

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра ПОИТ
Лабораторная работа №3
по дисциплине «Метода оптимизации»
на тему «Приложения линейного программирования»

Выполнил
Студент гр.051006
Шуляк А. В.

Проверил:
Петюкевич Н.С.

Минск 2022

Вариант 29

Задача 1:

игроки - П, природа (потребление сырья) и А, планирующий орган (составление запаса), заинтересованный в минимизации потерь

игра - игра с природой (статистическая)

стратегии:	А:	Сделать запас сырья, равный b_1
		Сделать запас сырья, равный b_2
		Сделать запас сырья, равный b_3
		Сделать запас сырья, равный b_4
	П:	Потребление сырья равно b_1
		Потребление сырья равно b_2
		Потребление сырья равно b_3
		Потребление сырья равно b_4

Стратегии		п1	п2	п3	п4
		8	9	10	11
A1	8	0	-1	-2	-3
A2	9	1	0	-1	-2
A3	10	2	1	0	-1
A4	11	3	2	1	0

Платёжная матрица		п1	п2	п3	п4
		8	9	10	11
A1	8	0	7	14	21
A2	9	3	0	7	14
A3	10	6	3	0	7
A4	11	9	6	3	0

max a_{ij}: 9 7 14 21

q1	q2	q3	q4
0.2	0.25	0.4	0.15

Матрица рисков		п1	п2	п3	п4	Max	min
		8	9	10	11		
A1	8	9	0	0	0	9	0
A2	9	6	7	7	7	7	6
A3	10	3	4	14	14	14	3
A4	11	0	1	11	21	21	0

3.а - вероятности потребления - q_i

критерий Байеса - ищется стратегия с $\min \sum(r_i \cdot q_i, (l, 1, m))$

суммы:
1.8
6.8
9.3
7.8

- минимальная, A1 - оптимальная стратегия

3.б - вероятности потребления равны

критерий Лапласа

суммы:
2.25
6.75
8.75
8.25

- минимальная, A1 - оптимальная стратегия

3.в - вероятности неизвестны															
критерий Гурвица:						критери й Вальда:					критерий Сэвиджа :				
Суммы:						$\max (\min r_{ij}) = 0$ - A4 и A1 - оптимальны					$\min (\max r_{ij}) = 7$ - A2 - оптимальна				
6.3															
4.2															
2.1						-максимальная, A3 - оптимальная стратегия									
2.7															

Решение в смешанных стратегиях:

Платёжная матрица		П1	П2	П3	П4
		8	9	10	11
A1	8	0	7	14	21
A2	9	3	0	7	14
A3	10	6	3	0	7
A4	11	9	6	3	0

$\max a_{ij}$: 9 7 14 21
 b: $\min_j(\max_i(a_{ij}))$ 7
 1 1 1 1

а:
 $\min a_{ij}$ 0
 $\max_i(\min_j(a_{ij}))$ 0

$a < b$

переменные:

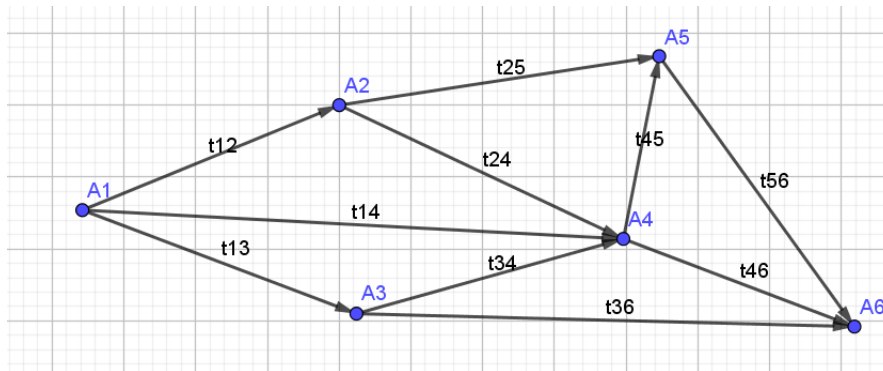
x_1 0.047619
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0.111111
 $z(x)$ 0.15873
 v 6.3
 p_1 0.3
 p_2 0
 p_3 0
 p_4 0.7
 q_1 0.1
 q_2 0.9
 q_3 0
 q_4 0

$x^*=(0.047619, 0, 0, 0.111111)$

$y^*=(0.015873, 0.142857, 0, 0)$ (из теневой цены)

{ $p^*=(0.3, 0, 0, 0.7)$, $q^*=(0.1, 0.9, 0, 0)$ }, что и является решением

Задача 2:



