Интегрирование полигармонических сигналов в частотной области на примере обработки вибрационных сигналов

В большинстве приборов и систем, решающих задачи определения параметров вибрационных сигналов, первичным виброизмерительным преобразователем (ВИП) является пьезоэлектрический акселерометр, который отдает электрический заряд, пропорциональный виброускорению. При оснащении такого ВИП усилителем (заряда или напряжения) на его выходе можно получить изменение напряжения, пропорциональное изменению виброускорения. Следовательно, если $x(t)$ представляет собой виброускорение, то для перехода к единицам виброскорости выполняется интегрирование:

$$
\begin{aligned}
x_{ск}(t) &= \int_0^t x_{уск}(\tau)d\tau = \int_0^t \sum_k A_{k,уск} \cos\left(2\pi \cdot f_k \cdot \tau - \varphi_{k,уск}\right)d\tau = \\
&= \sum_k \frac{A_{k,уск}}{2\pi \cdot f_k} \sin\left(2\pi \cdot f_k \cdot \tau - \varphi_{k,уск}\right)\Big|_0^t = \\
&= \sum_k \frac{A_{k,уск}}{2\pi \cdot f_k} \sin\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,уск}\right) - \sum_k \frac{A_{k,уск}}{2\pi \cdot f_k} \sin\left(-\varphi_k\right) = \\
&= \sum_k A_{k,ск} \sin\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,уск}\right) - \sum_k A_{k,ск} \sin\left(-\varphi_{k,уск}\right) = \\
&= \sum_k A_{k,ск} \cos\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,уск} - \frac{\pi}{2}\right) + \sum_k A_{k,ск} \sin\left(\varphi_{k,уск}\right) = \\
&= \sum_k A_{k,ск} \cos\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,ск}\right) + C_{инт,ск},
\end{aligned}
\tag{2.39}
$$

где $A_{k,ск} = \dfrac{A_{k,уск}}{2\pi \cdot f_k}$ - амплитуда виброскорости гармонической составляющей частоты f_k в единицах измерения $м/с$, для перехода к единицам измерения $мм/с$ $A_{k,ск}$ следует умножить на 1000, т.е.

$$
A_{k,ск} = \frac{A_{k,уск} \cdot 1000}{2\pi \cdot f_k}; \tag{2.40}
$$

$\varphi_{k,ск} = \varphi_{k,уск} - \dfrac{\pi}{2}$ - фаза виброскорости гармонической составляющей частоты f_k;
$C_{инт,ск} = \sum_k A_{k,ск} \sin\left(\varphi_{k,уск}\right)$ - постоянная интегрирования, величина которой зависит от начальных фаз гармонических составляющих. На практике предпринимают действия, чтобы приравнять $C_{инт,ск}$ нулю.

Выполнив интегрирование по отношению к сигналу, представленному в единицах виброскорости, получим сигнал в единицах виброперемещения:

$$x_{пер}(t) = \int_0^t x_{ск}(\tau)d\tau = \int_0^t \sum_k A_{k,ск} \cos\left(2\pi \cdot f_k \cdot \tau - \varphi_{k,ск}\right)d\tau =$$

$$= \sum_k \frac{A_{k,ск}}{2\pi \cdot f_k} \sin\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,ск}\right) - \sum_k \frac{A_{k,ск}}{2\pi \cdot f_k} \sin\left(-\varphi_{k,ск}\right) = \qquad (2.41)$$

$$= \sum_k A_{k,пер} \cos\left(2\pi \cdot f_k \cdot t - \varphi_{k,пер}\right) + C_{инт,пер},$$

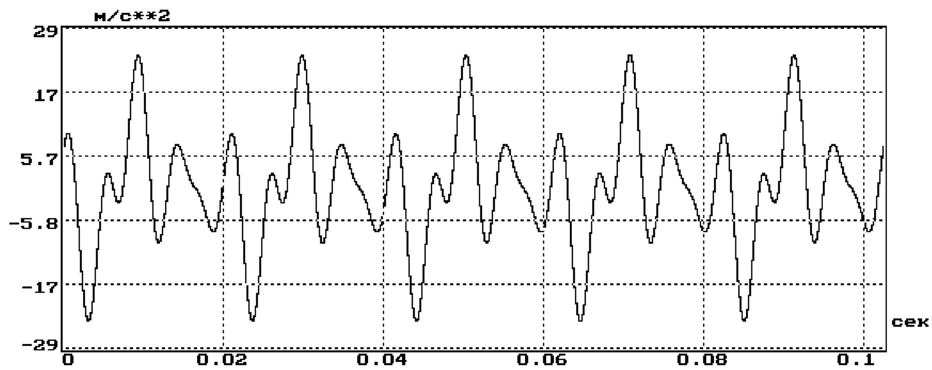
где $A_{k,пер} = \frac{A_{k,ск}}{2\pi \cdot f_k} = \frac{A_{k,уск}}{4\pi^2 \cdot f_k^2}$ - амплитуда виброскорости гармонической составляющей частоты f_k в единицах измерения $м$, если $A_{k,ск}$ имеет единицы измерения $м/c$, а $A_{k,уск}$ - $м/c^2$. При переходе к единицам измерения $мкм$

$$A_{k,пер} = \frac{A_{k,ск} \cdot 1000}{2\pi \cdot f_k} = \frac{A_{k,уск} \cdot 1000000}{4\pi^2 \cdot f_k^2}; \qquad (2.42)$$

$\varphi_{k,пер} = \varphi_{k,ск} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{k,уск} - \pi$ - фаза виброскорости гармонической составляющей частоты f_k;

$C_{инт,пер} = \sum_k A_{k,пер} \sin\left(\varphi_{k,ск}\right)$ - постоянная интегрирования.

