Классификация сигналов

Классификация сигналов осуществляется на основании существенных признаков соответствующих математических моделей сигналов. Все сигналы разделяют на две крупных группы: детерминированные и случайные (рисунок 2.3).

Детерминированные сигналы

Обычно выделяют два класса детерминированных сигналов: периодические и непериодические.

К периодическим относят гармонические и полигармонические сигналы. Для периодических сигналов выполняется общее условие

$$s(t) = s(t + kT), \qquad (2.1)$$

где $k = 1, 2, 3, ...$ - любое целое число;

T - период, являющийся конечным отрезком независимой переменной.

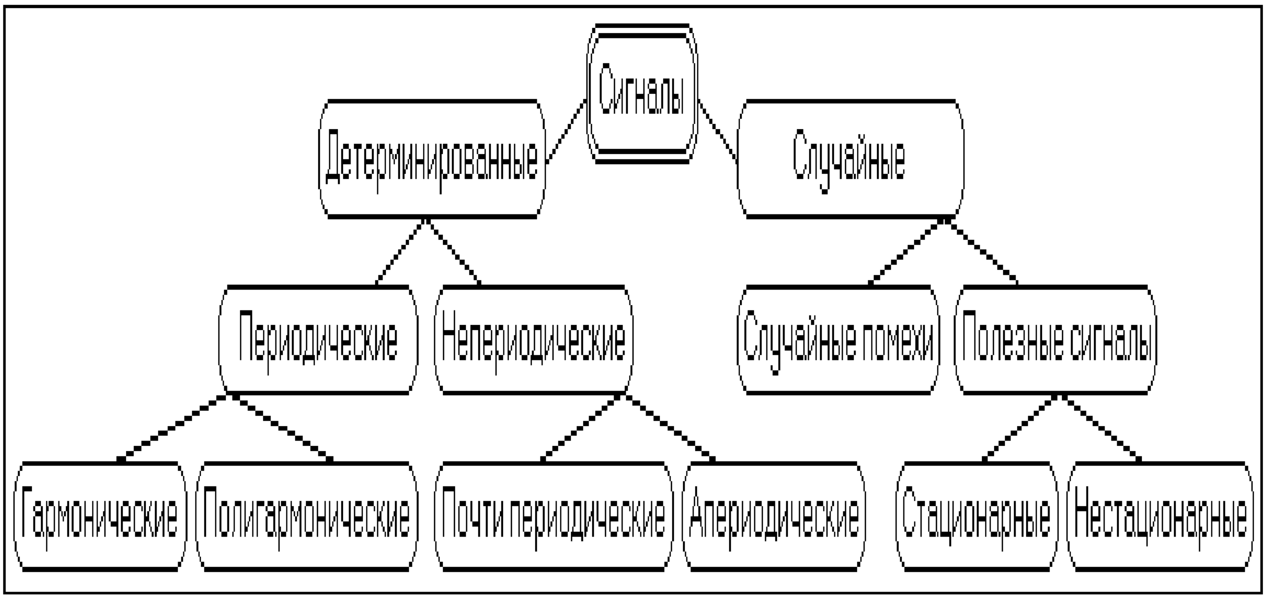


Рисунок 2.3 - Классификация сигналов

Гармонические сигналы (рисунок 2.4) описываются следующими формулами:

$$x(t) = a\cos(2\pi ft) + b\sin(2\pi ft) = A\cos(2\pi ft - \varphi) = A\cos(\omega t - \varphi), \qquad (2.2)$$

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ - амплитуда гармонической составляющей;

f - частота колебаний;

$\omega = 2\pi f$ - угловая (циклическая) частота колебаний;

$\varphi = arctg\left(\frac{b}{a}\right)$ - начальная фаза колебаний;

$T = \frac{1}{f}$ - период колебаний.