Критический путь: 1->2->4->5->6

ранний срок свершения события

	1	2	3	4	5	6
$tp(i)$	0	19	10	37	54	72

Критическое
время

$t_{кр} =$	$tp(6) =$	72
------------	-----------	----

поздний срок свершения события

	1	2	3	4	5	6
$tn(i)$	0	19	28	37	54	72

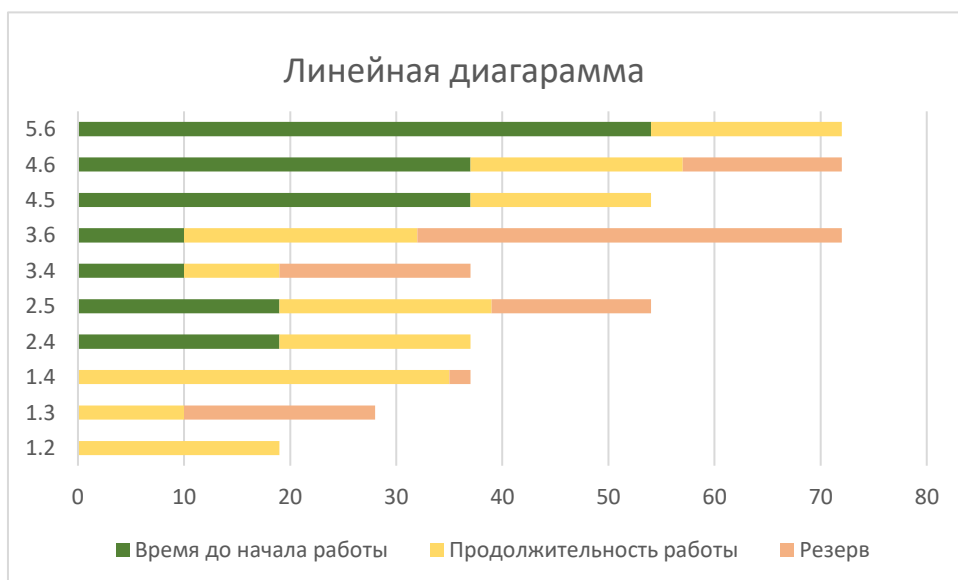
резерв времени события

	1	2	3	4	5	6
Rn(i)	0	0	-18	0	0	0

Ранний срок начала работы - ранний срок свершения начального события										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
trn(i,j)	0	0	0	19	19	10	10	37	37	54
Ранний срок окончания работы - сумма раннего срока свершения начала с её продолжительностью										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
tpo(i,j)	19	10	35	37	39	19	32	54	57	72
Поздний срок окончания работы - позднее свершение конечного события										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
tpo(i,j)	19	28	37	37	54	37	72	54	72	72
Поздний срок начала работы - разность позднего срока свер. Конечного с-ия и длительности										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
tpn(i,j)	0	18	2	19	34	28	50	37	52	54

Полный резерв времени работы - $Rn(I, j) = tn(j) - tp(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
Rn(i,j)	0	18	2	0	15	18	40	0	15	0
Независимый (свободный) резерв времени работы - $RH(I, j) = tp(j) - tn(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
RH(i,j)	0	0	2	0	15	0	22	0	15	0
Частный резерв времени работы первого вида $R'(i, j) = tn(j) - tn(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
R'(i,j)	0	18	2	0	15	0	22	0	15	0
Частный резерв времени работы второго вида $R''(I, j) = tp(j) - tp(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
R''(i,j)	0	0	2	0	15	18	40	0	15	0

Диаграмма Ганта:



Оптимизация:

Целевая функция имеет вид:

$$f = x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{34} + x_{35} + x_{45} + x_{14} + x_{34} + x_{35} + x_{45} \rightarrow \min$$

Ограничения задачи:

$$t_{36}^0 \leq 60,$$

$$t_{46}^0 \leq 60,$$

$$t_{56}^0 \leq 60 - \text{срок выполнения проекта не превышает заданной величины}$$

Продолжительность выполнения каждой работы не меньше минимально возможного времени:

$$t_{12}^0 - t_{12}^H \geq 16$$

$$t_{13}^0 - t_{13}^H \geq 5$$

$$t_{14}^0 - t_{14}^H \geq 25$$

$$t_{24}^0 - t_{24}^H \geq 13$$

$$t_{25}^0 - t_{25}^H \geq 15$$

$$t_{34}^0 - t_{34}^H \geq 6$$

$$t_{36}^0 - t_{36}^H \geq 17$$

$$t_{45}^0 - t_{45}^H \geq 13$$

$$t_{46}^0 - t_{46}^H \geq 16$$

$$t_{56}^0 - t_{56}^H \geq 14$$

время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы:

$$t_{12}^H = 0; \quad t_{13}^H = 0; \quad t_{14}^H = 0;$$

$$t_{24}^H \geq t_{12}^0; \quad t_{25}^H \geq t_{12}^0; \quad t_{34}^H \geq t_{13}^0; \quad t_{36}^H \geq t_{13}^0;$$

$$t_{45}^H \geq t_{14}^0; \quad t_{45}^H \geq t_{24}^0; \quad t_{45}^H \geq t_{34}^0;$$

$$t_{46}^H \geq t_{14}^0; \quad t_{46}^H \geq t_{24}^0;$$

$$t_{46}^H \geq t_{34}^0; \quad t_{56}^H \geq t_{25}^0; \quad t_{56}^H \geq t_{45}^0;$$

