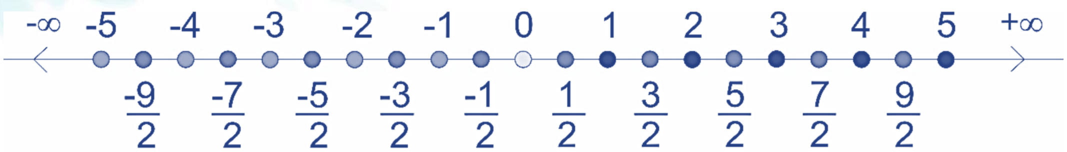
ÁLGEBRA

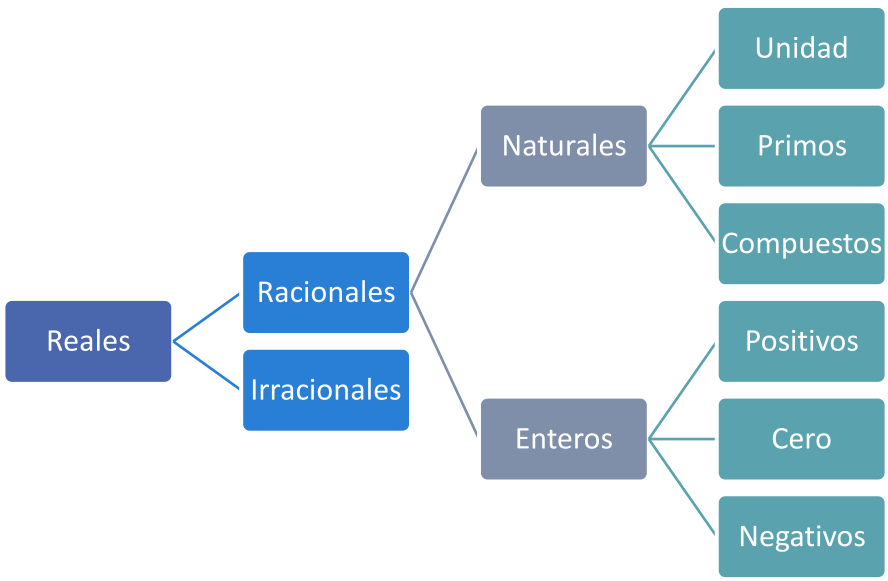
Matemáticas

NÚMEROS REALES

Son todos aquellos números que se presentan en la recta numérica.



Clasificación de los números reales



1. Propiedades

Números naturales (N)

Son aquellos números que se utilizan para contar y el conjunto, es:

N = {1, 2, 3, 4...}

Números primos

Son aquellos números que tienen exactamente 2 divisores, la unidad y el propio número:

P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...}

Números compuestos

Son números que tienen más de dos divisores.

C = {4, 6, 8, 9, 10, 12...}

Números enteros (Z)

El conjunto se conforma de números positivos, negativos y el cero.

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}

Racionales (Q)

Se escriben de la forma: p/q con p, q ∈ Z y q ≠ 0, se les conoce como fracciones comunes.

Ejemplos: -3/2, 4/5, 7/3, -3, 4, 1.33, $\sqrt{4}$, $\frac{\sqrt[5]{32}}{9}$

Irracionales (Q')

Son todos aquellos números que su parte decimal ese conforma de una serie infinita de dígitos, pero no existe periodo y por lo regular son resultado de las raíces de los números, que no son exactas.

Ejemplos: $-\frac{\sqrt{3}}{4}\pi, \sqrt{2}, \frac{\pi}{2}, e$

2. Operaciones Básicas

Suma y Resta

- ✓ Números enteros con signos iguales se suman y se coloca el signo de los sumandos.

  Ejemplos: 4 + 3 + 9 = 16;   -3 – 4 = -7;   -5 – 2 – 11 = -18

- ✓ Números con signos diferentes se restan y se escribe el signo del número mayor.

  Ejemplos: -9 + 15 = 6;   13 + 15 – 21 + 7 – 32 = 35 – 53 = -18

Multiplicación y División.

MULTIPLICACIÓN		DIVISIÓN	
(+)(+) = +	(-)(+) = -	(+)÷(+) = +	(-)÷(+) = -
(-)(-) = +	(+)(-) = -	(-)÷(-) = +	(+)÷(-) = -

Signos de Agrupación.

Son los que agrupan o delimitan operaciones entre números y se representan por los símbolos: Paréntesis ( ), Corchetes [] y Llaves {}.

- Operaciones con signos de agrupación.

  Para eliminar un signo de agrupación, se multiplica por el numero o signo que se le anteceden, en el caso de que existan varios signos de agrupación se procede a suprimir de adentro hacia fuera.

Ejemplo: $[4 + 5 * 2 \{ 4 - 3 + 5 / (12 - 7) - 2 \}]$

$= [4 + 5 * 2 \{ 4 - 3 + 10 / (5) - 2 \}]$

$= [4 + 5 * 2 \{ 1 \}]$

$= 14$

Máximo Común Divisor (M.C.D)

Es el mayor divisor que tiene dos números en común.

Ejemplo: Obtén el MCD de 36, 30 y 18.

36	30	18	2
18	15	9	3
6	5	3	

$M.C.D = 2 \cdot 3 = 6$

Máximo Común Múltiplo (m.c.m)

Es el menor múltiplo que tienen en común dos o más números.

Ejemplo: Obtén el m.c.m de 36, 12 y 15

36	12	15	2
18	6	15	2
9	3	15	3
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

$m.c.m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$= 180$

Números Racionales

Racionales

Se pueden escribir como fracciones comunes, las cuales representan una división de números enteros.

- Fracción Propia: Su valor es menor a la unidad.
- Fracción Impropia: Su valor es mayor o igual a la unidad.
- Fracción Mixta: Se forma de un entero y una fracción propia.

Elementos de una fracción común.

Las fracciones comunes se componen de dos elementos, el numerador y el denominador.

2 ← Numerador: partes que se toman del total.

5 ← Denominador: partes en las que se divide el total.

Operaciones con números racionales

✓ Suma y Resta

- Fracciones con denominadores iguales:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}-\frac{d}{b}=\frac{a+c-d}{b}$$

- Fracciones con denominadores diferentes: Se obtiene el mínimo común denominador (m.c.m de los denominadores), y el resultado se multiplica a su vez por su numerador, los números que se obtienen se suman o se restan, según sea el caso.

