Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей
Кафедра программного обеспечения информационных технологий

ОТЧЕТ
Лабораторная работа №1
по дисциплине «Надежность программного обеспечения»
на тему «Законы распределения наработки аппаратных средств до отказа»

Выполнил: Мешок А.Д.
студент группы 951002

Выполнил: Скробат Д.А.
студент группы 951002

Проверил: Деменковец Д.В.

Минск 2021

Тема: исследование закона распределения непрерывной случайной величины наработки объектов до отказа.

Схема выполнения задания:

1) построить зависимости функции плотности распределения от параметров закона;

2) построить зависимости функции распределения вероятностей от параметров закона;

3) построить зависимости характеристик положения от параметров закона:

   1. Математического ожидания;
   2. наиболее вероятного значения (моды);
   3. 50% процентного квантиля (медианы);

4) построить зависимости характеристики рассеяния в виде дисперсии (или среднеквадратичного отклонения) случайной величины от параметров закона;

5) построить зависимости характеристики асимметрии в виде коэффициента асимметрии случайной величины от параметров закона.

Вариант распределения: Бета-распределение.

1. **Функция плотности Бета-распределения**

Производной функции распределения называется плотностью распределения (иначе – «плотностью вероятности») непрерывной случайной величины X. В контексте надежности является вероятностью того, что объект откажет на определенном интервале времени.

Плотность Бета-распределения имеет вид:

$$f(t)=\frac{t^{\alpha-1}*(1-t)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} \text{, где } B(\alpha,\beta)=\int_0^1 t^{\alpha-1}*(1-t)^{\beta-1}$$

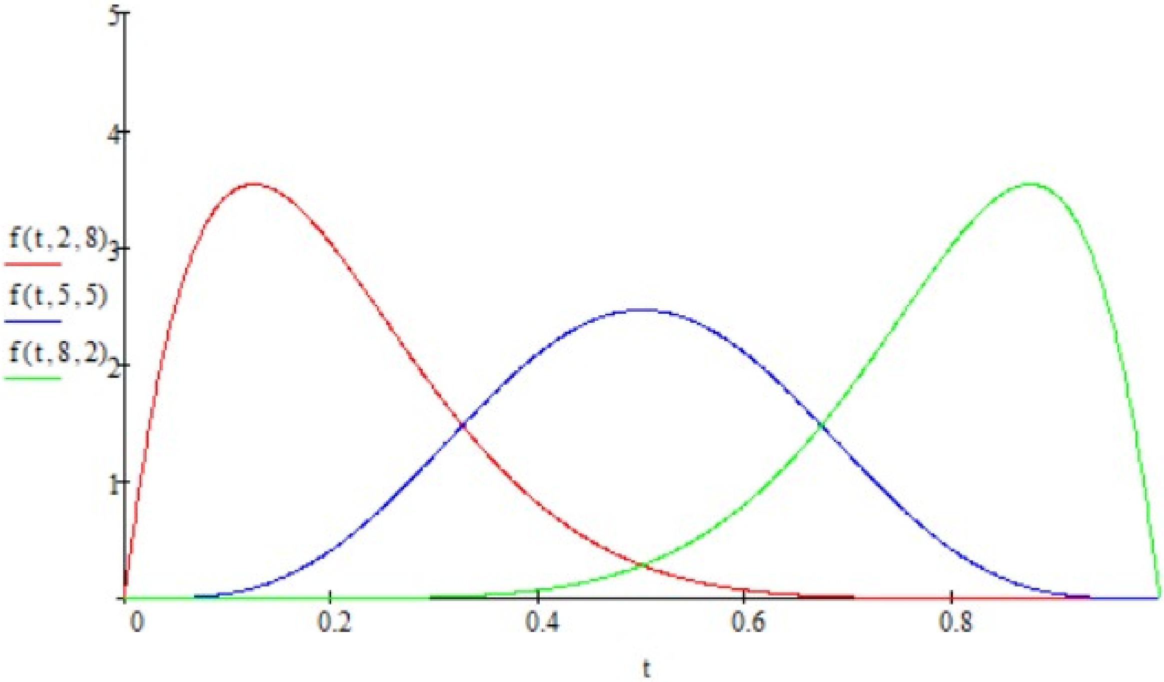

Рис. 1.1 «Плотность распределения наработки до отказа»

