Способы описания цифровых фильтров

Реакция $y(n)$ цифрового фильтра на входное воздействие $x(n)$ определяется сверткой этого воздействия с импульсной характеристикой фильтра:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m) = h(n) * x(n).$$

Из свойств z-преобразования следует, что свертке последовательностей $x(n)$ и $h(n)$ соответствует произведение их z-преобразований

$$Y(z) = X(z)H(z). \tag{5.10}$$

Из равенства (5.10) следуют выводы:

а) $H(z)$ является z-преобразованием импульсной характеристики фильтра $h(n)$:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^{-k}; \tag{5.11}$$

б) так как $X(z)$ и $Y(z)$ - это z-преобразования входного воздействия и выходной реакции цифрового фильтра , то $H(z)$ является передаточной функцией фильтра:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}. \tag{5.12}$$

Передаточную функцию цифрового фильтра, полученную как z-преобразова-ние его ДИХ в общем виде можно представить отношением двух полиномов, или дробно-рациональной функцией от переменной z^{-k}:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} a_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=0}^{L} b_k z^{-k}}. \tag{5.13}$$

Это наиболее общее выражение для $H(z)$. Коэффициенты a_k и b_k называются коэффициентами цифрового фильтра. Цифровой фильтр считается рассчитанным (синтезированным), если определены порядки M и L полиномов числителя и знаменателя и коэффициенты a_k и b_k .

Передаточной функции $H(z)$ соответствует разностное уравнение цифрового фильтра:

$$y(n)=\sum_{k=0}^{M} a_k x(n-k)+\sum_{k=1}^{L} b_k y(n-k). \qquad (5.14)$$

Коэффициенты a_k и b_k разностного уравнения являются соответствующими коэффициентами передаточной функции цифрового фильтра.

Разностное уравнение представляет собой алгоритм, по которому можно составить программу для реализации цифровой фильтрации.