УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра ПОИТ
Лабораторная работа №4
по дисциплине «Метода оптимизации»
на тему «Нелинейная оптимизация»

Выполнил
Студент гр.051006
Шуляк А. В.

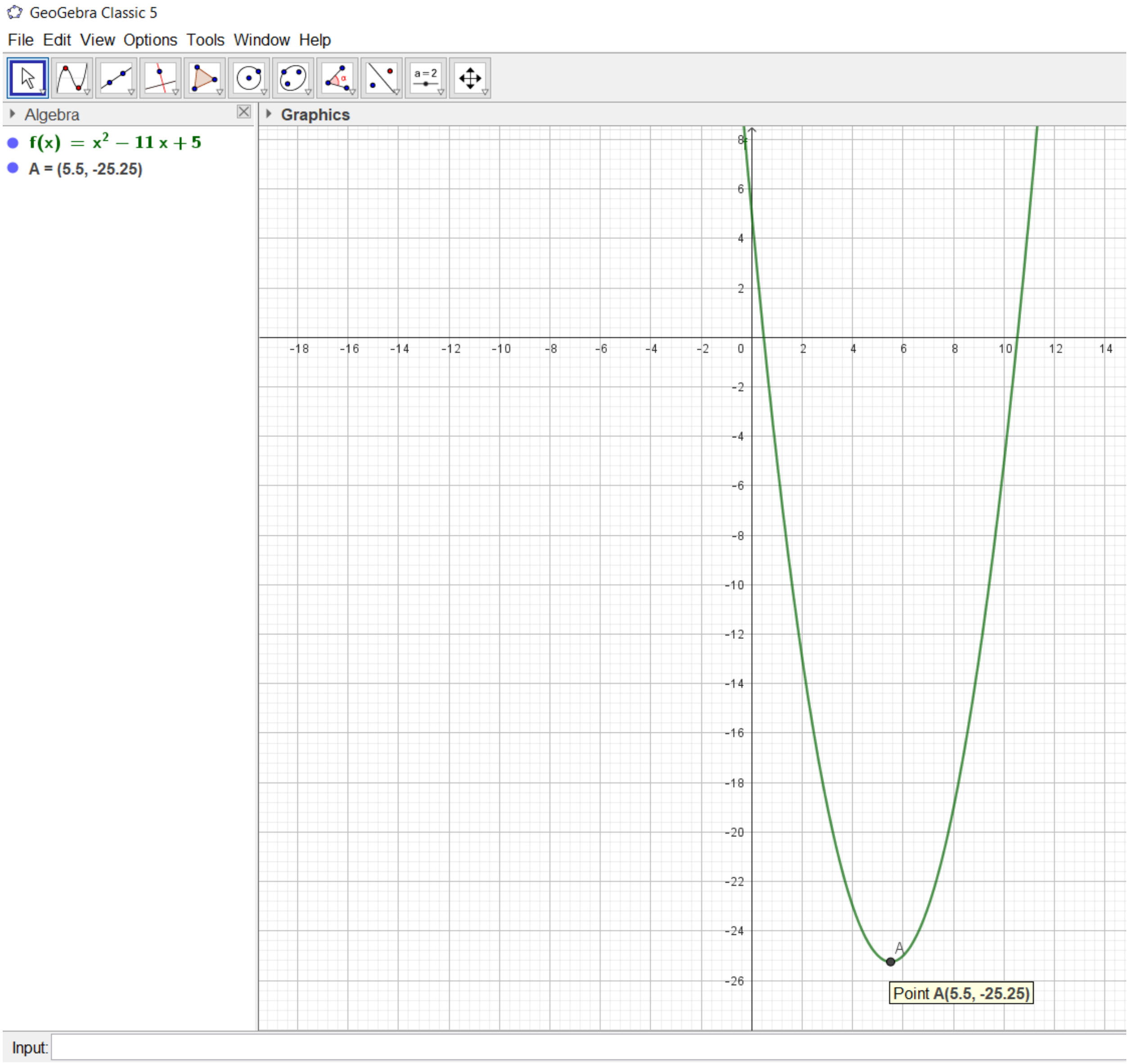
Проверил:
Петюкевич Н.С.

Минск 2022

Вариант 29

Задача 1:

Функция: $f(x) = x^2 - 11x + 5$, $x \in [0, 8]$, e=0.1, а) N=16, б) N=17



Min f(x) = (5.5, -25.25)

1. Пассивный поиск

   а) N – чётное, потому наилучшее разбиение точек x_i – на равноотстоящие е-пары

   $x_{2j-1} = \frac{8}{9}j - 0.05,\ x_{2j} = \frac{8}{9}j + 0.05,\ j \in [1, \frac{N}{2}]$

   $$L_d = \frac{8}{9} + 0.05$$

   Получим, что $\mathrm{x}^* = \min(x) = 5.383333333, f(x^*) = -25.23638889$

   б) N – нечётное, разбиение – равномерное,

$x_i = \frac{8}{18} i, i \in [1, N], L_N = 2 * \frac{8}{18} = \frac{8}{9}$

Получим, что $x^* = \min(x) = 5.333333333, f(x^*) = -25.22222222$

2. *Метод дихотомии,* $N = 16, e = 0.1$

1. Задаются N (либо δ) и ε, полагается j=1.
2. На j-й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = \frac{1}{2}(a^{(j-1)} + b^{(j-1)}) - \frac{\varepsilon}{2}, \quad x_2^{(j)} = \frac{1}{2}(a^{(j-1)} + b^{(j-1)}) + \frac{\varepsilon}{2},$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если $f_1^{(j)} \le f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = a^{(j-1)}$, $b^{(j)} = x_2^{(j)}$.