В качестве иллюстрации выражений (2.39 - 2.42) можно привести временные реализации и спектры в единицах виброускорения, виброкорости и виброперемещения, изображенные на рисунках 2.20, 2.21, 2.22.



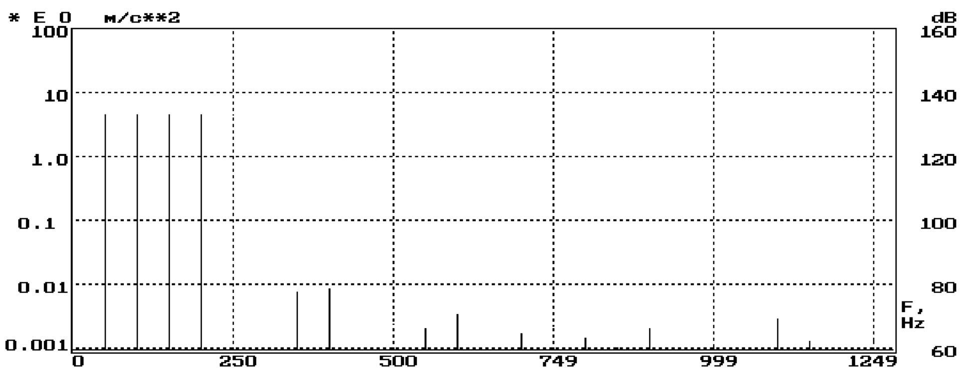


Рисунок 2.20 - Временная реализация и спектр вибросигнала
в единицах виброускорения

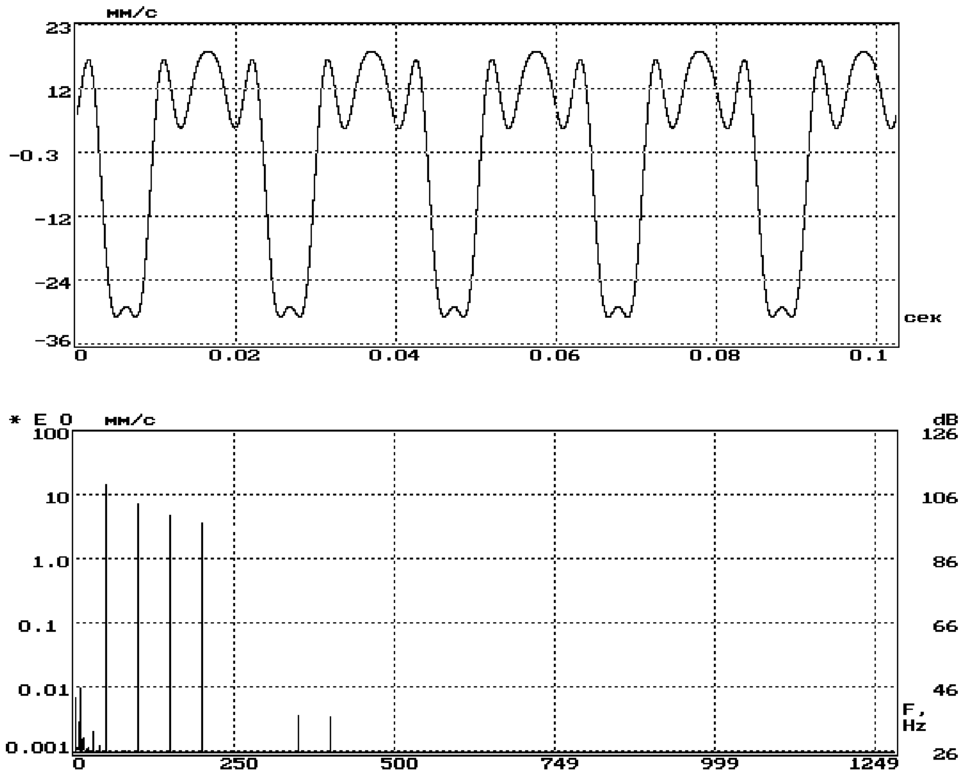


Рисунок 2.21 - Временная реализация и спектр вибросигнала
в единицах виброскорости

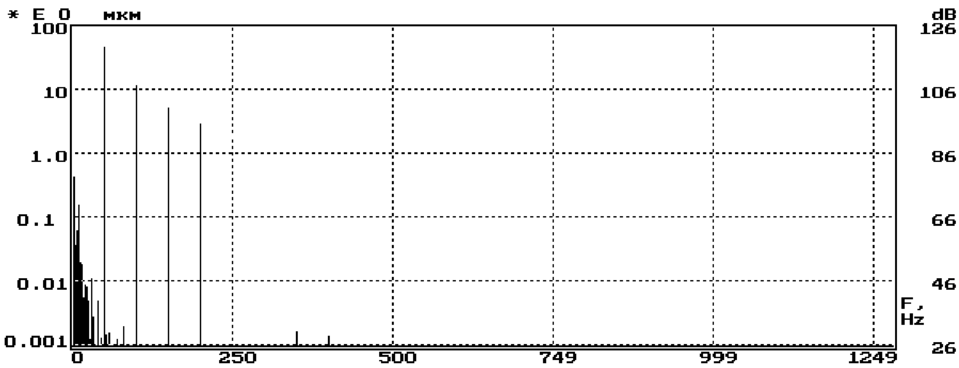


Рисунок 2.22 - Временная реализация и спектр вибросигнала
в единицах виброперемещения