Полигармонические сигналы составляют наиболее широко распространенную группу периодических сигналов и описываются суммой гармонических колебаний:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N} \left[a_i \cos(2\pi f_i t) + b_i \sin(2\pi f_i t)\right] = \sum_{i=1}^{N} A_i \cos(2\pi f_i t - \varphi_i). \qquad (2.3)$$

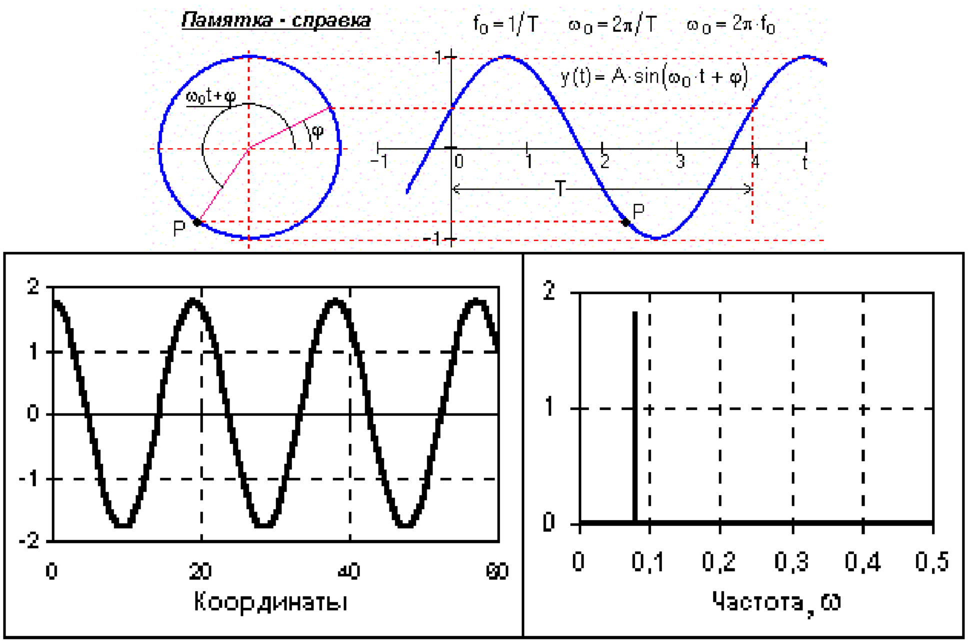


Рисунок 2.4 - Гармонический сигнал и спектр его амплитуд

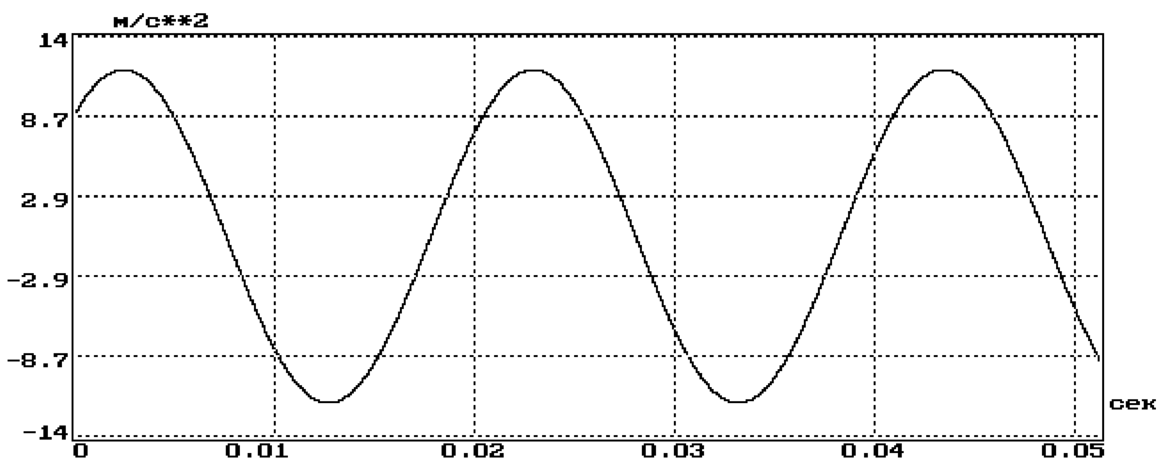


Рисунок 2.5 - Вибрационный гармонический сигнал

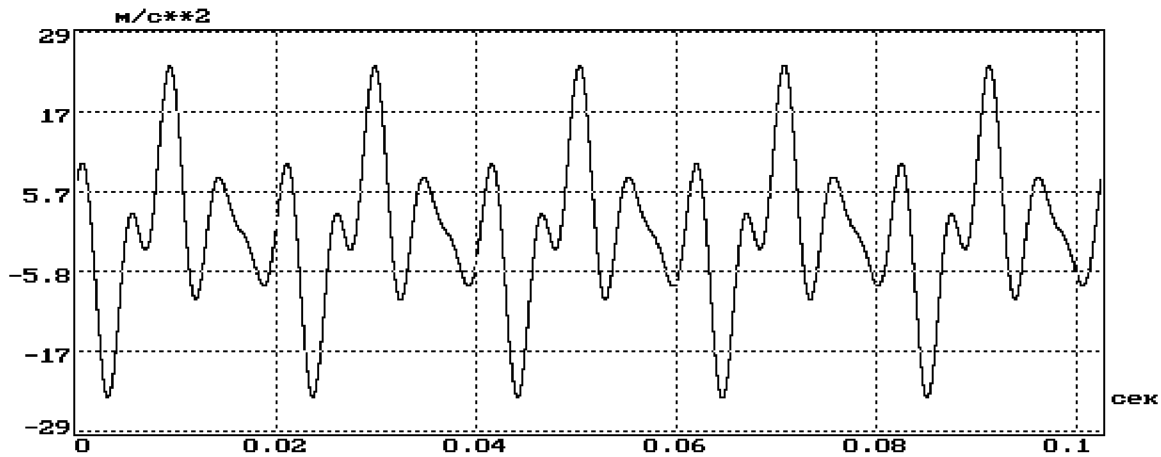
или непосредственно функцией $x(t) = y(t + kT_p)$, $k = 1, 2, 3, ...$, где T_p - период одного полного колебания сигнала $y(t)$, заданного на одном периоде.

Значение

$$f_p = \frac{1}{T_p} \tag{2.4}$$

называют фундаментальной частотой колебаний.

Полигармонические сигналы представляют собой сумму определенной постоянной составляющей ($f_0 = 0$) и произвольного (в пределе - бесконечного) числа гармонических составляющих с произвольными значениями амплитуд A_i и фаз φ_i, с периодами, кратными