Если $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = x_1^{(j)}$, $b^{(j)} = b^{(j-1)}$.

3. Проверяется условие окончания вычислений:

$$\text{а) } j=N/2 \text{ либо б) } \frac{L_{2j}}{L_0} \le \delta.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума x* и величины минимума f* = f (x*), и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается j = j +1 и осуществляется переход к п.2.

Получим, что x = min(x)= 5.49296875, f(x*) = -25.24995056, промежуток при этом равен [5.43125, 5.562109375]*

3. *Метод Фибоначчи*

N=16, e=0.2

1. Задается N, определяются числа Фибоначчи F_k, $k = \overline{0, N+1}$, выбирается ε из условия

$$\varepsilon < \frac{b-a}{F_{N+1}}.$$

Полагается j=1.

2. На j-й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = a^{(j-1)} + \frac{F_{N-j-1}}{F_{N-j+1}}(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}) - \frac{(-1)^{N-j+1}}{F_{N-j+1}}\varepsilon,$$

$$x_2^{(j)} = a^{(j-1)} + \frac{F_{N-j}}{F_{N-j+1}}(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}) + \frac{(-1)^{N-j+1}}{F_{N-j+1}}\varepsilon,$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}),\ f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если $f_1^{(j)} \le f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = a^{(j-1)}$, $b^{(j)} = x_2^{(j)}$, $x_2^{(j+1)} = x_1^{(j)}$.

Если $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = x_1^{(j)}$, $b^{(j)} = b^{(j-1)}$, $x_1^{(j+1)} = x_2^{(j)}$.

3. Проверяется условие окончания вычислений

j = N -1.

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума x* и величины минимума f* = f (x*) и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается j=j+1 и осуществляется переход к п.2.

Необходимые числа Фибоначчи:

1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584

Таким образом получим, точка минимума локализована на отрезке [5.495354415, 5.501509706], x = 5.498509706, f(x*)= -25.24999778*

4. *Метод золотого сечения*
   N=16

1. Задается N (либо δ), полагается j=1.
2. На j-й итерации вычисляются

$$x_1^{(j)} = a^{(j-1)} + \Phi_1(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}),$$

$$x_2^{(j)} = a^{(j-1)} + \Phi_2(b^{(j-1)} - a^{(j-1)}),$$

$$f_1^{(j)} = f(x_1^{(j)}), \quad f_2^{(j)} = f(x_2^{(j)}).$$

Если $f_1^{(j)} \le f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = a^{(j-1)}$, $b^{(j)} = x_2^{(j)}$, $x_2^{(j+1)} = x_1^{(j)}$.

Если $f_1^{(j)} > f_2^{(j)}$, то $a^{(j)} = x_1^{(j)}$, $b^{(j)} = b^{(j-1)}$, $x_1^{(j+1)} = x_2^{(j)}$.

3. Проверяется условие окончания вычислений:

$$\text{а) } j = N - 1 \text{ либо б) } \frac{L_{j+1}}{L_0} \le \delta.$$

Если оно выполняется, то определяются итоговый отрезок локализации, оценки точки минимума x* и величины минимума f* и вычисления завершаются.

Если условие не выполняется, то полагается j=j+1 и осуществляется переход к п.2.

Таким образом получим, что минимум локализован на отрезке [5.49534157, 5.501206669], x = 5.498966401, f(x*) = -25.24999893*

Задача 2

Решение задачи на компьютере:

	Необходимая складская площадь	Издержки работы
Без ограничений	3115.361	3129.622
С ограничениями	1500	3380.841

Оптимальный выбор товаров без ограничений:

24.4949	100	80	54.77226	6.324555

С ограничениями:

23.2134 9	79.8805 1	67.4886	18.7179	4.06727 1

Решение вручную – методом наискорейшего спуска

Рассматривается следующая многомерная <u>задача локальной безусловной оптимизации</u>: найти минимум <u>критерия оптимальности</u> $\Phi(\mathbf{X})$, определенного в n-мерном евклидовом пространстве R^n,

$$\min_{\mathbf{X}\in R^n} \Phi(\mathbf{X}) = \Phi(\mathbf{X}^*) = \Phi^*. \qquad (1)$$

Положим, что функция $\Phi(\mathbf{X})$ всюду дифференцируема в n-мерном евклидовом пространстве R^n.

Направление спуска в градиентных методах оптимизации совпадает с направлением антиградиента минимизируемой функции $\Phi(\mathbf{X})$.

Итерационная формула градиентных методов оптимизации имеет вид

$$\mathbf{X}^{r+1} = \mathbf{X}^r + \lambda^r \mathbf{S}^r. \qquad (2)$$

Получим, что:

L = 3129.63, F* = 3113.16*

Оптимальный выбор товаров:

24.49	100	80	54.72	6.32