2. **Функция Бета-распределения**

Функция распределения - функция, характеризующая вероятность того, что ПС откажет хотя бы 1 раз в течение заданной наработки (программное средство работоспособно в начальный момент времени).

$$F(t)=\int_0^t f(t)\,dt$$

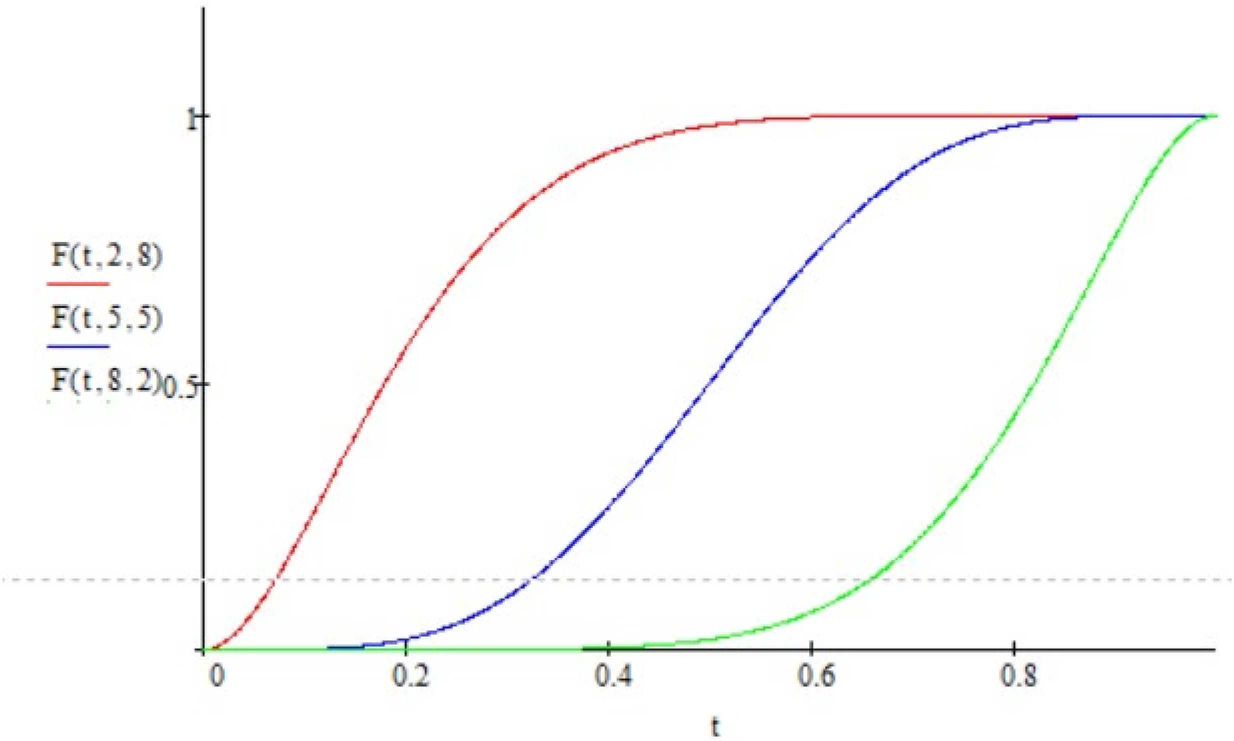

Рис. 2.1 «Вероятность отказа»

3. Начальные моменты

Начальный момент – числовые характеристики распределения случайной величины.