Ejemplo: $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}-\frac{1}{6}$

3	4	6	2
3	2	3	2
3	1	3	3
1	1	1	12

$$\frac{2(4)+5(3)-1(2)}{12}$$

$$=\frac{8+15-2}{12}$$

$$=\frac{21}{12}$$

✓ Multiplicación

Se aplica la propiedad:

$$\frac{a}{b}*\frac{c}{d}=\frac{a*b}{b*d}$$

✓ División

Se aplica la propiedad:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a*d}{b*c} \quad o \quad \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a*d}{b*c}$$

3. Proporciones

Razón

Es la comparación de dos cantidades mediante una fracción, donde al numerador se le llama **antecedente** y al denominador **consecuente**.

Ejemplo: En la razón 2/3 o 2:3, el numerador *2* se llama **antecedente** y el numerador *3* **consecuente**.

Proporción

Se denomina proporción a la igualdad de dos razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad o \qquad a : b \; :: \; c : d$$

Se lee: *a es a b, como c es a d.*

Términos de una proporción

En la proporción a/b = c/d, a y d reciben el nombre de extremos y b y c el de medios.

Ejemplo: El valor de y en la proporción 7/y = 10/2, es:

y = (7 * 2)/10 = 14/10 = 7/5

Proporción Directa o Regla de Tres Directa

Una proporción es directa si al aumentar o disminuir una de las cantidades, la otra también aumenta o disminuye en la misma proporción.

Definición: Si *m* es a *n*, como *c* es a *d*, entonces m * n = c * d.

Ejemplo: Dos albañiles construyeron una barda en 15 días. Si se desea construir la barda en 10 días, ¿Cuánto dinero se requiere por día, si a cada albañil se le paga $150ºº por día?

2 (15) = x (10)   (2 * 15)/10 = x   x = 3

3 * 150 = $450ºº

Proporción Compuesta o Regla de Tres Compuesta

La regla de tres compuesta se emplea cuando se relacionan tres o más actitudes, de modo que a partir de las relaciones establecidas que se conocen, se obtiene la magnitud que se desconoce. Una regla de tres compuesta se compone de varias reglas de tres aplicadas sucesivamente.

Como entre las tres magnitudes se pueden establecer relaciones de proporcionalidad directa o inversa, se tienen tres casos de la regla de tres compuesta.

✓ Regla de Tres Compuesta Directa

Nueve llaves abiertas durante 10 horas diarias han consumido una cantidad total de agua por valor de \$400ºº. Determina el precio del vertido de 15 llaves abiertas durante 12 horas.

9 llaves → 10 hrs → \$400ºº
15 llaves → 12 hrs → x

9 llaves → \$400ºº
15 llaves → x
A más llaves más dinero
(Directa)

10 hrs → \$400ºº
12 hrs → x
A más horas más dinero
(Directa)

(9/15)(10/12) = 400/x
90/180 = 400/x
90x = 180 * 400

90x = 720,000
x = 720,000/90
x = \$800ºº

✓ Regla de Tres Compuesta Inversa

En una construcción de un edificio, 5 obreros trabajando 6 horas diarias construyen un muro de 2 días. ¿Cuánto se tardan en construir el mismo muro 4 obreros trabajando 7 horas diarias?

5 obreros → 6 hrs → 2 días
4 obreros → 7 hrs → x

5 obreros → 2 días
4 obreros → x
A menos obreros más días
(Inversa)

6 hrs → 2 días
7 hrs → x
A más horas menos días
(Inversa)

(4/5)(7/6) = 2/x
28/30 = 2/x
28x = 2 * 30

28x = 60
x = 60/28
x = 2.1 días

- ✓ Regla de Tres Compuesta Mixta

El operador de una máquina que produce tornillos, trabajando 8 horas diarias y ja producido 3000 tornillos en 5 días, ¿Cuántos días tardara en producir ,a máquina 4500 tornillos su trabajara 10 horas diarias?

8 hrs → 3000 tornillos → 5 días

10 hrs → 4500 tornillos → x

8 hrs → 5 días

10 hrs → x

A más horas menos días

(Inversa)

3000 tornillos → 5 días

4500 tornillos → x

A más tornillos más días

(Directa)

(10/8)(3000/4500) = 5/x

5/6 = 5/x

5x = 30

x = 30/5

x= 6 días

Tanto por Ciento

La expresión significa que de una cantidad dividida en cien partes se toman las que indica el tanto por ciento.

También se conoce como porcentaje y se representa:

- ✓ Usando el símbolo de porcentaje [%].

- ✓ Como una fracción con base denominador 100.

El tanto por cierto se divide entre 100 y se simplifica la fracción.

Ejemplo: 24% = 24/100 = 6/25

- ✓ Como un numero decimal.

La fracción común se multiplica por 100, el resultado será el %.

Ejemplo: 1/5 = 1/5(100%) = 100%/5 = 20%

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Termino Algebraico

Es la mínima expresión que se utiliza para generalizar una cantidad, se denomina también monomio y tiene como elementos: *coeficiente, base/s y exponente/s.*

Termino	Coeficiente	Base/s	Exponente/s
$5y^4$	5	y	4
$-19x^4y^5$	-19	x, y	4, 5

Términos semejantes

Son términos algebraicos que tienen las mismas bases afectadas por los mismos exponentes.

Polinomios

Se conforman de la suma o resta de monomios y de acuerdo con el número de términos algebraicos que los conforman reciben un número.

Expresión Algebraica	Nombre
$5m^2y^2$	Monomio
$4a + 3b$	Binomio
$a^2 - 5ab + 6b^2$	Trinomio
$x^3 + 6x^2y - 7xy^2 + 8y^3$	Polinomio

Grado de un Polinomio

En un polinomio de una variable, el grado del polinomio, es el mayor de los exponentes en la variable.

En un polinomio de varias variables, se suman los exponentes de cada monomio y el grado del polinomio, será el mayor de los resultados.

Polinomio	Grado
$4x^3 + 3x^2$	3
$a^3 - 5a^2b + 6ab^2 + 2b^3$	3
$x^3 + 6x^2y - 7x^2y^2 + 8xy^3$	4
$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1x^1 + a_0x^0$	n

1. Lenguaje Algebraico

El lenguaje algebraico es aquel que expresa las relaciones matemáticas, las operaciones, las letras y números son los elementos que lo conforman.

Ejemplos:

"El cociente de la suma del triple de un número y el quíntuplo de otro entre el cuadrado de la suma de dichos números"

La suma del triple de un número y el quíntuplo de otro	$3x + 5y$
El cuadrado de la suma de dichos números	$(x + y)^2$
El cociente de la suma del triple de un número y el quíntuplo de otro entre el cuadrado de la suma de dichos números.	$\frac{3x + 5y}{(x+y)^2}$

2. Expresiones Fraccionarias

Operaciones con polinomios

✓ *Suma de Polinomios*

Para sumar dos o más polinomios se simplifican los términos semejantes entre ellos.

