EXERCÍCIO 01 (ESTIMATIVA DE FALHAS DE SERVIDORES): A confiabilidade de sistemas distribuídos pode ser avaliada por meio da análise do número de falhas em função do tempo de operação contínua. Em um experimento controlado, foram monitoradas as falhas ocorridas em servidores ao longo de alguns dias. Técnicas de interpolação permitem estimar o comportamento do sistema em dias não amostrados, o que pode ser útil na prevenção de falhas, agendamento de manutenções e balanceamento de carga. Considere que os dados observados e registrados são:

Tempo (dias)	1	3	6	10
Falhas registradas	2,1	5,8	11,9	20,7

O objetivo é estimar, via **interpolação polinomial**, o número de falhas esperadas nos dias **4** e **8** com base em um modelo de interpolação adequado (use apenas **2** métodos de interpolação), e:

1. Encontre a função polinomial de grau **3** aos dados experimentais;
2. As estimativas (valor aproximado) dessa função nos dias indicados;
3. Gere os gráficos da interpolação;
4. Compare os valores estimados com os obtidos pela função de referência **f(t) = 2t**, e calcule os erros relativos percentual;
5. Analise se o padrão de falhas observado indica qual tipo de crescimento (linear, quadrático,...)

Solução:

Aplicando-se os métodos de interpolação por **sistema de equações** e o **método de Newton**, calculamos as estimativas para o **número de falhas esperados nos dias** 4 **e 8**, obtendo:

1. Função polinomial de grau 3 aos dados experimentais:

$$Pn(x) = 0,3857143 + 1,6647619x + 0,0509524x^2 - 0,0014286x^3$$

2. Estimativas dessa função nos dias indicados:

Usando interpolação por sistema de equações:

```
** INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES - Ver. MODULARIZADA **

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000; f(x) = 2.100000
   x = 3.000000; f(x) = 5.800000
   x = 6.000000; f(x) = 11.900000
   x = 10.000000; f(x) = 20.700000

[2] MATRIZ DE VANDERMONDE:

   1.   1.    1.     1.
   1.   3.    9.     27.
   1.   6.    36.    216.
   1.   10.   100.   1000.

[3] COEFICIENTES DO POLINÔMIO:
   a0 = 0.385714
   a1 = 1.664762
   a2 = 0.050952
   a3 = -0.001429

[4] POLINÔMIO INTERPOLADOR:

  0.3857143 +1.6647619x +0.0509524x^2 -0.0014286x^3

[5] VALOR APROXIMADO: p(4.00) = 7.768571
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

[5] VALOR APROXIMADO: p(8.00) = 16.233333
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

***** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES *****
```

Usando interpolação pelo método de Newton:

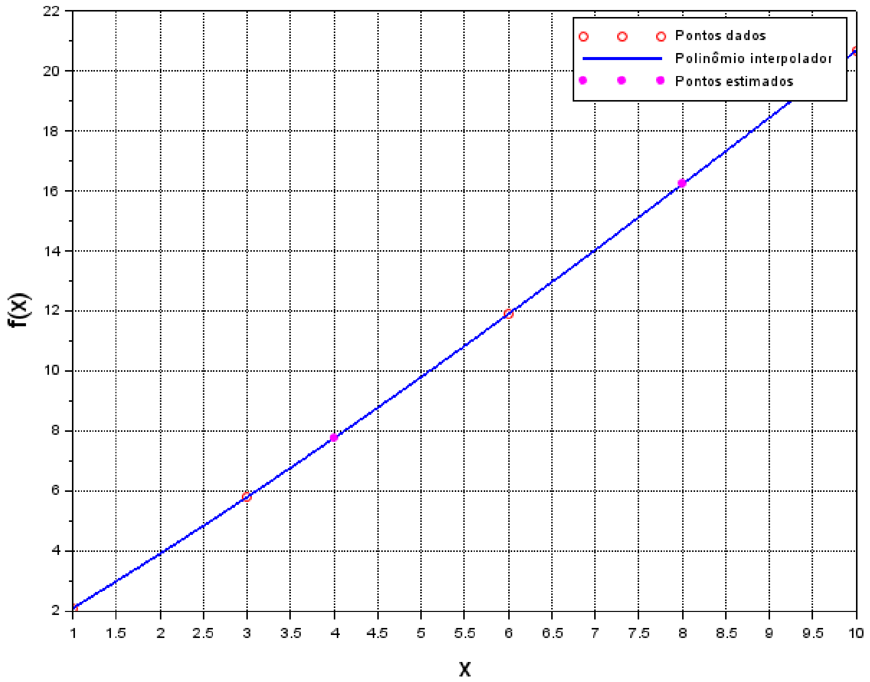
```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON - Ver. MODULARIZADA **

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000; f(x) = 2.100000
   x = 3.000000; f(x) = 5.800000
   x = 6.000000; f(x) = 11.900000
   x = 10.000000; f(x) = 20.700000

[2] COEFICIENTES DAS DIFERENÇAS DIVIDIDAS:
   a_0 = 2.100000
   a_1 = 1.850000
   a_2 = 0.036667
   a_3 = -0.001429

[3] CONSTRUÇÃO DO POLINÔMIO DE NEWTON:

  0.3857143 +1.6647619x +0.0509524x^2 -0.0014286x^3

[4] VALOR APROXIMADO: p(4.00) = 7.768571
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

[4] VALOR APROXIMADO: p(8.00) = 16.233333
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

******** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR NEWTON ********
```