периоду фундаментальной частоты f_p. Другими словами, на периоде фундаментальной частоты f_p, которая равна или кратно меньше минимальной частоты гармоник, укладывается кратное число периодов всех гармоник, что и создает периодичность повторения сигнала. Частотный спектр полигармонических сигналов дискретен, в связи с чем распространено математическое представление сигналов - в виде спектров (рядов Фурье).



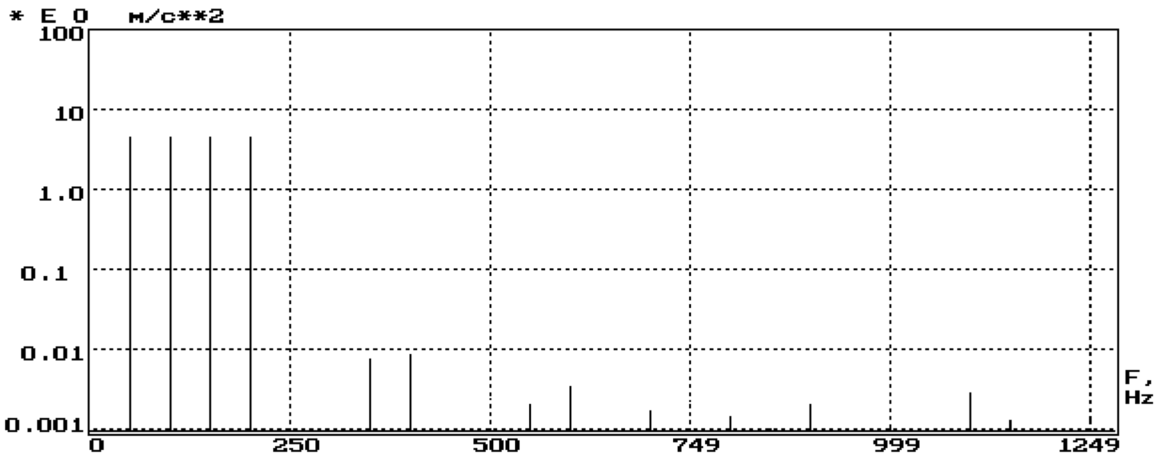


Рисунок 2.6 - Форма и спектр вибрационного полигармонического сигнала

Информационными параметрами полигармонического сигнала могут быть как определенные особенности формы сигнала (размах от минимума до максимума, экстремальное отклонение от среднего значения, и т.п.), так и параметры определенных гармоник в этом сигнале. Так, например, для прямоугольных импульсов информационными параметрами могут быть период повторения импульсов, длительность импульсов, скважность импульсов (отношение периода к длительности). При анализе сложных периодических сигналов информационными параметрами могут также быть:

- текущее среднее значение за определенное время, например, за время периода:

$$X_{\text{Ср,т}} = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} s(t)dt; \tag{2.5}$$

- постоянная составляющая одного периода:

$$X_{\text{п}} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} s(t)dt; \tag{2.6}$$

- среднее выпрямленное значение:

$$X_{\text{Ср.В}} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} |s(t)|dt; \tag{2.7}$$

- среднее квадратическое значение:

$$СКЗ = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} [s(t)]^2 dt. \tag{2.8}$$

К непериодическим сигналам относят почти периодические и апериодические сигналы. Основным инструментом их анализа также является частотное представление.

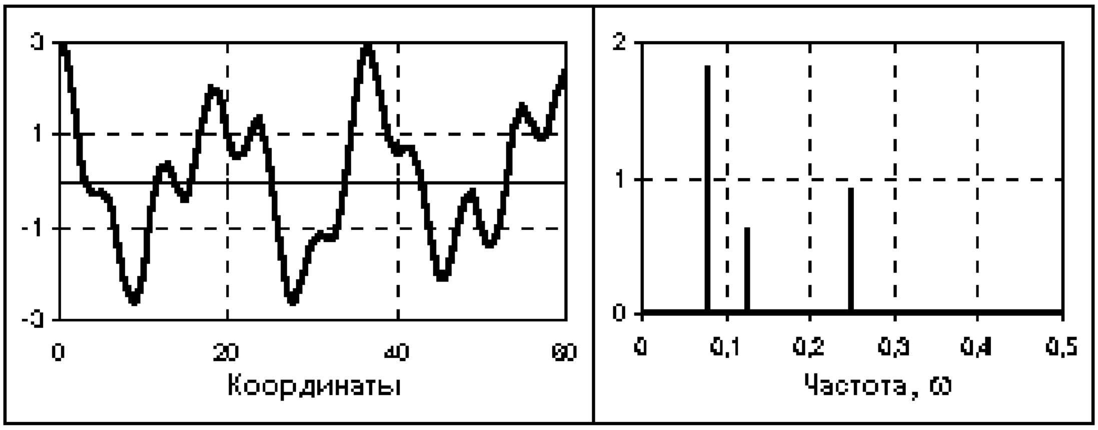


Рисунок 2.7 - Почти периодический сигнал и его амплитудный спектр

Почти периодические сигналы близки по своей форме к полигармоническим. Они также представляют собой сумму двух и более гармонических сигналов (в пределе – до бесконечности), но не с кратными, а с произвольными частотами, отношения которых (хотя бы двух частот минимум) не относятся к рациональным числам, вследствие чего фундаментальный период суммарных колебаний бесконечно велик. Так, например, сумма двух гармоник с частотами $2f_0$ и $3.5f_0$ дает периодический сигнал (2/3.5 – рациональное число) с фундаментальной частотой $0.5f_0$, на одном периоде которой будут укладываться 4 периода первой гармоники и 7 периодов второй. Но если значение частоты второй гармоники заменить близким значением $\sqrt{12}f_0$, то сигнал перейдет в разряд непериодических, поскольку отношение $2/\sqrt{12}$ не относится к числу рациональных чисел. Как правило, почти периодические сигналы порождаются физическими процессами, не связанными между собой. Математическое отображение сигналов тождественно полигармоническим сигналам (сумма гармоник), а частотный спектр также дискретен.

Апериодические сигналы составляют основную группу непериодических сигналов и задаются произвольными функциями времени. На рисунке 2.8 показан пример апериодического сигнала, заданного формулой на интервале (0, ∞):

$$s(t) = \exp(-at) - \exp(-bt), \qquad (2.9)$$

где a и b – константы, в данном случае a = 0.15, b = 0.17.