Ejemplo: $(4a^2 - 5a + 7) + (-2a^2 + 3a - 4)$

$$\begin{array}{r} 4a^2 - 5a + 7 \\ -2a^2 + 3a - 4 \\ \hline 2a^2 - 2a + 3 \end{array}$$

✓ *Resta de Polinomio*

Se identifica el minuendo y sustraendo para realizar la operación.

Se cambia el signo a cada uno de los elementos del polinomio sustituyendo al que antecede el signo menos y reduciendo términos semejantes.

Ejemplo: $(4x + 3y - 5) - (2x + y - 3)$

$$\begin{array}{r} 4x + 3y - 5 \\ -2x - y + 3 \\ \hline 2x + 2y - 2 \end{array}$$

- *Multiplicación de Polinomios*

  Para realizar esta operación se considera la regla de los signos en la multiplicación y la Ley de los Exponentes para el producto de bases iguales.

  - Monomio x Monomio

$$\left(-\frac{1}{2}x^3\right)\left(-\frac{3}{2}xy^2\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)x^{3+1}y^2=\frac{3}{4}x^4y^2$$

  - Monomio x Polinomio

    Se determina el producto del monomio con cada uno de los términos algebraicos que conforman el polinomio.

$$2x^2(x^2+3x-4)=2x^2(x^2)+2x^2(3x)-2x^2(4)=2x^4+6x^3-8x^2$$

  - Polinomio x Polinomio

    Se determina cada uno de los elementos del primer polinomio y se multiplica por el segundo polinomio, los elementos que resulten semejantes se multiplican.

$$\begin{aligned}(x^2+3x-2)(x+3) &= (x)(x^2)+(3)(x^2)+(x)(3x)+(3)(3x)+(x)(-2)+(3)(-2)\\ &= x^3+3x^2+3x^2+9x-3x-6\\ &= x^3+6x^2+7x-6\end{aligned}$$

- *División de Polinomio*

  Para realizar esta operación se consideran las Leyes de los Signos para la división de bases iguales.

  - Monomio/Monomio

$$\frac{12x^3y^5}{-4x^2y^3}=\frac{12}{-4}x^{3-2}y^{5-3}=-3xy^2$$

  - Polinomio/Monomio

    Se divide cada uno de los elementos del polinomio por el monomio.

$$\frac{-12x^4y^3+15x^2y^6-29x^5y}{-6x^2y}=\frac{-12}{-6}x^2y^2+\frac{15}{-6}y^5+\frac{-20}{-6}x^3=2x^2y^2-\frac{5}{2}y^5+\frac{10}{3}x^3$$

  - Polinomio/Polinomio

    Pasos para efectuar la división de polinomio entre polinomio:

    i. Se ordena el divisor de polinomio en forma decreciente con respecto a una literal y si falta algún grado se deja el espacio.

ii. Se divide el termino de mayor grado del dividendo entre el termino de mayor grado del divisor.
iii. El monomio que resulta de la operación forma parte del coeficiente, este se multiplica por cada uno de los términos del divisor y al resultado se le cambia el signo y se coloca debajo del dividendo en el lugar correcto, buscando su primer término semejante para después sumar, a este resultado se le conoce como resto.
iv. Se continua con los pasos anteriores hasta que el resto sea menor que el grado del divisor.

3. Leyes de los Exponentes y Radicales

Potencia

Es la representación del producto de una base por sí misma, un cierto número de veces.

$$a^n = a * a * a * \dots * a * a * a \rightarrow \text{Asi n-veces}$$

Donde: a = base; n = exponente

Leyes de los Exponentes

i) $a^0 = 1$
ii) $a^1 = a$
iii) $a^n * a^m = a^{n+m}$
iv) $a^n/a^m = a^{n-m}$
v) $(a^n)^m = a^{n*m}$
vi) $(a * b * c)^n = a^n * b^n * c^n$
vii) $(a/b)^n = a^n/b^n$
viii) $(a/b)^{-n} = (b/a)^n = b^n/a^n$
ix) $a^{-n} = 1/a^n$
x) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

Ejemplos:

1) $\left(\frac{3^4}{3^7}\right)^{\frac{1}{3}} = (3^{4-7})^{\frac{1}{3}} = (3^{-3})^{\frac{1}{3}} = 3^{-\frac{3}{3}} = \frac{1}{3}$

2) $$\begin{aligned}(-4a^3b)^2(-3a^2b^{-1})^4 &= ((-4)^2(a^3)^2(b)^2)((-3)^4(a^2)^4(b^{-1})^4) \\ &= (16a^6b^2)(81a^8b^{-4}) \\ &= 1296\frac{a^{24}}{b^2}\end{aligned}$$

3) $\sqrt[5]{\frac{a^8bc^5}{a^3b^6}} = \sqrt[5]{a^5b^{-5}c^5} = \sqrt[5]{a^5\frac{1}{b^5}c^5} = a\frac{1}{b}c = \frac{ac}{b}$

Radicales

Operación que permite encontrar un número que multiplicado por sí mismo, tantas veces como indica el índice, da como resultado el radical.

$$\sqrt[n]{a}$$

Donde: n = índice; a = radicando

Leyes de los Radicales

i) $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

ii) $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$

iii) $\sqrt[n]{a^n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a^{\frac{n}{n}} = a$

iv) $\sqrt[n]{a * b} = \left(\sqrt[n]{a}\right)\left(\sqrt[n]{b}\right)$

v) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

vi) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n*m]{a}$

vii) $\left(\sqrt[n]{a}\right)\left(\sqrt[m]{b}\right) = \sqrt[n*m]{a^m * b^n}$

viii) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[n*m]{\frac{a^m}{b^n}}$

Ejemplos:

1) $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 * 2} = \sqrt{2^2} * \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

2) $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 * 2} = \sqrt[3]{3^3} * \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$

3) $\sqrt[2a]{3^{5x}} \div \sqrt[2a]{3^{x-3}} = \sqrt[2a]{\frac{3^{5x}}{3^{x+3}}} = \sqrt[2a]{3^{5x-(x+3)}} = \sqrt[2a]{3^{5x-x-3}} = \sqrt[2a]{3^{4x-3}}$

4) $\sqrt[3]{27a^6b^9} = \left(\sqrt[3]{27}\right)\left(\sqrt[3]{a^6}\right)\left(\sqrt[3]{b^9}\right) = 3a^2b^3$