Usando os dois métodos de interpolação, obtivemos os resultados aproximados:

Tempo (dias)	Falhas registradas
4	7,7
8	16,2

3. Gráfico da interpolação:

Polinômio Interpolador: p_n(x) = 0.3857143+1.6647619*x+0.0509524*x^2-0.0014286*x^3



4. **Erro percentual pela função f(t) = 2t:**

Usando a função f(t) = 2t como base, obtemos os valores:

$f(4) = 2*4 = 8$

$f(8) = 2*8 = 16$

Comparando com os valores obtidos, temos os erros relativos percentuais:

$$Erro = \left|\frac{7{,}7-8}{8}\right| * 100 = 3{,}75\%$$

$$Erro = \left|\frac{16{,}2-16}{16}\right| * 100 = 1{,}25\%$$

5. **Padrão de crescimento:**

Pela análise dos valores obtidos e comparação com os valores reais da função **f(t)= 2t**, podemos afirmar que o padrão de crescimento do **número de falhas em relação ao tempo de operação do servidor** é linear, variando levemente para cada resultado esperado.

EXERCÍCIO 02 (MAIS SOBRE ESTIMATIVA DE FALHAS DE SERVIDORES): A confiabilidade de sistemas distribuídos é frequentemente avaliada pelo número de falhas em função do tempo de operação contínua. Em um experimento de longa duração, foram monitoradas as falhas registradas em servidores ao final de **12** dias distintos de atividade, cujos dados são como abaixo tabulado.

Tempo (dias)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Falhas registradas	1,8	3,6	5,7	7,9	10,3	12,1	13,8	16,2	18,4	20,3	22,9	24,1

O objetivo é modelar, via **ajuste polinomial**, a tendência do número de falhas ao longo do tempo, considerando que os dados apresentam variações naturais e não seguem exatamente um padrão determinístico. Ajustar um modelo polinomial de grau **1** (linear), grau **2** (quadrático) e grau **3** (cúbico) aos dados, para:

1. Determinar as expressões ajustadas para os referidos graus;
2. Representar graficamente os dados e as curvas ajustadas;
3. Calcular os coeficientes de determinação, R^2, de cada modelo;
4. Discutir qual modelo representa melhor a tendência dos dados, segundo o coeficiente R^2.
5. Analise se o padrão de falhas observado indica qual tipo de crescimento (linear, quadrático,...)

Solução:

Ajustando um **modelo polinomial de grau 1, 2 e 3**, calculamos a tendência do **número de falhas ao longo do tempo**:

1. **Expressões ajustadas para grau 1, 2 e 3:**

Grau 1:

$$f(x) = -\ 0.3878788 + 2.0737762x$$

```
***** AJUSTE POLINOMIAL - MOM - Ver. MONOLÍTICA *****

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000    y(x) = 1.800000
   x = 2.000000    y(x) = 3.600000
   x = 3.000000    y(x) = 5.700000
   x = 4.000000    y(x) = 7.900000
   x = 5.000000    y(x) = 10.300000
   x = 6.000000    y(x) = 12.100000
   x = 7.000000    y(x) = 13.800000
   x = 8.000000    y(x) = 16.200000
   x = 9.000000    y(x) = 18.400000
   x = 10.000000    y(x) = 20.300000
   x = 11.000000    y(x) = 22.900000
   x = 12.000000    y(x) = 24.100000

[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

   12.   78.
   78.   650.

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

   157.1
   1317.7

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - -0.387879
   a_1 - 2.073776

[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

  -0.3878788 +2.0737762x

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.670828
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R²: 0.998910

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

Grau 2:

$$f(x) =- 0.4568182 + 2.1033217x - 0.0022727x^2$$

```
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

   12.    78.     650.
   78.    650.    6084.
   650.   6084.   60710.

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

   157.1
   1317.7
   12361.700

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - -0.456818
   a_1 - 2.103322
   a_2 - -0.002273

[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

  -0.4568182 +2.1033217x -0.0022727x^2

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.663934
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R²: 0.998922

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

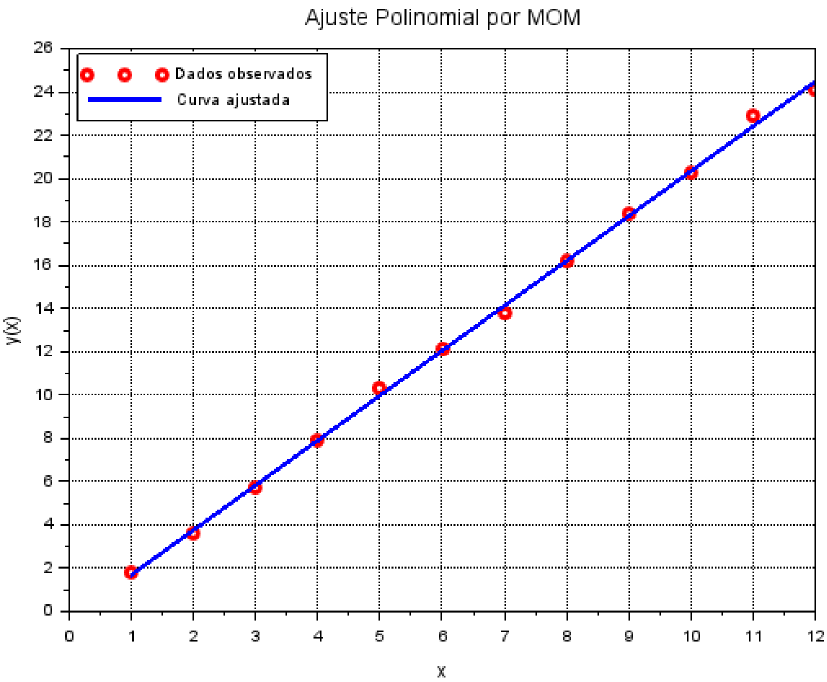
Grau 3:

$$f(x) = -\ 0.189899\ +\ 1.8970215x\ +\ 0.0358586x^{2}\ -\ 0.0019555x^{3}$$

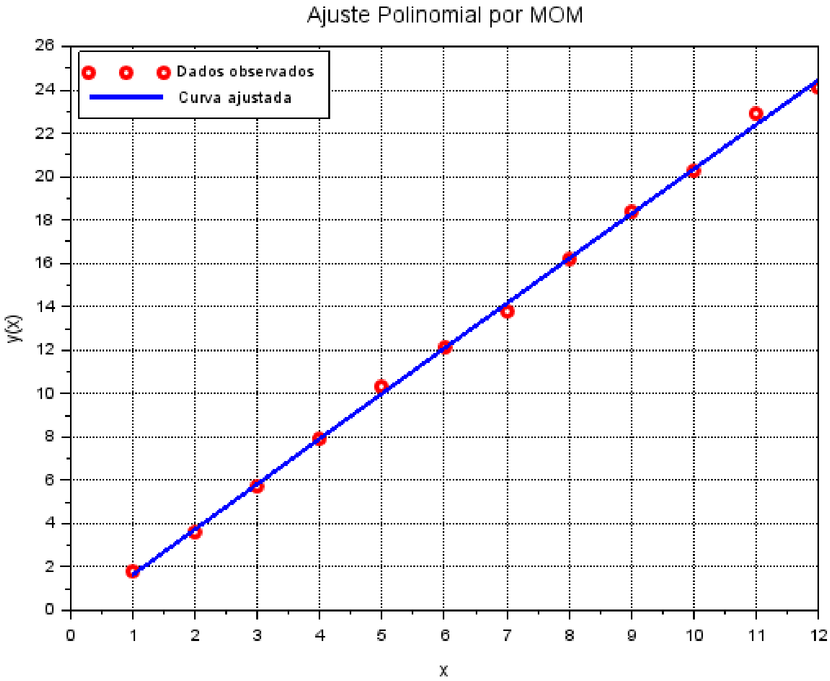
```
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

   12.     78.      650.      6084.
   78.     650.     6084.     60710.
   650.    6084.    60710.    630708.
   6084.   60710.   630708.   6735950.

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

   157.1
   1317.7
   12361.700
   123457.3

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - -0.189899
   a_1 - 1.897021
   a_2 - 0.035859
   a_3 - -0.001955

[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

  -0.189899 +1.8970215x +0.0358586x^2 -0.0019555x^3

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.619643
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R²: 0.998994

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

2. Gráficos dos dados e curvas ajustadas:

Grau 1:

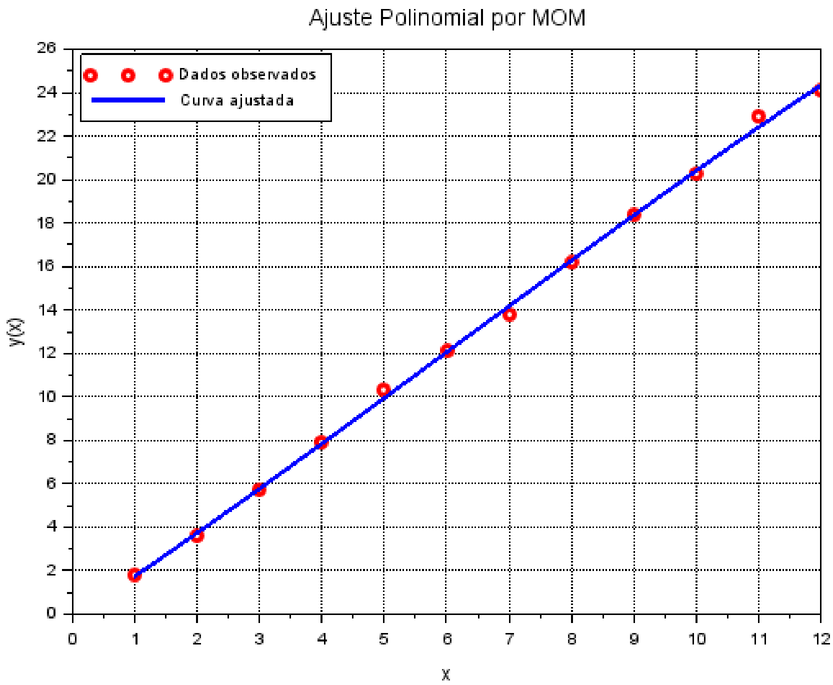


Grau 2:



Ajuste Polinomial por MOM
Dados observados
Curva ajustada
y(x)
x
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Grau 3:



Ajuste Polinomial por MOM
Dados observados
Curva ajustada
y(x)
x
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

3. **Coeficientes de determinação R^2 de cada modelo:**

Grau 1:

$R^2 = 0,998910$

Grau 2:

$R^2 = 0,998922$

Grau 3:

$R^2 = 0,998994$

4. **Modelo que melhor representa a tendência dos dados:**

Os 3 modelos apresentam um valor **extremamente elevado** para o coeficiente de determinação e **não possuem uma variação grande** entre os resultados obtidos. Mesmo assim, o modelo que representa melhor a tendência dos dados é o de **Grau 3**, com um coeficiente **R^2 = 0,998994**, muito próximo de 1.

5. **Padrão de crescimento:**

Pela análise dos resultados obtidos, podemos afirmar que o padrão de crescimento do **número de falhas em relação ao tempo de operação do servidor** é **linear**, variando levemente para cada resultado esperado.

EXERCÍCIO 03 (TEMPO TOTAL DE COMPRESSÃO COM VÁRIOS NÚCLEOS DE CPU): Busca-se estimar o tempo total de compressão **T(k)**, com **k** representando o número de núcleos de CPU utilizados, para os valores **k = 3** e **k = 6** , com base nas medições experimentais realizadas sobre um mesmo conjunto de arquivos. Os valores observados e registrados são:

Núcleos (k)	1	2	4	8
Tempo (s)	240	125	70	42

1. Considere que o tempo medido se refere à compressão total dos arquivos, com execução paralela controlada por número de núcleos alocados;
2. Desenvolva inicialmente uma solução via interpolação polinomial e analise a consistência físico-matemática dos resultados. Caso seja inconsistente desenvolva (manual ou computacionalmente) uma solução para um modelo de ajuste do tipo inversamente proporcional.
3. Para cada metodologia, se for o caso, apresente os resultados indicados nos problemas 1 e 2.

Solução:

....

Aplicando-se os métodos de interpolação por **sistema de equações**, o **método de Newton** e o **método de Lagrange**, calculamos as estimativas para o **tempo de compressão esperado com 3 e 6 núcleos**, obtendo:

1. **Função polinomial de grau 3 aos dados experimentais:**

$$Pn(x) = 442.7619 - 254x + 54.916667x^2 - 3.6785714x^3$$

2. **Estimativas dessa função nos dias indicados:**

Usando interpolação por sistema de equações:

