

PHƯƠNG PHÁP TOÁN CHO TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

Bài thực hành 4

22120128 - Bùi Quốc Huy - TNT2022

Ngày 14 tháng 5 năm 2024

Bài 1.

Sử dụng vector gradient và ma trận Hesse để tìm các điểm cực đại, cực tiểu của các hàm bậc hai sau và cho biết giá trị của hàm số tại các điểm đó.

a) $f(x, y, z) = 4x^2 + 10y^2 + 17z^2 - 12yz - 12xz$

b) $f(x, y, z) = 9x^2 + 16y^2 + 3z^2 - 12xy + 12yz$

c) $f(x, y, z) = x^2 - 19y^2 + 24xy - 12yz + 12xz$

d) $f(x, y) = x + y^2$

Bài Làm

Câu 1. a

$$f(x, y, z) = 4x^2 + 10y^2 + 17z^2 - 12yz - 12xz$$

Ta có: $\frac{\partial f}{\partial x} = 8x - 12z$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 20y - 12z$; $\frac{\partial f}{\partial z} = -12x - 12y + 34z$

$$\Leftrightarrow \nabla f(x, y, z) = \begin{bmatrix} 8x - 12z \\ 20y - 12z \\ -12x - 12y + 34z \end{bmatrix}; \quad \nabla f(x, y, z) = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Mặt khác:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 8; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 0; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = -12$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 20; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = -12$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = -12; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = -12; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 34$$

$$\Leftrightarrow \nabla^2 f(x, y, z) = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -12 \\ 0 & 20 & -12 \\ -12 & -12 & 34 \end{bmatrix}$$

Ta có: $D_1 = |8| = 8$; $D_2 = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 20 \end{vmatrix} = 160$; $D_3 = \begin{vmatrix} 8 & 0 & -12 \\ 0 & 20 & -12 \\ -12 & -12 & 34 \end{vmatrix} = 1408$

Các định thức của $\nabla^2 f(x, y, z) > 0$ nên hàm f lồi trên \mathbb{R} , $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ là điểm cực tiểu của f . $f(0, 0, 0) = 0$