5) $\left(3\sqrt{3} + 5\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}\right) = \left(3\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}\right) + \left(5\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}\right) + \left(3\sqrt{3}\right)\left(-2\sqrt{2}\right) + \left(5\sqrt{2}\right)\left(-2\sqrt{2}\right)$

$$= \left(3\left(\sqrt{3}\right)^2\right) + \left(5\sqrt{2}\sqrt{3}\right) + \left(-6\sqrt{3}\sqrt{2}\right) + \left(-10\left(\sqrt{2}\right)^2\right)$$

$$= (3 * 3) + \left(5\sqrt{2}\sqrt{3} - 6\sqrt{3}\sqrt{2}\right) - (10 * 2)$$

$$= -11 - \sqrt{2 * 3} = -11 - \sqrt{6}$$

Operaciones con Radicales

✓ *Suma y Resta*

Para la suma de radicales estas deben tener el mismo índice y radicando.

$$a\sqrt[n]{d} + b\sqrt[n]{d} + c\sqrt[n]{d} = (a + b + c)\sqrt[n]{d}$$

✓ *Multiplicación*

- Con índices iguales

  Se aplica la 4ª *Ley de los Radicales*:

$$\sqrt[n]{a * b} = \left(\sqrt[n]{a}\right)\left(\sqrt[n]{b}\right)$$

- Con índices diferentes

  Se aplica la 7ª *Ley de los Radicales*:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)\left(\sqrt[m]{b}\right) = \sqrt[n*m]{a^m * b^n}$$

- *División*
  - Con índices iguales

    Se aplica la 5ª *Ley de los Radicales*:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

  - Con índices diferentes

    Se aplica la 8ª *Ley de los Radicales*:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[n*m]{\frac{a^m}{b^n}}$$

- *Racionalización*

  Racionalización es representar una fracción que contenga raíz en el denominador, en otra fracción equivalente, cuyo denominador sea un numero racional.

  - Racionalización de un denominador monomio.

    Al multiplicar la fracción de forma $\frac{c}{\sqrt[n]{a^n}}$ por el termino $\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$ la fracción se racionaliza.

    Ejemplos:

    1) $\frac{2}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
    2) $\frac{3x}{\sqrt[5]{x^2}} * \frac{\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{3x\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2 * x^3}} = \frac{3x\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{3\cancel{x}\sqrt[5]{x^3}}{\cancel{x}} = 3\sqrt[5]{x^3}$

  - Racionalización de un denominador binomio.

    Para racionalizar una fracción con un denominador binomio se multiplica por su conjugado.

    Conjugando de un binomio: Dado el binomio (a + b) su conjugado es el binomio (a - b) y su producto es: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

    Ejemplos:

    1) $\frac{1}{3+\sqrt{2}} * \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = \frac{3-\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3-\sqrt{2}}{9-2} = \frac{3-\sqrt{2}}{7}$

    2) $\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{3}\cancel{+1}+\sqrt{5}\cancel{-1}}{2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$

    $\rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}-1} * \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

    $\rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}+1} * \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5})^2-1^2} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

4. Productos Notables

Son aquellos productos que se resuelven con la ayuda de reglas y evita efectuar todo el producto.

Binomio al Cuadrado

Un binomio al cuadrado o cuadrado de un binomio tiene forma: $(a + b)^2$

Al desarrollar el binomio cuadrado se obtiene:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$ → *Trinomio cuadrado perfecto*

Los pasos para la regla son:

Paso 1: Se eleva al cuadrado el primer término de la ecuación.

Paso 2: Se suma o resta el doble del producto del primer término por el segundo término del binomio.

Paso 3: Se suma el cuadrado del segundo término del binomio

Binomios Conjugados

Binomios conjugados tienen la forma:

$$(a + b)(a - b)$$

Al desarrollar el producto de binomios conjugados se obtiene:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$ → *Diferencia de cuadrados*

Los pasos para regla son:

Paso 1: Se eleva al cuadrado el primer término de uno cualquiera de los binomios.

Paso 2: Se resta el cuadrado del primer término de cualquiera de los binomios.

Paso 3: Se resta el cuadrado del segundo término de cualquiera de los binomios.

Binomios con Termino Común

Son aquellos que se encuentran en un producto y ambos tienen un término que se repite. Tienen la forma:

$(x + a)(x + b)$ Donde: x = terminó común.

Al desarrollar el producto de binomios con el termino común se obtiene:

$$(x + a)(x - b) = x^2 + (a + b)x + ab$$ → Trinomio

Los pasos de la regla son:

<u>Paso 1:</u> Se eleva al cuadrado el termino común.

<u>Paso 2:</u> Se suma el producto del término común por la suma algebraica de los términos no comunes.

<u>Paso 3:</u> Se suma el producto algebraico de los términos no comunes.

Binomio al Cubo

Un binomio al cubo tiene la forma: $(a + b)^2$

Al desarrollar un binomio al cubo, se obtiene:

$$(a + b)^2 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \rightarrow \text{Polinomio}$$

Los pasos para la regla son:

<u>Paso 1:</u> Se eleva al cubo el primer término del binomio.

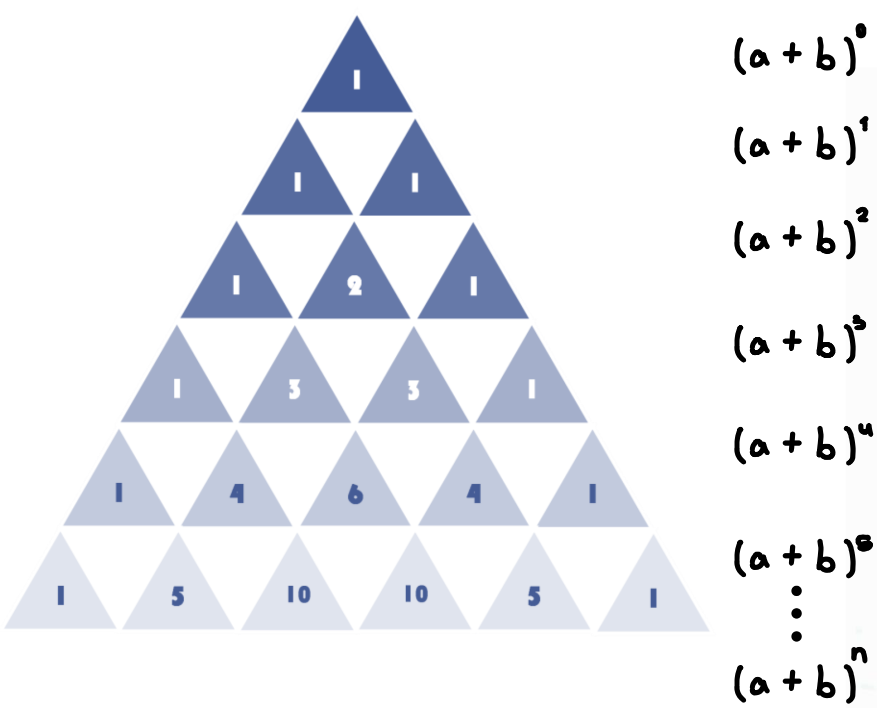
<u>Paso 2:</u> Se suma el triple del cuadrado del primer término por el segundo.