```
** INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES - Ver. MODULARIZADA **

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000; f(x) = 240.000000
   x = 2.000000; f(x) = 125.000000
   x = 4.000000; f(x) = 70.000000
   x = 8.000000; f(x) = 42.000000

[2] MATRIZ DE VANDERMONDE:

   1.   1.   1.    1.
   1.   2.   4.    8.
   1.   4.   16.   64.
   1.   8.   64.   512.

[3] COEFICIENTES DO POLINÔMIO:
   a0 = 442.761905
   a1 = -254.000000
   a2 = 54.916667
   a3 = -3.678571

[4] POLINÔMIO INTERPOLADOR:

  442.7619 -254x +54.916667x^2 -3.6785714x^3

[5] VALOR APROXIMADO: p(3.00) = 75.690476
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

[5] VALOR APROXIMADO: p(6.00) = 101.190476
[6] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

***** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR SISTEMA DE EQUAÇÕES *****
```

Usando interpolação pelo método de Newton:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON - Ver. MODULARIZADA **

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000; f(x) = 240.000000
   x = 2.000000; f(x) = 125.000000
   x = 4.000000; f(x) = 70.000000
   x = 8.000000; f(x) = 42.000000

[2] COEFICIENTES DAS DIFERENÇAS DIVIDIDAS:
   a_0 = 240.000000
   a_1 = -115.000000
   a_2 = 29.166667
   a_3 = -3.678571

[3] CONSTRUÇÃO DO POLINÔMIO DE NEWTON:

  442.7619 -254x +54.916667x^2 -3.6785714x^3

[4] VALOR APROXIMADO: p(3.00) = 75.690476
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

[4] VALOR APROXIMADO: p(6.00) = 101.190476
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

******** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR NEWTON ********
```