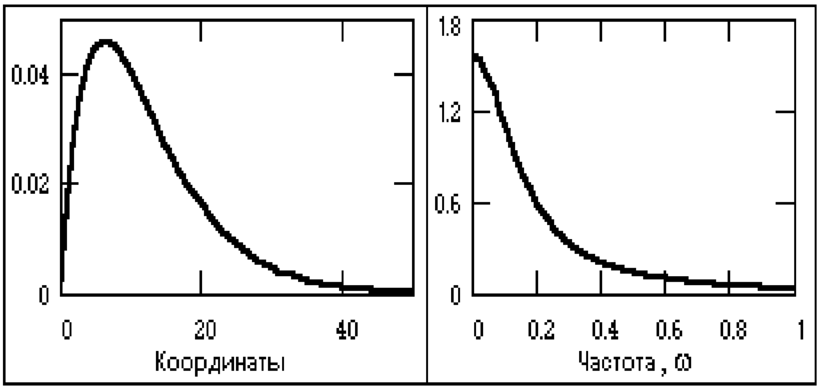


Рисунок 2.8 - Апериодический сигнал и модуль его спектра

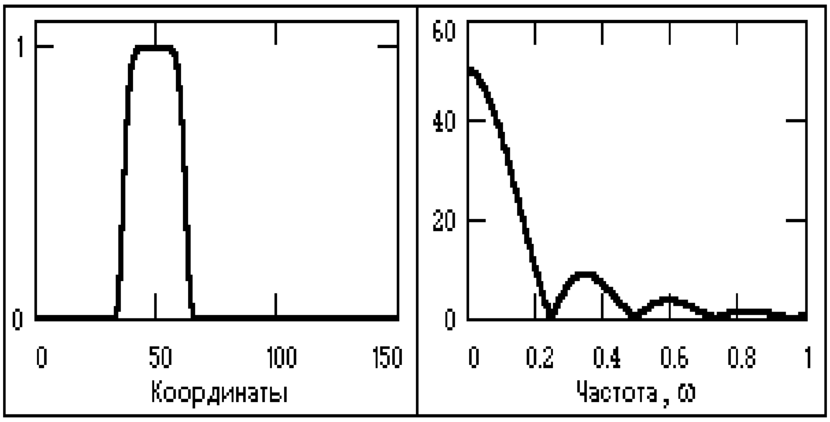


Рисунок 2.9 - Импульсный сигнал и модуль его спектра

К апериодическим сигналам относятся также импульсные сигналы, которые в радиотехнике и в отраслях, широко ее использующих, часто рассматривают в виде отдельного класса сигналов. Импульсы представляют собой сигналы, как правило, определенной и достаточно простой формы, существующие в пределах конечных временных интервалов. Сигнал, приведенный на рисунке 2.9, относится к числу импульсных.

Частотный спектр апериодических сигналов непрерывен и может содержать любые гармоники в частотном интервале [0, ∞]. Для его вычисления используется интегральное преобразование Фурье:

$$s(t)=\int_0^\infty [a(f)\cos(2\pi ft)+b(f)\sin(2\pi ft)]df=\int_0^\infty [S(f)\cos(2\pi ft-\varphi(f))]df\,; \qquad (2.9)$$

$$a(f)=\int_0^T s(t)\cos(2\pi ft)dt\,; \qquad b(f)=\int_0^T s(t)\sin(2\pi ft)dt\,; \qquad (2.10)$$

$$S(f)=\sqrt{a^2(f)+b^2(f)}; \qquad \varphi(f)=arctg\left(\frac{b(f)}{a(f)}\right). \qquad (2.11)$$

Частотные функции $a(f)$, $b(f)$ и $S(f)$ представляют собой не амплитудные значения соответствующих гармоник на определенных частотах, а распределения спектральной плотности амплитуд этих гармоник по частотной шкале. Формулы (2.10 -2.11) обычно называют формулами прямого преобразования Фурье, формулы (2.9) – обратного преобразования.

Если нас не интересует поведение сигнала за пределами области его задания [0, T], то эта область может восприниматься, как один период периодического сигнала, т.е. значение $1/T$ принимается за фундаментальную частоту периодический колебаний, при этом для частотной модели сигнала может применяться разложение в ряды Фурье по области его задания (2.2-2.3).