Условие неотрицательности переменных

$$t_{ij}^H \geq 0, \quad t_{ij}^0 \geq 0, \quad x_{ij} \geq 0, \quad (i,j) \in \vec{E}$$

Решение:

x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{24}	x_{25}	x_{34}	x_{36}	x_{45}	x_{46}	x_{56}
12	0	60	25	0	0	0	0	0	40

Сколько средств и в какую работу вкладывается

t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{24}	t_{25}	t_{34}	t_{36}	t_{45}	t_{46}	t_{56}
16	10	29	29	36	19	32	46	49	60
t_{n12}	t_{n13}	t_{n14}	t_{n24}	t_{n25}	t_{n34}	t_{n36}	t_{n45}	t_{n46}	t_{n56}
0	0	0	16	16	10	10	29	29	46

$$f(x^*) = 137$$

Новые значения t_{ij}

1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
16	10	29	13	20	9	22	17	20	14

Анализ полученных результатов:

Критический путь: 1->2->4->5->6

ранний срок свершения события

	1	2	3	4	5	6
tp(i)	0	16	10	29	46	60

Критическое время

tkp =	tp(6) =	60
-------	---------	----

поздний срок свершения события

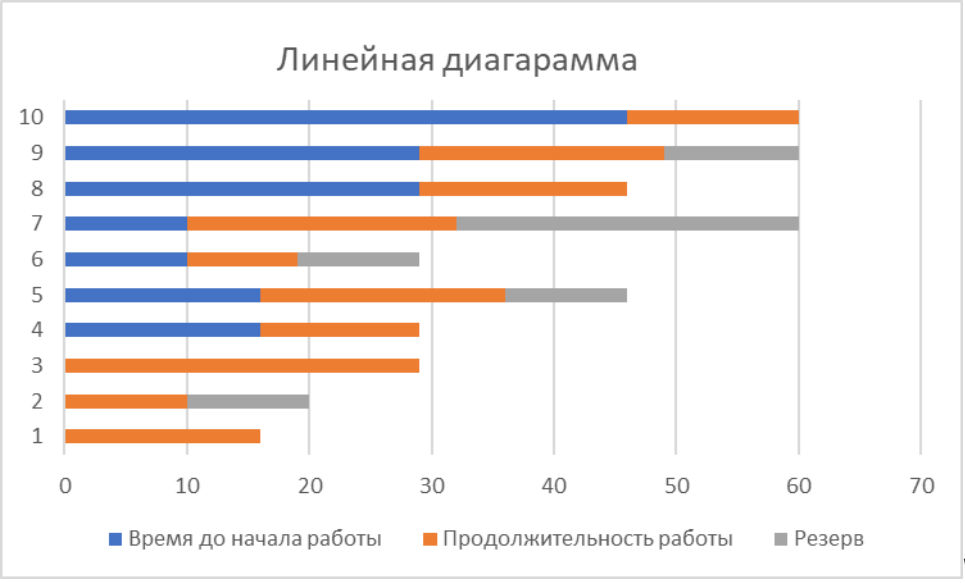
	1	2	3	4	5	6
tn(i)	0	16	20	29	46	60

резерв времени события

	1	2	3	4	5	6
Rn(i)	0	0	-10	0	0	0

Ранний срок начала работы - ранний срок свершения начального события										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$trn(i,j)$	0	0	0	16	16	10	10	29	29	46
Ранний срок окончания работы - сумма раннего срока свершения начала с её продолжительностью										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$tro(i,j)$	16	10	29	29	36	19	32	46	49	60
Поздний срок окончания работы - позднее свершение конечного события										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$tno(i,j)$	16	20	29	29	46	29	60	46	60	60
Поздний срок начала работы - разность позднего срока свер. Конечного с-ия и длительности										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$tnn(i,j)$	0	10	0	16	26	20	38	29	40	46

Полный резерв времени работы - $Rn(I, j) = tn(j) - tp(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$Rn(i,j)$	0	10	0	0	10	10	28	0	11	0
Независимый (свободный) резерв времени работы - $RH(I, j) = tp(j) - tn(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$Rn(i,j)$	0	0	0	0	10	0	18	0	11	0
Частный резерв времени работы первого вида $R'(i, j) = tn(j) - tn(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$R'(i,j)$	0	10	0	0	10	0	18	0	11	0
Частный резерв времени работы второго вида $R''(I, j) = tp(j) - tp(i) - tij$										
	1.2	1.3	1.4	2.4	2.5	3.4	3.6	4.5	4.6	5.6
$R''(i,j)$	0	0	0	0	10	10	28	0	11	0



выводы:	для выполнения проекта за директивное время необходимо дополнительно вложить 137 д.е.:										
	вложения	12	0	60	25	0	0	0	0	0	40
	изменения	0	5	4	0	5	3	5	4	4	0