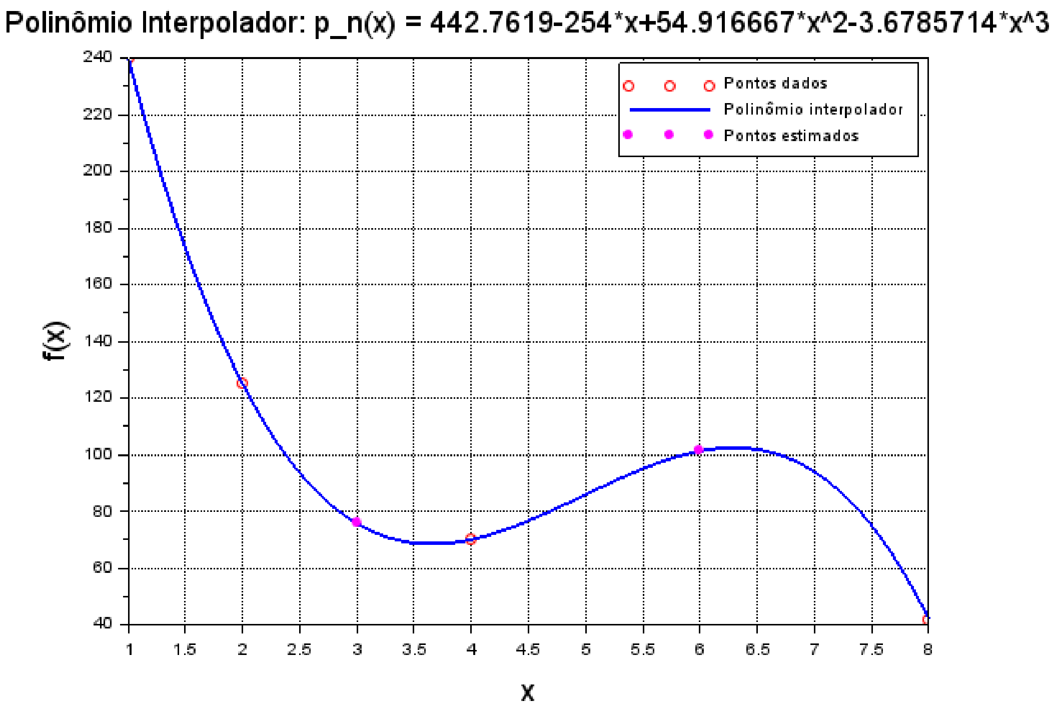
Usando interpolação pelo método de Lagrange:

```
** INTERPOLAÇÃO PELO MÉTODO DE LAGRANGE - Ver. MODULARIZADA **

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000; f(x) = 240.000000
   x = 2.000000; f(x) = 125.000000
   x = 4.000000; f(x) = 70.000000
   x = 8.000000; f(x) = 42.000000

[2] POLINÔMIOS DE BASE DE LAGRANGE:
   L_0(x) = 3.047619-2.6666667*X+0.6666667*X^2-0.047619*X^3
   L_1(x) = -2.6666667+3.6666667*X-1.0833333*X^2+0.0833333*X^3
   L_2(x) = 0.6666667-1.0833333*X+0.4583333*X^2-0.0416667*X^3
   L_3(x) = -0.047619+0.0833333*X-0.0416667*X^2+0.0059524*X^3

[3] POLINÔMIO INTERPOLADOR POR LAGRANGE:

  442.7619 -254X +54.916667X^2 -3.6785714X^3

[4] VALOR APROXIMADO: p(3.00) = 75.690476
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

[4] VALOR APROXIMADO: p(6.00) = 101.190476
[5] ERRO PERCENTUAL: 0.000%

******** FIM DE INTERPOLAÇÃO POR LAGRANGE ********
```

Usando os três métodos de interpolação, obtivemos os resultados aproximados:

Núcleos (k)	Tempo (s)
3	75,7
6	101,2

3. Gráfico da interpolação:



O resultado obtido pela interpolação polinomial **não é consistente** com os valores esperados, visto que o tempo é **inversamente proporcional ao número de núcleos** e deveria diminuir conforme o número de núcleos aumenta. Mesmo considerando **eventuais variações**, o resultado não deveria divergir dessa forma.

Como o resultado por interpolação **não se mostrou consistente**, precisamos desenvolver uma solução usando **ajuste polinomial** do tipo **inversamente proporcional.**

Uma função inversamente proporcional é do tipo $f(x) = \frac{a}{x} + b$, onde $\frac{1}{x} = z$. Ou seja, é uma **função linear** $f(x) = az + b$. Se substituirmos o valor dos **núcleos (k)** em **x**, obtemos o inverso dos valores reais e conseguimos trabalhar com um modelo **inversamente proporcional**:

Núcleos (k)	z = 1/k	Tempo (s)
1	1	240
2	0,5	125
4	0,25	70
8	0,125	42

Ajustando um **modelo polinomial de grau 1, 2 e 3**, calculamos a tendência do **tempo de compressão de arquivos conforme o número de núcleos de CPU**:

6. Expressões ajustadas para grau 1, 2 e 3:

Grau 1:

$$f(x) = 13.173913 + 226.29565x$$

```
***** AJUSTE POLINOMIAL - MOM - Ver. MONOLÍTICA *****

[1] TABELA DE DADOS:
   x = 1.000000    y(x) = 240.000000
   x = 0.500000    y(x) = 125.000000
   x = 0.250000    y(x) = 70.000000
   x = 0.125000    y(x) = 42.000000

[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

   4.       1.875
   1.875    1.328125

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

   477.
   325.25

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - 13.173913
   a_1 - 226.295652

[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

  13.173913 +226.29565x

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 2.382609
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R²: 0.999896

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

Grau 2:

$$f(x) = 15.166667 + 215.34194x + 9.4623656x^2$$

```
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

   4.          1.875       1.328125
   1.875       1.328125    1.1425781
   1.328125    1.1425781   1.0666504

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

   477.
   325.25
   276.28125

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - 15.166667
   a_1 - 215.341935
   a_2 - 9.462366

[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

  15.166667 +215.34194x +9.4623656x^2

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.261290
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R²: 0.999989