<u>Paso 3:</u> Se suma el tripe del primer término por el cuadrado del segundo.

<u>Paso 4:</u> Se suma el cubo del segundo término.

Binomio de Newton

TRIANGULO DE PASCAL



El triángulo de Pascal ayuda a desarrollar la potencia de un binomio, los números de cada fila son los coeficientes de cada uno de os términos del desarrollo.

- Si el segundo término del binomio es positivo, todos los elementos del desarrollo son positivos.
- Si el segundo término del binomio es negativo, los signos de cada elemento del desarrollo estarán alternados, iniciando con signo positivo, después negativo, después positivo, y así sucesivamente.

Ejemplo:

$(a + 1)^4 = 1(a)^4(1)^0 + 4(a)^{4-1}(1)^{0+1} + 6(a)^{4-2}(1)^{0+2} + 4(a)^{4-3}(1)^{0+3} + 1(a)^{4-4}(1)^{0+4}$

$= a^4 + 4(a)^3(1)^1 + 6(a)^2(1)^2 + 4(a)^1(1)^3 + 1(a)^0(1)^4$

$= a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$

- *Coeficientes con combinaciones sin repetición o números combinatorios.*

  Elementos básicos:

  - La factorial de un numero positivo *n* se define como:

    $$n! = n * (n - 1) * (n - 2) * (n - 3) * (n - 4) * \ldots * 3 * 2 * 1$$

    Algunas equivalencias de la factorial de un numero:

    ➔ $n! = n * (n - 1)!$

    ➔ $n! = n * (n - 1) * (n - 2)!$

    ➔ $n! = n * (n - 1) * (n - 2) * (n - 3)!$

  - Para determinar los números combinatorios, se obtiene la combinación sin repetición de *n* elementos toma dos de r en r, se define como:

    $$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

    Ejemplos:

    1) $\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3!}{1!(2!)} = \frac{3*\cancel{2*1}}{1*\cancel{2*1}} = \frac{3}{1} = 3$

    2) $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!(3!)} = \frac{5*4*\cancel{3!}}{2*1*\cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$

  El binomio de Newton permite el desarrollo de cualquier potencia de un binomio y este dado por la formula:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^{0+1} + \binom{n}{2} a^{n-2} b^{0+2} + \binom{n}{3} a^{n-3} b^{0+3} + \cdots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

Donde: → Los coeficientes de desarrollo están dados por los números combinatorios.

→ El número de términos del binomio de Newton es (n + 1) términos.

→ En el desarrollo del binomio de Newton, los exponentes del primer término van disminuyendo de uno en uno desde n hasta 0.

→ En el desarrollo del binomio de Newton, los exponentes del segundo término van aumentando de uno en uno, desde 0 a n.

5. Métodos de Factorización

Factorizar es el proceso algebraico por medio del cual se transforma una suma o diferencia de términos algebraicos en un producto.

Factor Común

Para obtener el factor común de un polinomio, se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes y la literal o literales con menor exponente que repita en cada y uno de los términos algebraicos del polinomio a factorizar.

Se realizan los siguientes pasos:

Paso 1: Se obtiene el M.C.D de los coeficientes.

Paso 2: Se identifica la literal que se repite en los términos del polinomio con menor exponente.

Paso 3: El producto de estos anteriores pasos serán el factor común.

Paso 4: Se divide cada uno de los elementos del polinomio por el factor común.

Ejemplo:

$3x^2 + 6x = 3x\left(\frac{3x^2+6x}{3x}\right) = 3x(x+2)$

$M.C.D_{6\ y\ 3} = 3$; Literal común = x ; Factor común = 3x

Factor Común por Agrupación

Los términos del polinomio se agrupan conforme aquellos que tengan un factor común, de modo que la nueva expresión se pueda factorizar.

Ejemplo:

1) $m^2 + mp + mx + px = (m^2 + mp) + (mx + px) = m(m + p) + x(m + p) = (m + x)(m + p)$

2) $(\sqrt{m})(n) + 3mn^2 + (m)(\sqrt{n}) + (3m)(\sqrt{n})(n)(\sqrt{m}) = n\sqrt{m} + 3\sqrt{m}\sqrt{m}n^2 + m\sqrt{n} + 3mn\sqrt{m}\sqrt{n}$

$$= \left(n\sqrt{m} + 3(\sqrt{m})^2 n^2\right) + \left(m\sqrt{n} + 3mn\sqrt{m}\sqrt{n}\right)$$

$$= n\sqrt{m}(1 + 3n\sqrt{m}) + m\sqrt{n}(1 + 3n\sqrt{m})$$

$$= (n\sqrt{m} + m\sqrt{n})(1 + 3n\sqrt{m})$$

Diferencia de Cuadrados

Una diferencia de cuadrados tiene la forma $(x^2 - y^2)$ y su factorizacion es un producto de binomios conjugados:

$$(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$$

Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, se obtiene al desarrollar el producto de dos binomios con termino comun.

Los pasos para su factorizacion es:

Paso 1: Se abren dos parentesis, en cada parentesis se coloca el resultado de la raiz cuadrada del primer termino.

Paso 2: Se coloca en el primer paréntesis el signo del segundo término del trinomio, y en el segundo paréntesis se coloca el signo que resulta del producto de los signos del segundo y terceros términos del trinomio.

Paso 3: Se buscan dos números, cuyo producto sea igual al tercer término del trinomio y su suma algebraica sea el coeficiente del segundo término.

Paso 4: De los números encontrados, el número más grande siempre se coloca en el primer paréntesis.

Ejemplo:

$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$

Paso 1: $(x \quad)(x \quad)$

Paso 2: $(x + \;)(x + \;)$

Paso 3: $(4)(3) = 12$; $4 + 3 = 7$

Paso 4: $(x + 4)(x + 3)$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es el resultado del desarrollo de un binomio al cuadrado y tiene la forma: $x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$

Trinomio de la Forma $ax^2 \pm bx + c$

Pasos para factorizar:

Paso 1: Se multiplica y se divide la expresión por el coeficiente del término cuadrático.