В классе импульсных сигналов выделяют подкласс радиоимпульсов. Пример радиоимпульса приведен на рисунке 2. 10.

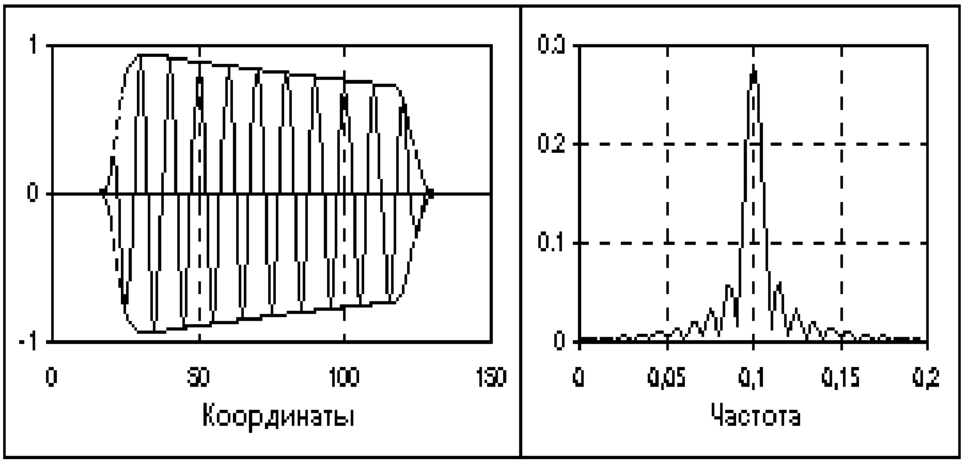


Рисунок 2.10 - Радиоимпульс и модуль его спектра

Уравнение радиоимпульса имеет вид:

$$s(t)=u(t)\cos(2\pi f_0 t-\varphi_0), \qquad (2.12)$$

где $\cos(2\pi f_0 t-\varphi_0)$ – гармоническое колебание заполнения радиоимпульса, $u(t)$ – огибающая радиоимпульса. Положение главного пика спектра радиоимпульса на частотной шкале соответствует частоте заполнения f_0, а его ширина определяется длительностью радиоимпульса. Чем больше длительность радиоимпульса, тем меньше ширина главного частотного пика.

С энергетических позиций сигналы разделяют на два класса: с ограниченной (конечной) энергией и с бесконечной энергией.

Для сигналов с ограниченной энергией (иначе – *сигналов с интегрируемым квадратом*) должно выполняться соотношение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 \, dt < \infty . \qquad (2.13)$$

Как правило, к этому классу сигналов относятся апериодические и импульсные сигналы, не имеющие разрывов 2-го рода при ограниченном количестве разрывов 1-го рода. Любые периодические, полигармонические и почти периодические сигналы, а также сигналы с разрывами и особыми точками 2-го рода, уходящими в бесконечность, относятся к сигналам с бесконечной энергией. Для их анализа применяются специальные методы.

Иногда в отдельный класс выделяют сигналы конечной длительности, отличные от нуля только на ограниченном интервале аргументов (независимых переменных). Такие сигналы обычно называют *финитными.*

Случайные сигналы

Случайным сигналом называют функцию времени, значения которой заранее неизвестны, и могут быть предсказаны лишь с некоторой вероятностью. Случайный сигнал отображает случайное физическое явление или физический процесс, причем зарегистрированный в единичном наблюдении сигнал не воспроизводится при повторных наблюдениях и не может быть описан явной математической зависимостью. При регистрации случайного сигнала реализуется только один из возможных вариантов (исходов) случайного процесса, а достаточно полное и точное описание процесса в целом можно произвести только после многократного повторения наблюдений и вычисления определенных статистических характеристик ансамбля реализаций сигнала. В качестве основных статистических характеристик случайных сигналов принимают:

а) закон распределения вероятности нахождения величины сигнала в определенном интервале значений;

б) спектральное распределение мощности сигнала.

Конкретная реализация процесса, описывающего случайное явление, называется выборочной функцией или реализацией если речь идет о наблюдениях в конечной длительности, а совокупность всех возможных выборочных функций, которые могут дать случайное явление называется случайным или стохостическим процессом. Таким образом, под реализацией случайного физического явления понимается один из возможных исходов случайного процесса.