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

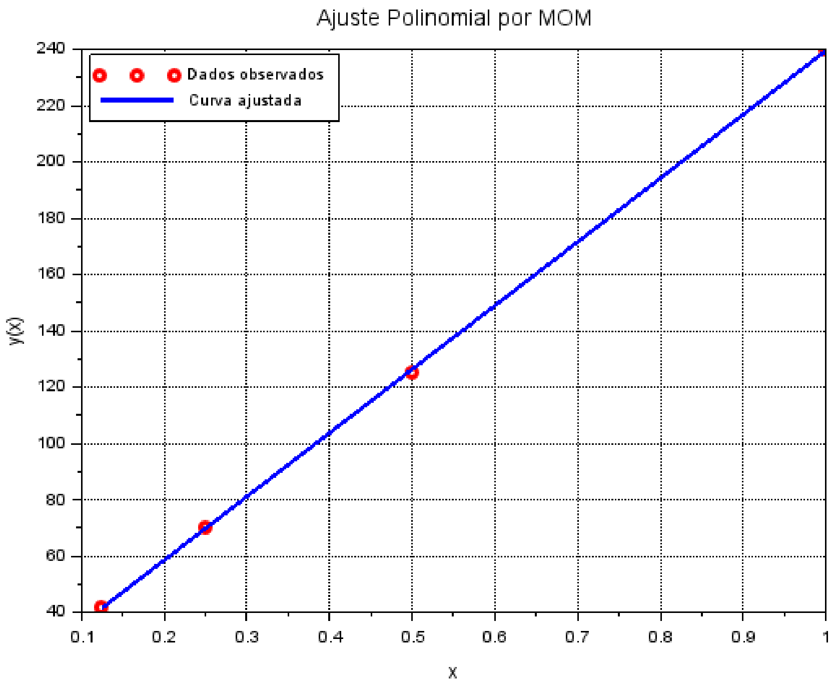
Grau 3:

$$f(x) = 13.238095 + 234x - 34.666667x^2 + 27.428571x^3$$

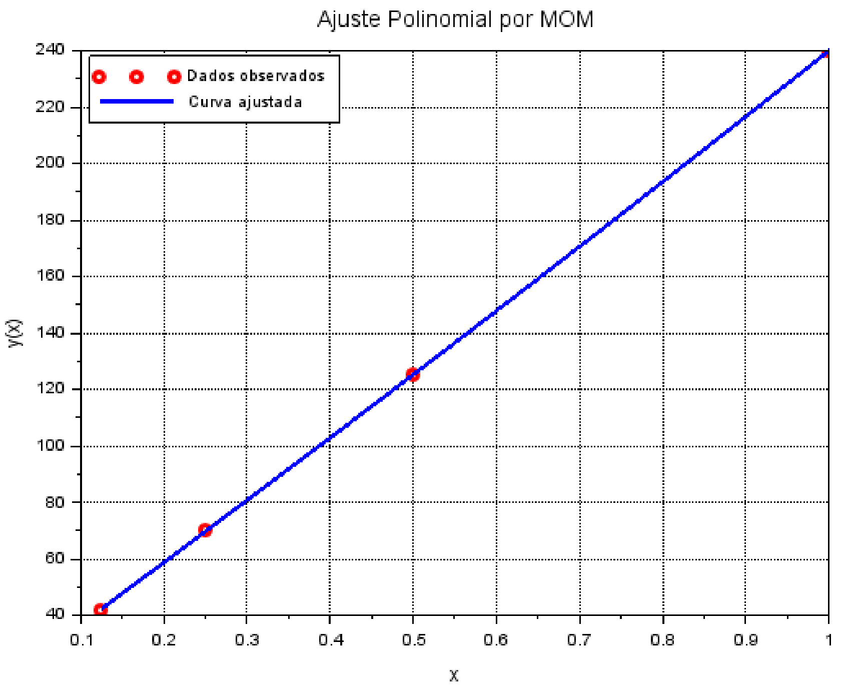
```
[2] MATRIZ DO SISTEMA NORMAL (A):

   4.          1.875       1.328125    1.1425781
   1.875       1.328125    1.1425781   1.0666504
   1.328125    1.1425781   1.0666504   1.0322571
   1.1425781   1.0666504   1.0322571   1.015873

[3] VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES (B):

   477.
   325.25
   276.28125
   256.80078

[4] COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE:
   a_0 - 13.238095
   a_1 - 234.000000
   a_2 - -34.666667
   a_3 - 27.428571

[5] POLINÔMIO DE AJUSTE:

  13.238095 +234x -34.666667x^2 +27.428571x^3

[6] SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS (SSR): 0.000000
[7] COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO R²: 1.000000

******** FIM DO AJUSTE POLINOMIAL POR MOM ********
```