Paso 2: Se multiplica solo el primer y tercer término de la expresión, en el segundo termino solo se indica.

Paso 3: Se realizan los pasos para la factorización de la forma $x^2 + bx + c$.

Paso 4: Se factorizan por términos comunes los factores y se simplifica.

Ejemplo:

$$2x^2 + 3x + 1 = \frac{2(2x^2 + 3x + 1)}{2} = \frac{4x^2 + 3x(2) + 2}{2} = \frac{(2x + 2)(2x + 1)}{2} = \frac{\cancel{2}(x + 1)(2x + 1)}{\cancel{2}} = (x + 1)(2x + 1)$$

Suma y Diferencia de Cubos

La suma y diferencia de cubos tiene la forma: $x^3 \pm y^3$

La factorización, está dada por las expresiones:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Expresiones Fraccionarias

Dada una fracción algebraica, esta se debe expresar en su forma más simple.

Ejemplo:

$$\frac{p^{-1} + q^{-1}}{p^{-2} - q^{-2}} = \frac{p^{-1} + q^{-1}}{(p^{-1})^2 - (q^{-1})^2}$$

$$= \frac{\cancel{p^{-1} + q^{-1}}}{(p^{-1} - q^{-1})\cancel{(p^{-1} + q^{-1})}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}}$$

$$= \frac{1}{\frac{q - p}{pq}}$$

$$= \frac{pq}{q - p}$$

Operaciones con Fracciones Algebraicas

Son aquellas expresiones algebraicas que se componen del conjunto de fracciones con alguna operación aritmética.

Ejemplos:

1) $\frac{x^2-1}{x}+\frac{3x}{x^2}=\frac{(x^2-1)\left(\frac{x^2}{x}\right)+(3x)\left(\frac{x^2}{x^2}\right)}{x^2}=\frac{x^3-x-3x}{x^2}=\frac{x^3-2x}{x^2}=\frac{x(x^2-2)}{x^2}=\frac{x^2-2}{x}$

2) $\left(\frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}\right)\left(\frac{x^2-1}{x^2-4x+3}\right)=\left(\frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x+1)}\right)\left(\frac{(x+1)(x-y)}{(x-3)(x-y)}\right)=\frac{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+1)}(x+y)\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x+1)}\cancel{(x-3)}\cancel{(x-1)}}=\frac{x+1}{x+2}$

División

Ejemplos:

1) $$\frac{\frac{x-2}{x+2}-\frac{x+2}{x-2}}{\frac{2}{x+2}-\frac{2}{x-2}}=\frac{(x-2)\left(\frac{\cancel{(x+2)}(x-z)}{\cancel{x+2}}\right)-(x-2)\left(\frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}}\right)}{(x+z)(x-2)}$$

$$=\frac{(x-y)(x-2)-(x+2)(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{(x-2)^2-(x+2)^2}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{x^2-4x+4-x^2-4x-4}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{-8x}{(x+2)(x-2)}$$

2) $$\frac{3}{\frac{3}{x+3}-3}=\frac{3}{1}\div\left(\frac{3}{x+3}-3\right)$$

$$=\frac{3}{1}\div\left(\frac{3-3(x+3)}{x+3}\right)$$

$$=\frac{3}{1}\div\left(\frac{3-3x-9}{x+3}\right)$$

$$=\frac{3}{1}\div\left(\frac{-3x-6}{x+3}\right)$$

$$=\frac{3}{1}\div\left(-\frac{3x+6}{x+3}\right)$$

$$=\frac{3(x+3)}{(-3x-6)}$$

$$=\frac{\cancel{3}(x+3)}{-\cancel{3}(x+2)}$$

$$=-\frac{x+3}{x+2}$$

3) $$\left(\frac{1}{mn}\right)\left(\frac{m^{-1}-n^{-1}}{m^{-2}-2m^{-1}n^{-2}+n^{-2}}\right)=\left(\frac{1}{mn}\right)\left(\frac{m^{-1}-n^{-1}}{(m^{-1}-n^{-1})^2}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{mn}\right)\left(\frac{1}{m^{-1}-n^{-1}}\right)$$

$$=\frac{1}{mn(m^{-1}-n^{-1})}$$

$$=\frac{1}{mnm^{-1}-mnn^{-1}}$$

$$=\frac{1}{n-m}$$

FUNCIONES Y ECUACIONES LINEALES

1. Concepto de Función.

Función:

Es el conjunto de pares ordenados de números reales (x, y) en los que el primer elemento es diferente en todos y cada uno de los pares ordenados.

✓ A = {(2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)} → El primer elemento de cada par ordenado es diferente a los otros.

❌ B = {(1, 1), (1, -1), (4, 2), (4, -2)} → Se repite el primer elemento en ciertos pares ordenados.

Regla de correspondencia:

Es la expresión que relaciona la variable dependiente con la variable independiente. Se denota por:

y = f(x) ; se lee "y es igual a f de x"

Donde: x = variable independiente.

y = variable dependiente

jemplos: f(x) =2x + 1 ; f(x) = 1/x ; $y = 1 - x^2$

Valor de una Función:

Se obtiene al sustituir cierto valor de x en la función f(x).

Ejemplos:

1) Si $f(x) = x^2 - 3$, el valor de f(3) es igual a:

$$f(3) = (3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6 \quad ; \quad f(3) = 6$$

2) Si $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, el valor de f(-2) es igual a:

$$f(x) = \frac{(-2)+1}{(-2)-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} \quad ; \quad f(-2) = \frac{1}{3}$$

2. Propiedades de las Igualdades

- **Igualdad:** expresión matemática en donde existen dos miembros ligados a través del signo igual.
- **Despejes:** Operación algebraica que consiste en dejar sola una sola cantidad o literal en uno de los miembros de la igualdad.

Dada una formula o expresión algebraica, despejar una incógnita significa representarla en términos de los demás elementos mediante operaciones inversas.