Случайные процессы подразделяются на стационарные и нестационарные.

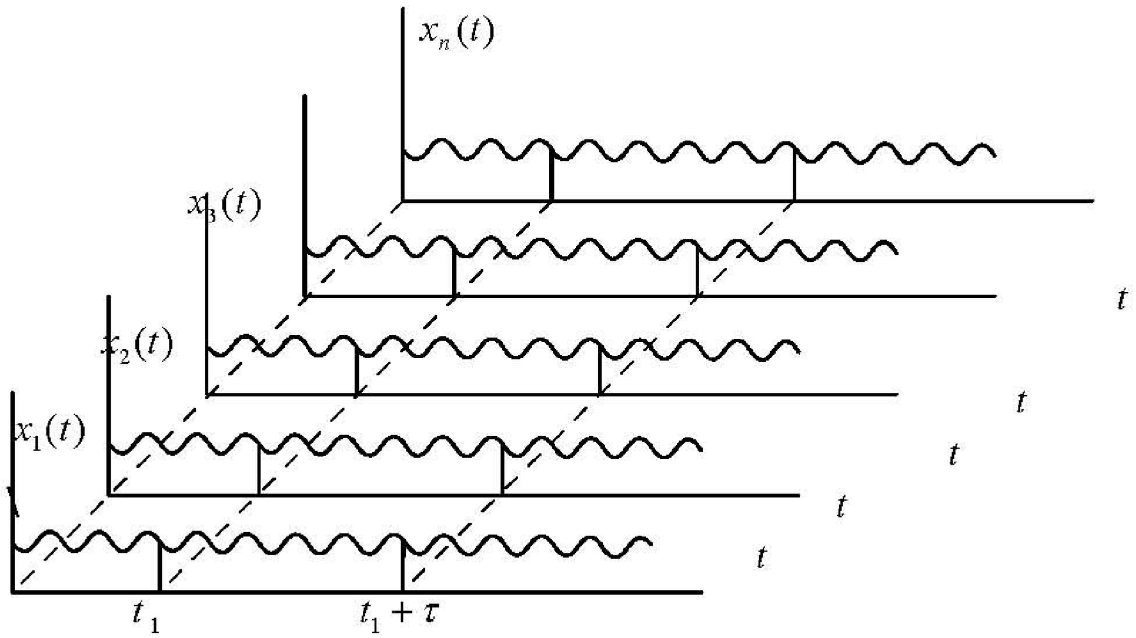


Рисунок 2.11 – Реализации случайного процесса

Если физическое явление описывается случайным процессом, то свойства этого явления можно оценить в любой момент времени путем усреднения по совокупности выборочных функций с помощью среднего значения или первого начального момента:

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k(t_1) \qquad (2.14)$$

и ковариационной функции:

$$R_{xx}(t_1, t_1+\tau) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k(t_1)x_k(t_1+\tau)\,. \qquad (2.15)$$

Если значения моментных характеристик не зависят от момента времени t_1, то такой процесс называется стационарным. Различают стационарность в широком и узком смысле.

Процесс стационарный в широком смысле, когда только первые начальный и центральные моменты не зависят от времени t_1.

Стационарный в узком смысле процесс это тот, у которого все моменты не зависят от времени t_1.

Стационарные процессы подразделяются на*эргодические и неэргодические*.

В большинстве случаев, характеристики случайного стационарного процесса можно вычислить проводя усреднение по времени, а не по реализации в пределах отдельных выборочных функций, входящих в ансамбль реализаций.

$$\mu_x(k) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x_k(t)dt\,; \qquad (2.16)$$

$$R_{xx}(\tau, k) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) x_k(t+\tau) d\tau . \qquad (2.17)$$

Если оказывается, что среднее значение и ковариационная функции, полученные усреднением по времени равны характеристикам найденным усреднением по ансамблю, то такой процесс называется эргодическим.

Все остальные случайные процессы, не удовлетворяющие указанным условиям называются нестационарными.

Что касается случайных нестационарных сигналов, то их общепринятой классификации не существует. Как правило, из них выделяют различные группы сигналов по особенностям их нестационарности.