7. Gráficos dos dados e curvas ajustadas:

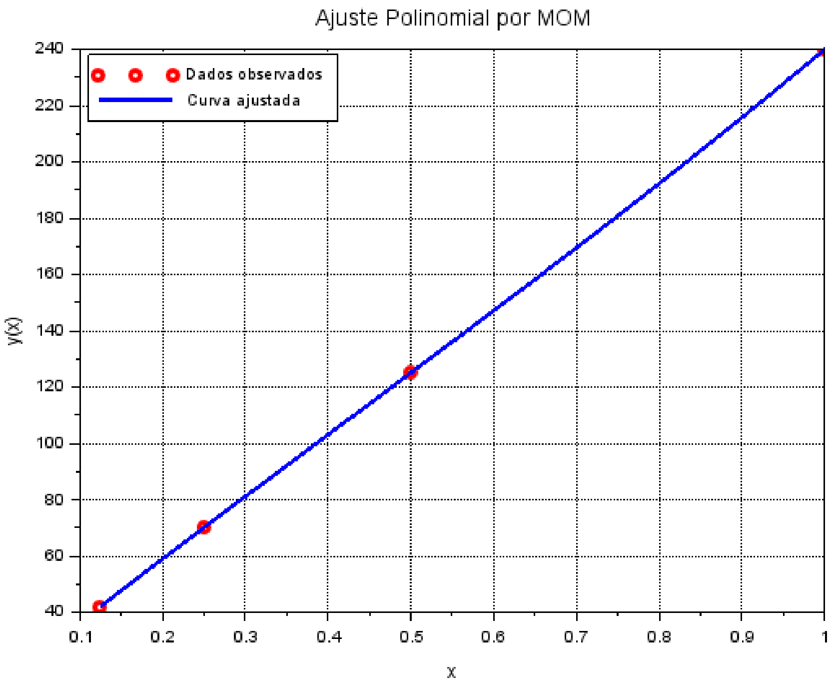
Grau 1:



Grau 2:



Grau 3:



8. Coeficientes de determinação R^2 de cada modelo:

Grau 1:

$$R^2 = 0.999896$$

Grau 2:

$$R^2 = 0.999989$$

Grau 3:

$$R^2 = 1.000000$$

9. Modelo que melhor representa a tendência dos dados:

Os 3 modelos possuem um coeficiente de determinação **extremamente alto**, porém, o de grau 3 atingiu o **valor máximo 1**, interpolando corretamente **todos os pontos solicitados**.

Tomando como base o **polinômio de 3° grau** obtido por meio de **ajuste** e considerando a natureza **inversamente proporcional** do modelo, obtemos o **tempo de compressão de arquivo para 3 e 6 núcleos de CPU**:

$$f(\frac{1}{3}) = 13.238095 + 234 * \frac{1}{3} - 34.666667 * (\frac{1}{3})^2 + 27.428571 * (\frac{1}{3})^3 = 88.4$$

$$f(\frac{1}{6}) = 13.238095 + 234 * \frac{1}{6} - 34.666667 * (\frac{1}{6})^2 + 27.428571 * (\frac{1}{6})^3 = 51.4$$

Núcleos (k)	z = 1/k	Tempo (s)
3	0,333	88,4
6	0,167	51,4

EXERCÍCIO 04 (ESTIMATIVAS DA TAXA DE TRANSFERÊNCIA DE DADOS EM CACHE DE PROCESSADOR): Durante testes de benchmark, foram medidos os volumes acumulados de dados processados até o instante **t**, em milissegundos **(ms)**, no cache L1 de um processador. Esses dados permitem avaliar o desempenho da transferência de dados ao longo do tempo.

O objetivo é estimar numericamente, com os dados experimentais registrados:

- A **1ª** derivada da função **f(t)** , interpretada como a taxa instantânea de transferência (MB/ms), no instante crítico **t = 2,0 ms;**
- A **2ª** derivada da função **f(t)**, interpretada como a aceleração da taxa de transferência. Ou seja, se o sistema está aumentando ou estabilizando sua capacidade de transferência no instante **t = 2,0 ms.**

Tempo (ms)	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
Dados acumulados (MB)	3,245	3,584	3,953	4,357	4,799

Para efeitos de cálculo de erros, considere que a função de transferência de referência é **f(t)=exp(0,5t)**, e então:

1. Estime numericamente **f'(2,0)** e **f''(2,0)** utilizando os métodos de diferenciação via diferenças finitas e de Lagrange tratados em sala;
2. Compare os valores obtidos com os resultados exatos da função de referência e, quando possível, calcule os erros relativos e de truncamento;
3. Com base nos sinais e valores das derivadas, discuta se a taxa de transferência está aumentando (quando **f''(2,0) > 0**) ou estabilizando;

SOLUÇÃO:

Calculando o valor da **primeira, segunda, terceira e quarta derivadas** da função de referência $f(t) = e^{0,5t}$, para $t = 2,0$, obtemos os resultados:

$$f'(2) = 0,5e^{0,5*2} = 1.359140$$

$$f''(2) = 0,25e^{0,5*2} = 0.679570$$

$$f'''(2) = 0,125e^{0,5*2} = 0.339785$$

$$f''''(2) = 0,0625e^{0,5*2} = 0.169892$$

Usando esses valores, podemos **estimar numericamente as derivadas** e trabalhar com os resultados:

1. **Estimação numérica de f'(2,0) e f''(2,0) por diferenciação finita e Lagrange:**

```
***** DIFERENCIAÇÃO NUMÉRICA - MÓDULO COMPLETO *****

>> Progressiva de 1a Ordem:
   Cálculo da derivada de 1a ordem em x = 2 pela fórmula Progressiva de 1a Ordem:
   Aproximação: (f(xk+1) - f(xk)) / h
   Computando: (4.357000 - 3.953000) / 0.200000
   Resultado: 2.020000
   Erro relativo percentual: |(1.359140 - 2.020000) / 1.359140| * 100% = 48.623394%
   Erro de truncamento (progressiva 1a ordem): |-(h/2) * segundaDerivada| = 0.067957

>> Regressiva de 1a Ordem:
   Cálculo da derivada de 1a ordem em x = 2 pela fórmula Regressiva de 1a Ordem:
   Aproximação: (f(xk) - f(xk-1)) / h
   Computando: (3.953000 - 3.584000) / 0.200000
   Resultado: 1.845000
   Erro relativo percentual: |(1.359140 - 1.845000) / 1.359140| * 100% = 35.747605%
   Erro de truncamento (progressiva 1a ordem): |-(h/2) * segundaDerivada| = 0.067957

>> Centrada de 2a Ordem (1a derivada):
   Cálculo da derivada de 1a ordem em x = 2 pela fórmula Centrada de 2a Ordem:
   Aproximação: (f(xk+1) - f(xk-1)) / (h1 + h2)
   Computando: (4.357000 - 3.584000) / 0.400000
   Resultado: 1.932500
   Erro relativo percentual: |(1.359140 - 1.932500) / 1.359140| * 100% = 42.185500%
   Erro de truncamento (centrada 2a ordem 1a derivada): (h^2/6) * terceiraDerivada| = 0.002265

>> Centrada de 2a Ordem (2a derivada):
   Cálculo da derivada de 2a ordem em x = 2 pela fórmula Centrada de 2a Ordem:
   Aproximação: (f(xk+1) - 2*f(xk) + f(xk-1)) / (h1 * h2)
   Computando: (4.357000 - 2*3.953000 + 3.584000) / 0.040000
   Resultado: 0.875000
   Erro relativo percentual: |(0.679570 - 0.875000) / 0.679570| * 100% = 28.757891%
   Erro de truncamento (centrada 2a ordem 2a derivada): (h/12) * quartaDerivada| = 0.000566

>> Lagrange - 1o Caso:
   Cálculo da derivada de 1a ordem em x = 2 pelo Método de Lagrange - 1o caso:
   Aproximação: (-3*f(xk) + 4*f(xk+1) - f(xk+2)) / h
   Computando: (-3*3.953000 + 4*4.357000 - 4.799000) / 0.400000
   Resultado: 1.925000
   Erro relativo percentual: |(1.359140 - 1.925000) / 1.359140| * 100% = 41.633680%

>> Lagrange - 2o Caso:
   Cálculo da derivada de 1a ordem em x = 2 pelo Método de Lagrange - 2o caso (centrado):
   Aproximação: (f(xk+1) - f(xk-1)) / h
   Computando: (4.357000 - 3.584000) / 0.400000
   Resultado: 1.932500
   Erro relativo percentual: |(1.359140 - 1.932500) / 1.359140| * 100% = 42.185500%

>> Lagrange - 3o Caso:
   Cálculo da derivada de 1a ordem em x = 2 pelo Método de Lagrange - 3o caso:
   Aproximação: (f(xk-2) - 4*f(xk-1) + 3*f(xk)) / h
   Computando: (4.799000 - 4*3.584000 + 3*3.953000) / 0.400000
   Resultado: 1.920000
   Erro relativo percentual: |(1.359140 - 1.920000) / 1.359140| * 100% = 41.265800%

***** FIM DIFERENCIAÇÃO NUMÉRICA *****
```

2. Comparando os valores e calculando os erros:

Progressiva de 1ª ordem:

$$Erro\,relativo = |(1.359140 - 2.020000) / 1.359140| * 100 = 48.623394\%$$

$$Erro\,truncamento = |-(h/2) * segundaDerivada| = 0.067957$$

Regressiva de 1ª ordem:

$$Erro\,relativo = |(1.359140 - 1.845000) / 1.359140| * 100 = 35.747605\%$$

$$Erro\,truncamento = |-(h/2) * segundaDerivada| = 0.067957$$

Centrada de 2ª Ordem (1ª derivada):

$$Erro\,relativo = |(1.359140 - 1.932500) / 1.359140| * 100 = 42.185500\%$$

$$Erro\,truncamento = |(h\hat{}2/6) * terceiraDerivada| = 0.002265$$

Centrada de 2ª Ordem (2ª derivada):

$$Erro\,relativo = |(0.679570 - 0.875000) / 0.679570| * 100 = 28.757891\%$$

$$Erro\,truncamento = |(h/12) * quartaDerivada| = 0.000566$$

Lagrange (1º caso):

$$Erro\,relativo = |(1.359140 - 1.925000) / 1.359140| * 100 = 41.633680\%$$

Lagrange (2º caso):

$$Erro\,relativo = |(1.359140 - 1.932500) / 1.359140| * 100 = 42.185500\%$$

Lagrange (3º caso):

$$Erro\,relativo = |(1.359140 - 1.920000) / 1.359140| * 100 = 41.265800\%$$

3. Análise da taxa de transferência quando f''(2,0) > 0:

Comparando os valores obtidos, todas as aproximações da 1ª derivada apresentam **erros elevados entre 35% e 49%**. A 2ª derivada tem um **erro um pouco menor, de 28%.**

Apesar disso, como tanto a derivada exata quanto a numérica da 2ª ordem são **positivas**, podemos concluir que a taxa de transferência está **aumentando em** $t = 2,0$, ou seja, o sistema ainda está **acelerando a capacidade de transferência**.