Operación	Suma	Resta	Multiplicación	División	Potencia
Inversa	Resta	Suma	División	Multiplicación	Raíz

Ejemplo:

Dada la igualdad $\sqrt[3]{\frac{y^{-3}}{2x}} = \frac{\sqrt[3]{4x^2z}}{y^2}$, el despeje de y es:

$$\sqrt[3]{\frac{y^{-3}}{2x}} = \frac{\sqrt[3]{4x^2z}}{y^2} \rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{2xy^3}} = \frac{\sqrt[3]{4x^2z}}{y^2} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{2x}\sqrt[\cancel{3}]{y^{\cancel{3}}}} = \frac{\sqrt[3]{4x^2z}}{y^2} \rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{2x}\,y} = \frac{\sqrt[3]{4x^2z}}{y^2} \rightarrow \frac{y^2}{\sqrt[3]{2x}\,y} = \sqrt[3]{4x^2z} \rightarrow$$

$$\frac{y^2}{y} = \sqrt[3]{4x^2z} * \sqrt[3]{2x} \rightarrow y = \sqrt[3]{2x * 4x^2z} \rightarrow y = \sqrt[3]{8x^3z} \rightarrow y = 2x\sqrt[3]{z}$$

3. Ecuaciones Lineales

Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Una ecuación de primer grado es una igualdad entre dos expresiones que involucran constantes y una incógnita, cuyo grado es uno y esta formada por dos miembros.

1er miembro = 2do miembro

Al resolver una ecuación de primer grado con una incógnita, se obtiene el valor de la incógnita que cumple con la igualdad dada.

Ecuaciones de primer grado enteras.

Ejemplo:

$$4x - (3 + 5x) = 2(x - 1) + 1 \rightarrow 4x - 3 - 5x = 2x - 2 + 1 \rightarrow$$

$$4x - 5x - 2x = -2 + 1 + 3 \rightarrow -3x = 2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

Ecuaciones de primer grado fraccionarias.

Ejemplo:

$$\frac{x}{4} + \frac{2}{3} = x - \frac{1}{6} \rightarrow (12)\left(\frac{x}{4} + \frac{2}{3}\right) = (12)\left(x - \frac{1}{6}\right) \rightarrow \frac{12x}{4} + \frac{24}{3} = 12x - \frac{12}{6} \rightarrow$$

$$3x + 8 = 12x - 2 \rightarrow 3x - 12x = -2 - 8 \rightarrow -9x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{-9} \rightarrow x = \frac{10}{9}$$

Ecuaciones de primer grado que contienen radicales.

Son aquellas en la que la incógnita contiene raíces.

Ejemplo:

- $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{4}{9} = 1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 - \frac{4}{9} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{5}{9} \rightarrow 9 = 5\sqrt{x} \rightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \left(\sqrt{x}\right)^2 \rightarrow \frac{81}{25} = x$

- $\sqrt{3}+1=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{3}}$ → $\sqrt{3}+1-\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{x}$ → $\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=\sqrt{x}$ → $\frac{(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=\sqrt{x}$ → $\frac{3+\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=\sqrt{x}$ → $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}\right)^2=\left(\sqrt{x}\right)^2$ → $\frac{(\sqrt{3}+2)^2}{3}=x$ → $\frac{3+4\sqrt{3}+4}{3}=x$ → $\frac{7+4\sqrt{3}}{3}=x$

Problemas de Aplicación

Para resolver problemas de aplicación, cuya solución es una ecuación, cuya solución es una ecuación de primer grado, se recomienda los siguiente:

- Definir la incógnita.
- Traducir al lenguaje algebraico el enunciado.
- Plantear la ecuación.
- Solución de la ecuación.

4. Sistemas de Ecuaciones Lineales

Un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es de la forma:

$$\begin{cases} Ax+By=C \\ A'x+B'y=C' \end{cases}$$

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas se puede obtener los siguientes resultados:

a) Una solución; la cual representa el punto donde se interceptan las rectas.

b) Soluciones infinitas; si las ecuaciones son equivalentes, representan la misma recta. A este tipo de ecuaciones se les conoce como rectas coincidentes.

c) No hay solución; si las rectas son paralelas nunca se cortan y se dice que son incompatibles.

Métodos de Reducción:

Este método cosiste en sumar ambas ecuaciones y eliminar una de las variables, obteniendo una ecuación de primer grado con una incógnita.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x+5y=7 \\ 3x+2y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{c} 3(2x+5y=7) \\ -2(3x+2y=5) \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \cancel{6x}+15y=21 \\ \underline{\cancel{-6x}-4y=-10} \\ 11y=11 \end{array} \rightarrow y=\frac{11}{11}=1$$

$$2x+5y=7 \rightarrow 2x+5(1)=7 \rightarrow 2x+5=7 \rightarrow 2x=7-7 \rightarrow 2x=2 \rightarrow x=\frac{2}{2}=1$$

x = 1 ; y = 1

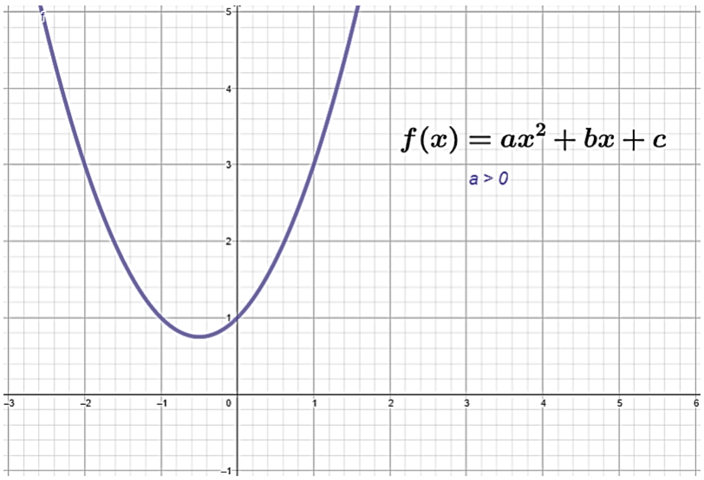
FUNCIONES Y ECUACIONES CUADRATICAS

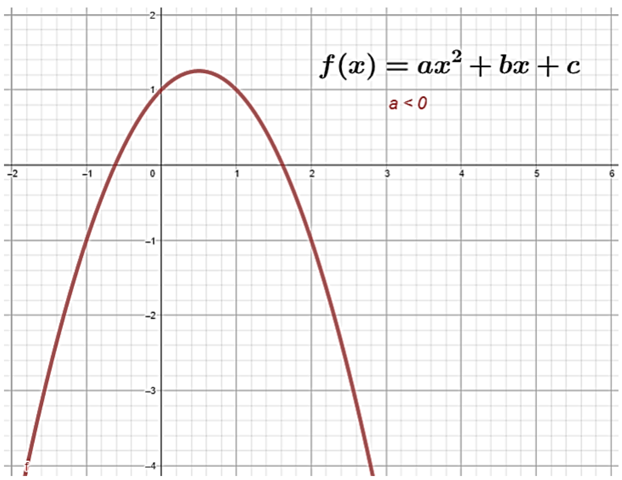
1. Concepto de Función Cuadrática

Una función cuadrática es de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Su grafica representa parábolas verticales, como las siguientes:





2. Ecuaciones Cuadráticas

Una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con a, b y c ∈ R y a ≠ 0, se le llama ecuación de segundo grado.

