

Формирование периодических сигналов

Физические процессы, протекающие в природе обычно являются непрерывными, а когда они обрабатываются цифровыми вычислительными машинами, то осуществляется переход от непрерывного времени к дискретному.

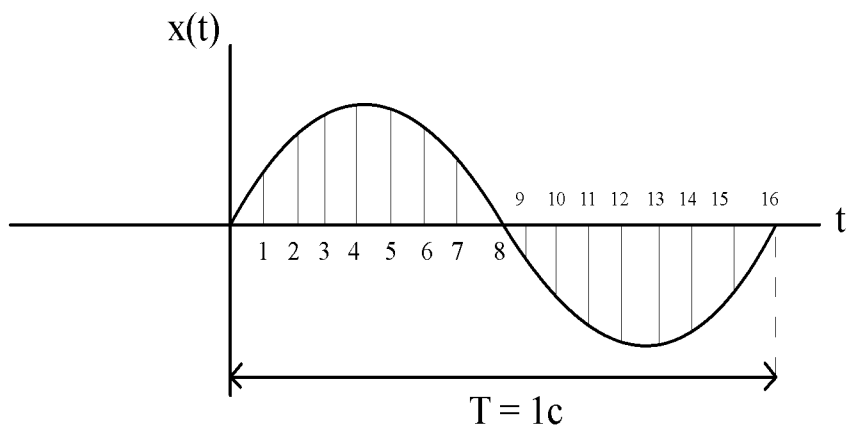


Рисунок 2.21 – Гармонический сигнал с периодом 1 секунда

$x(t) = A \sin(2\pi t)$ - непрерывный (аналоговый) гармонический сигнал;

$x(n) = A \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$ - дискретный гармонический сигнал,

где n – номер элемента массива,

N – число дискретных точек на одном периоде.

В большинстве случаев при переходе от непрерывного к дискретному, время, через которое фиксируют дискретные точки остается постоянным.

Вычисление гармонического сигнала с помощью аналитического выражения:

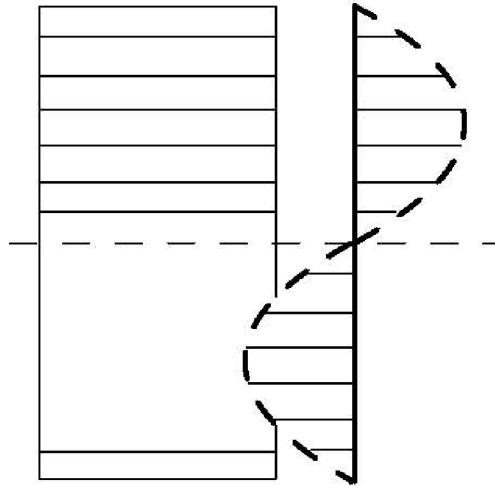
$$x(n) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi f n}{N} + \varphi\right)$$

трудоёмко, что особенно это заметно для алгоритмов спектральной обработки.

Поэтому для формирования гармонических сигналов широко используется табличный способ.

Исходно рассчитывается массив данных, в который записывается один период сигнала:

$$TAB[n] = \sin\left(\frac{2\pi \cdot n}{N}\right), \quad n = 0 \div N - 1.$$



N - число точек на котором укладывается период. Чем больше N , тем точнее будет представлен сигнал.

Если необходимо сформировать гармонический сигнал из M отсчетов с частотой F и амплитудой A , то алгоритм формирования выглядит следующим образом:

```
j := 0;
i := 0;
```

Начало:

```
x[j] = A * TAB[i];
i := (i + F) mod N;
j := j + 1;
if (j > M) goto Выход;
goto Начало;
Выход;
```

$x[M]$ – массив, в котором формируется сигнал.

Формирование дискретного сигнала заключается в выборке из таблицы нужного элемента. Если начальная фаза отлична от 0, то в этом случае нужно начать движение по таблице с элемента, отличного от нулевого.