Первый начальный момент:

$$\alpha 1(\alpha,\beta)=\int_0^1 t f(t)\,dt$$

Второй начальный момент:

$$\alpha 2(\alpha,\beta)=\int_0^1 t^2 f(t)\,dt$$

Третий начальный момент:

$$\alpha 3(\alpha,\beta)=\int_0^1 t^3 f(t)\,dt$$

4. Математическое ожидание

Математическое ожидание — среднее значение случайной величины. Для подсчета будем использовать 1-ый начальный момент. В надёжности – средняя наработка до отказа (фактически, время до первого отказа системы).

$$M1(\alpha,\beta)=\alpha 1(\alpha,\beta) \qquad M2(\alpha,\beta)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

$$M1(5,5)=0.5 \qquad M2(5,5)=0.5$$

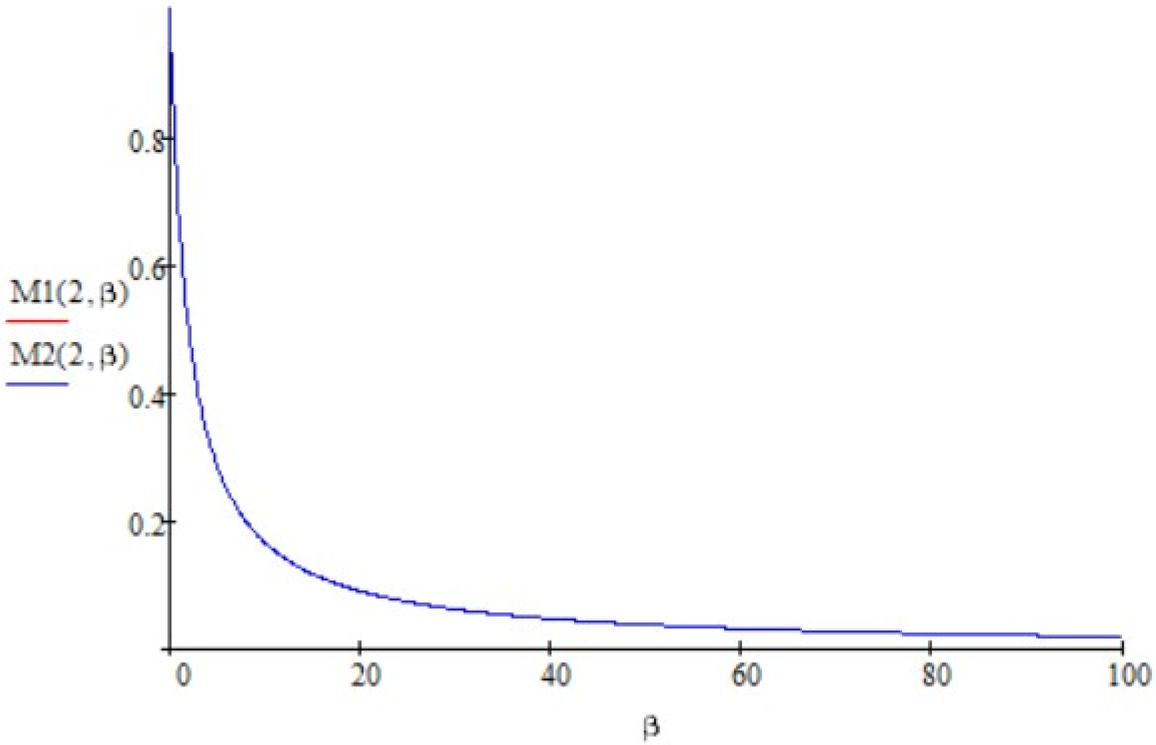

Рис. 4.1 «Зависимость средней наработки до отказа от параметров α и β»

5. Мода (наиболее вероятное значение)

Мода — значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто. В плане надежности, мода - это наиболее вероятное время отказа программного средства.

$$M0(\alpha,\beta)=\frac{\alpha-1}{\alpha+\beta-2}$$

$$M0(2,8)=0.125$$

$$M0(5,5)=0.5$$
$$M0(8,2)=0.875$$

6. Медиана (50%-квантиль)

Квантиль — значение, которое заданная случайная величина не превышает с фиксированной вероятностью.

