА

«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

Направление: **Математика и компьютерные науки**

Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика

Домашнее задание №6

«Последовательный критерий отношения правдоподобия»

*Группа*: ФН11-52Б

Вариант №8

Студент: Зеликова В.И.

Преподаватель: Облакова Т.В.

Оценка:

Москва 2022

**Задача 6.** Последовательный критерий отношения правдоподобия

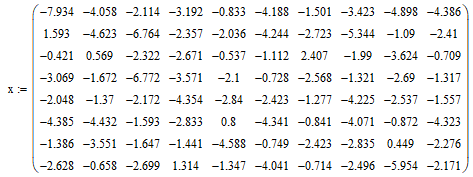
**Задание.**

В условиях задачи №5

1. Постройте последовательный критерий Вальда для проверки гипотезы против альтернативы при известном . Ошибка первого рода задана в условии, ошибка второго рода вычислена вами в пункте 4.
2. Примените построенный критерий к заданной выборке (порядок чтения - по столбцам), сформулируйте результат. Дайте графическую иллюстрацию последовательного критерия.
3. Вычислите математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе и при альтернативе .
4. Перепишите критическое множество из пункта 3 в виде , отметьте на графике и сравните результаты применения критериев Вальда и Неймана-Пирсона.

**Исходные данные**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 0.05 |  | 1.7 |  | 1.75 | 0.1 | 80 | 0.181 | -2.453 | 3.526 | -2.322 |



1. **Построим последовательный критерий Вальда** для проверки гипотезы против альтернативы при известном .

Найдем такие границы , которые удовлетворяют следующему условию:

Положим

то есть статистикой критерия будет .

Сформулируем критерий Вальда: если , то принимается , если , то принимается . Тогда ошибка первого рода принимает вид:

а ошибка второго рода:

Постоянные вычислим по формулам Вальда:

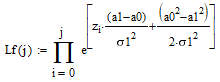


Отношение правдоподобия можно вычислить следующим образом:

1. **Применим построенный критерий к данной выборке.**

Запишем x в столбец:



 Тогда отношение правдоподобия

Приведем графическую иллюстрацию последовательного критерия (Рисунок 1).

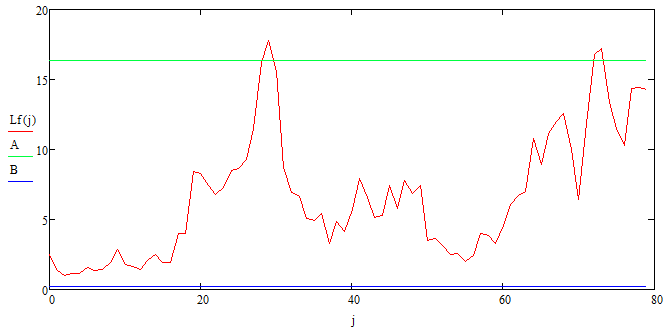


Рисунок 1 Графическая иллюстрация последовательного критерия

Заметим, что график пересекает прямую , следовательно, принимается гипотеза .

1. **Вычислим математическое ожидание момента принятия решения** при основной гипотезе и при альтернативе .

Математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе :

где



Математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе :

где



1. **Перепишем критическое множество** из пункта 3 задачи 5 в виде , отметим на графике и сравним результаты применения критериев Вальда и Неймана-Пирсона.

Запишем критическое множество в следующем виде:

Выразим :

Заметим, что .

Следовательно, при делении знак неравенства поменяется:





Следовательно, . Таким образом, получаем критическое множество:

При этом при :

что принадлежит критическому множеству и, следовательно, принимается гипотеза 

1. **Изобразим С на графике**

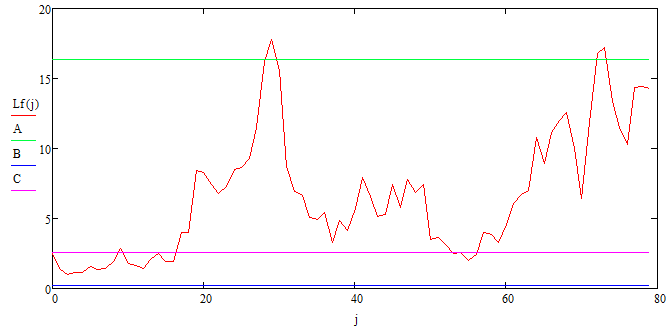


Рисунок 2 Графическая иллюстрация последовательного критерия

**Вывод:** В процессе выполнения задания был изучен принцип построения последовательного критерия Вальда для проверки простых гипотез о среднем значении нормального закона (основная гипотеза против альтернативы при известном ) а также применение построенного критерия к заданной выборке. Получен навык вычисления математического ожидания момента принятия решения при основной гипотезе и при альтернативе . Было установлено, что критерий Вальда и критерий Неймана-Пирсона дали одинаковый результат.