При начальной фазе φ номер элемента в таблице, начиная с которого, осуществляется выбор из неё данных, вычисляется по формуле:

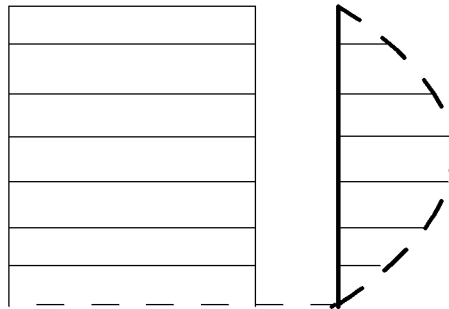
$$i = \text{round}\left(\frac{\varphi}{360} * N\right), \text{ если фаза задана в градусах;}$$

$$i = \text{round}\left(\frac{\varphi}{2\pi} * N\right), \text{ если фаза задана в радианах.}$$

Однако в этом случае может появиться погрешность задания начальной фазы так как :

$$\text{round}\left(\frac{\varphi}{360} * N\right) \neq \frac{\varphi}{360} * N, \quad \Delta\varphi = \varphi_m - \varphi_p;$$

Но \sin имеет свойство симметрии и поэтому для формирования гармонических сигналов можно использовать таблицу, в которой хранится половина периода или четверть периода синусной функции.



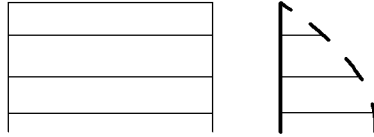
Алгоритм формирования дискретного гармонического сигнала с использованием таблицы, содержащей половину периода синусной функции.

```

i := 0;
j := 0;
zn := 1;
k := 0;
Начало:
x[j] := zn * A * TAB[k];
i := (i + F) mod N;
if (0 ≤ i < N/2) then {zn := 1; k := i }
                     иначе {zn := -1; k := i - N/2;}
j := j + 1;
if (j > M) goto Выход;
goto Начало;
Выход;
```

В данном алгоритме переменная i является индексом элемента, который нужно было бы выбрать, если бы таблица содержала полный период синуса. Анализируя значение i , можно определить для таблицы, содержащей половину периода синусной функции, знак с которым будет выбираться значение из таблицы и номер элемента из этой половинной таблицы.

Алгоритм формирования дискретного гармонического сигнала с использованием таблицы, содержащей четверть периода синуса.



```

j := 0;
i := 0;
zn := 1;
k := 0;
Начало:
x[j] := zn * A * TAB[k];
i := (i + F) mod N
if (0 <= i <= N/4) то {zn := 1; k := i;}
    иначе {if (N/4 < i < N/2) то {zn := 1; k := N/2 - i}
        иначе if (N/2 <= i <= 3N/4) то {zn := -1; k := i - N/2}
            иначе {zn := -1; k := N -
                i}
j := j + 1;
if (j >= M) goto Выход;
goto Начало;
Выход;

```

Достаточно просто сформировать полигармонический сигнал используя таблицу:

$$TAB[n] = \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right), \quad n = 0 \div N-1$$

Сформировать полигармонический сигнал и сформировать его в массиве X:

В качестве исходных данных заданы;

AMPL[] - массив амплитуд;

F[] - массив частот;

φ [] - массив начальных фаз;

k- число элементов в массивах исходных данных;

Алгоритм формирования полигармонического сигнала можно представить следующим образом:

Цикл по k от 0 до k - 1

Начало1

$$IND[k] := \text{round}\left(\frac{\varphi[k]}{360} * N\right);$$

Конец1;

j:=0; x[j]:=0;

Начало 2:

Цикл по k от 0 до k - 1

Начало 3
 $x[j] := x[j] + AMPL[k] * TAB[IND[k]];$
 $IND[k] := (IND[k] + F[k]) \bmod N;$
Конец 3;

$j := j + 1;$
if ($j \geq M$) *goto* *Выход*;
 $x[j] := 0;$
goto *Начало2*;
Выход.