Медиана (50%-квантиль, квантиль 0,5) – возможное значение признака, которое делит ранжированную совокупность на две равные части: 50 % «нижних» единиц ряда данных будут иметь значение признака не больше, чем медиана, а «верхние» 50 % — значения признака не меньше, чем медиана. Это означает, что 50% оборудования выйдет из строя от момента начала использования до момента времени, равного медиане.

$$Me(\alpha,\beta)=\frac{\alpha-\frac{1}{3}}{\alpha+\beta-\frac{2}{3}}$$

$$Me(2,8)=0.179$$

$$Me(5,5)=0.5$$

$$Me(8,2)=0.821$$

7. Дисперсия (второй центральный момент)

Дисперсия случайной величины — мера разброса данной случайной величины, то есть её отклонения от математического ожидания. Для ее подсчёта был использован 2-ой начальный момент:

$$D1(\alpha,\beta)=\alpha 2(\alpha,\beta)-\alpha 1(\alpha,\beta)^2 \qquad D2(\alpha,\beta)=\frac{\alpha*\beta}{(\alpha+\beta)^2*(\alpha+\beta+1)}$$

$$D1(5,5)=0.023 \qquad D2(5,5)=0.023$$

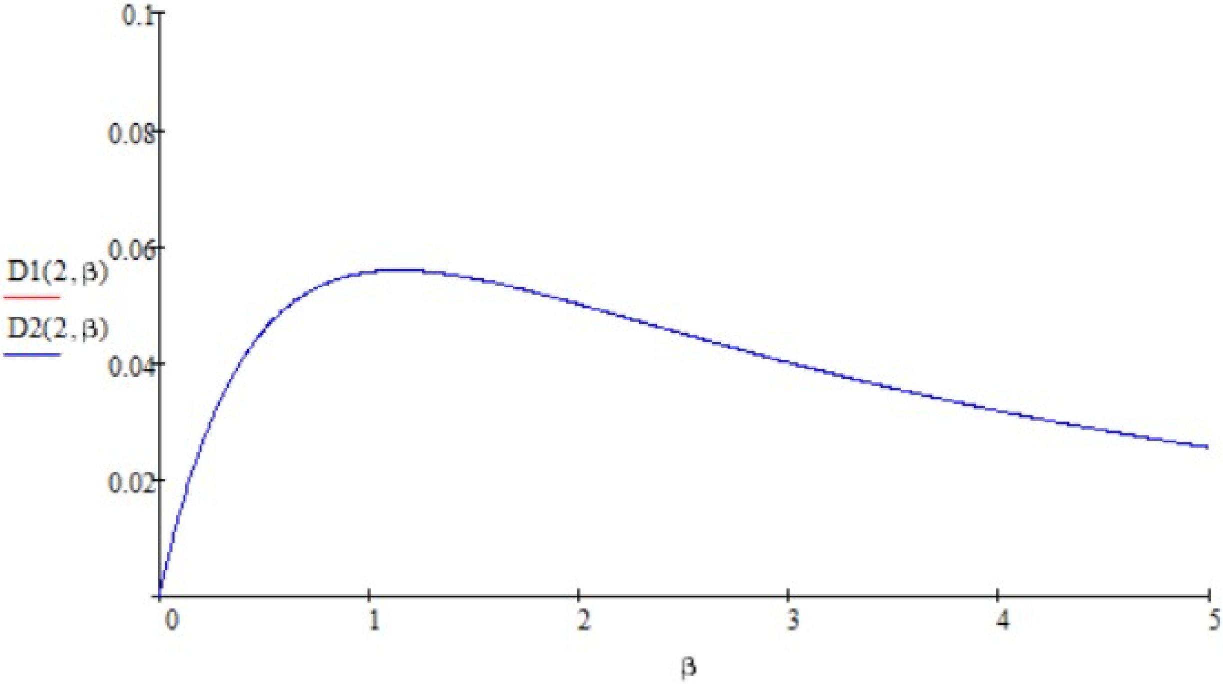

Рис. 7.1 «Зависимость величины разброса наработки до отказа относительно среднего значения от параметров α и β»

8. Среднеквадратическое отклонение

Среднеквадратическое отклонение — в теории вероятностей и статистике наиболее распространённый показатель рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания.