Los valores que satisfacen la ecuación se les llama raíces o soluciones de la ecuación.

Clasificación de las Ecuaciones de Segundo Grado.

Ecuaciones de Segundo Grado

- Completas: $ax^2 + bx + c = 0$
- Incompletas:
  - Mixtas: $ax^2 + bx = 0$; $c = 0$
  - Puras: $ax^2 + x = 0$; $b = 0$

Métodos de Solución

- Formula general $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Factorización.
- Completando trinomio cuadrado prefecto.

Propiedades de Discriminante de la Formula General.

- Si $b^2 - 4ac = 0$; la ecuación tiene dos soluciones iguales.
- Si $b^2 - 4ac < 0$; las raíces son ecuaciones complejas.
- Si $b^2 - 4ac > 0$; las raíces de la ecuación son reales o distintas.

Solución de una Ecuación Cuadrática Aplicando la Formula General.

Dada la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, esta proporciona los valores de a, b y c, los cuales se sustituyen en la formula general.

Los valores son:

a: coeficiente del término cuadrático.

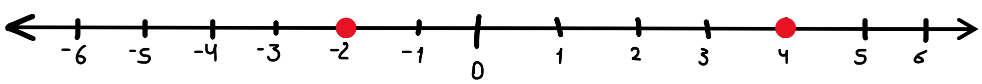
b: coeficiente del término lineal.

c: termino independiente.

1. Si la ecuación tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$, se sustituye, c = 0.
2. Si la ecuación tiene la forma $ax^2 + c = 0$, se sustituye, b = 0.

Ejemplo:

1) Determina la ecuación cuadrática cuyas soluciones se representan gráficamente en la siguiente recta numérica.



$(x - x_1)(x - x_2) = 0$ $\qquad$ $x_1 = -2$; $x_2 = 4$

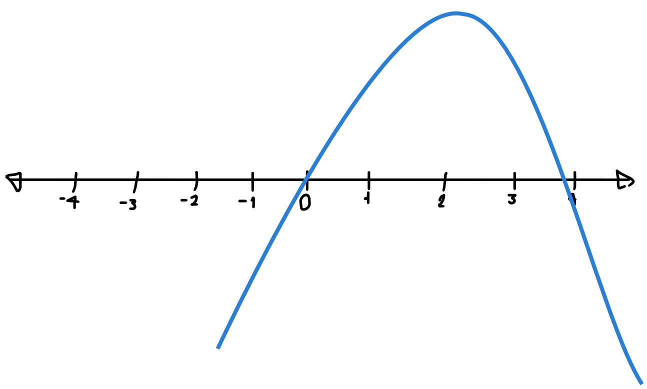
$(x-(-2))(x - (4)) = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

2) A que ecuación corresponde la siguiente gráfica:



$-(x - x_2)(x - x_2) = 0$

$x_1 = 0$; $x_2 = 4$

$-(x - (0))(x - (4)) = 0$

$-(x)(x - 4) = 0$

$-(x^2 - 4) = 0$

$-x^2 + 4x = 0$

Solución de una Ecuación Cuadrática Aplicando Factorización.

1. $x^2 - 9x + 20 = 0$: $(x - 5)(x - 4) = 0$ $\quad x_1 - 5 = 0 \quad x_2 - 4 = 0$

   $x_1 = 5 \quad x_2 = 4$

2. $3x^2 - 4x = 0$: $x(3x - 4) = 0$ $\quad x_1 = 0 \quad 3x_2 - 4 = 0$

   $3x_2 = 4$

   $x_2 = 4/3$

3. $4x^2 - 9 = 0$: $(2x + 3)(2x - 3)$ $\quad 2x_1 + 3 = 0 \quad 2x_2 - 3 = 0$

   $2x_1 = -3 \quad 2x_2 = 3$

   $2x_1 = -3/2 \quad x_2 = 3/2$

Solución de una Ecuación Cuadrática Complementando el Trinomio Cuadrado Perfecto.

1. $x^2 + \frac{p}{q}x + \_\_\_$

$$\frac{\frac{p}{q}}{2} \to \frac{p}{2q} \to \left(\frac{p}{2q}\right)^2 \to \frac{p^2}{4q^2}$$

2. $m^2 - 8m - 20 = 0$

$$m^2 - 8m = 20 \to m^2 - 8m + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 20 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 \to m^2 - 8m + 16 = 20 + 1 \to (m-4)(m-4)$$
$$= 36 \to (m-4)^2 = 36 \to m - 4 = \pm\sqrt{36} \to m - 4 = \pm 6$$

$m_1 - 4 = 6 \qquad m_2 - 4 = -6$

$m_1 = 6 + 4 \qquad m_2 = -6 + 4$

$m_1 = 10 \qquad m_2 = -2$

Problemas de Aplicación

1. Rodrigo sabe que dentro de 7 años la edad de su hermano será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 5 años, ¿Cuál es la edad de su hermano?

$x + 7 = \frac{(x-5)^2}{2}$

$2(x + 7) = (x - 5)^2$

$2x + 14 = x^2 - 10x + 25$

$2x + 14 - x^2 + 10x - 25 = 0$

$(-x^2 + 12x - 11 = 0) - 1$

$x^2 - 12x + 11 = 0$

$x^2 - 12x + 11 = 0$

$(x - 11)(x - 1) = 0$

$x_1 - 11 = 0 \qquad x_2 - 1 = 0$

$x_1 = 11 \qquad x_2 = 1$

2. La suma de dos números es de 6 y su producto es 8, ¿Cuáles son los números?

$$(x)(6-x) \rightarrow \; x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow (x-4)(x-2) = 0$$

$x_1 = 4$ $x_2 = 2$

$x_1 + x_2 = 6$ $4 + 2 = 6$

$x_1 * x_2 = 8$ $4 * 2 = 8$

2. La suma de dos números es de 6 y su producto es 8, ¿Cuáles son los números?

$$(x)(6-x) \rightarrow\ x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow (x-4)(x-2) = 0$$

$x_1 = 4$ $x_2 = 2$

$x_1 + x_2 = 6$ $4 + 2 = 6$

$x_1 * x_2 = 8$ $4 * 2 = 8$