$$\sigma(\alpha,\beta)=\sqrt{D1(\alpha,\beta)}$$

$$\sigma(2,8)=0.121$$

$$\sigma(5,5)=0.151$$

$$\sigma(8,2)=0.121$$

9. Коэффициент асимметрии

Коэффициент асимметрии — числовая характеризующая степени несимметричности распределения данной случайной величины. Для её расчета использовалась следующая формула:

$$S(\alpha,\beta)=\frac{2(\beta-\alpha)\sqrt{\alpha+\beta+1}}{(\alpha+\beta+2)\sqrt{\alpha\beta}}$$

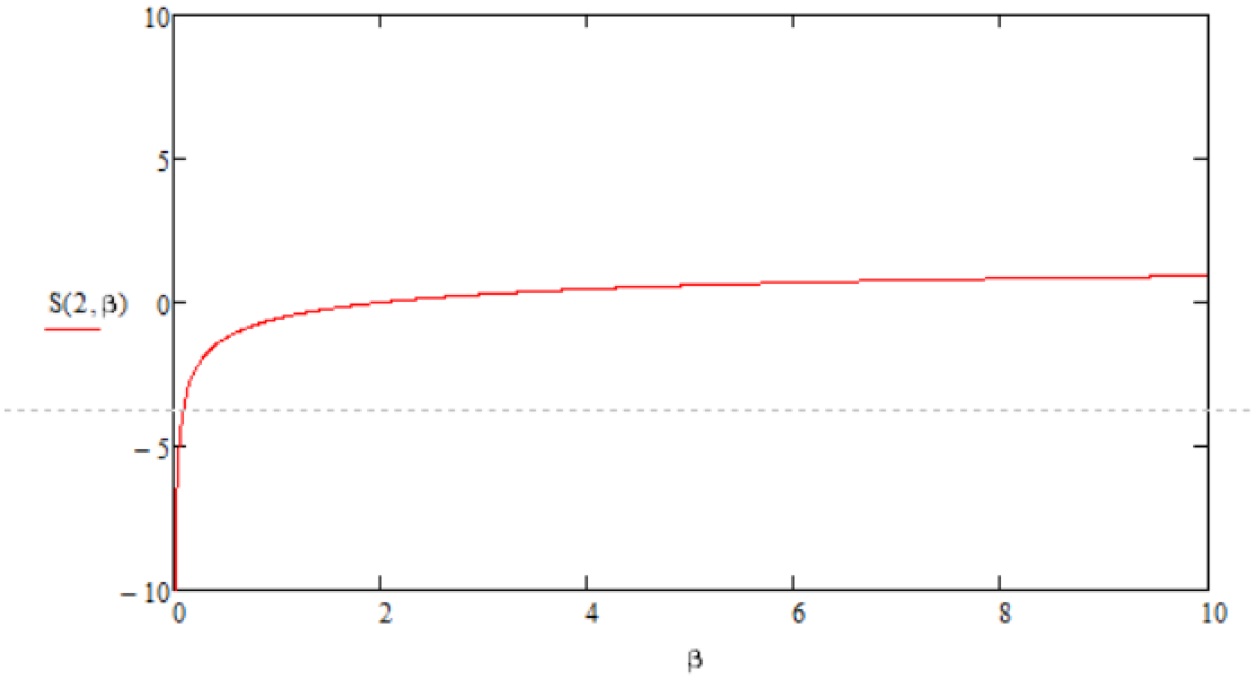

Рис. 9.1 «График функций коэффициента асимметрии»

10. Вывод

1) При α < 1 и β < 1 график функции плотности Бета-распределения график будет выпуклым и будет уходить в бесконечность, а при α > 1 и β > 1 – унимодальным (т.е. имеет единственный экстремум, причем минимальный)

2) При увеличении α или и α, и β, математическое ожидание будет увеличиваться, но при уменьшении β – уменьшаться

3) При увеличении α выпуклость функции смещается вправо, в то время как при увеличении β – влево. С одновременным увеличением α и β распределение будет сужаться.