

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра ПОИТ
Лабораторная работа №2
по дисциплине «Метода оптимизации»
на тему «Линейная оптимизация»

Выполнил
Студент гр.051006
Шуляк А. В.

Проверил:
Петюкевич Н.С.

Минск 2022

Вариант 29

Задача 1.

Модель задачи:

Ищется $Z^* = \max Z(x) = Z(x^*)$

вид ресурса	расход ресурса на ед. продукта		запас ресурса	
Удобрения	2	5	600	r1
Трудовые	7	20	2500	r2
Площадь	1	1	210	r3
прибыль	45	20		

$$\begin{aligned}
 Z &= 45x_1 + 20x_2 & 2x_1 + 5x_2 &\leq 600 & Z &= 45x_1 + 20x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\
 & & 7x_1 + 20x_2 &\leq 2500 & 7x_1 + 20x_2 + x_3 &= 2500 \\
 & & x_1 + x_2 &\leq 210 & x_1 + x_2 + x_4 &= 210 \\
 & & x_1, x_2 &\geq 0 & 2x_1 + 5x_2 + x_5 &= 600 \\
 & & & & x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Решение: (вручную)

				45	20	0	0	0					
номер итерации	БП	c_b	b	x1	x2	x3	x4	x5	симплексные отношения				
0	x3	0	2500	7	20	1	0	0	357.1428571				
	x4	0	210	1	1	0	1	0	210	`- разрешающая			
	x5	0	600	2	5	0	0	1	300				
	оценки		d0	d1	d2	d3	d4	d5					
			0	-45	-20	0	0	0					
1	x3	0	1030	0	13	1	-7	0					
	x1	45	210	1	1	0	1	0					
	x5	0	180	0	3	0	-2	1					
	оценки		d0	d1	d2	d3	d4	d5					
			9450	0	25	0	45	0		оценки положительны - план найден			
соотв. Переменные дв. Задачи				y4	y5	y1	y2	y3					

$$x^* = (210, 0, 1030, 0, 180), \max Z(x) = Z(x^*) = 9450$$

АНАЛИЗ:

в оптимальный план вошла продукция первого товара (зерновых), невыгодность производство второго ресурса (овощей): -25 д.е. за единицу полученного товара
затраченная площадь - дефицитный ресурс, т.к. данный ресурс использован весь; удобрения и человекодни - избыточные ресурсы

$y^*=(0, 45, 0, 0, 25)$ - оптимальное решение двойственной задачи

исходя из него, земельные ресурсы - самые дефицитные (оценка 45), остальные же - избыточные по отчёту о чувствительности, x_1 нельзя увеличить, можно уменьшить на 25, x_2 - нельзя уменьшить, можно увеличить на 25

при уменьшении r_1 изменится значение целевой функции; при уменьшении на 1 r_2 или r_3 - ничего не изменится; при увеличении r_1 или r_2 на 1 значение целевой функции не изменится; при изменении r_3 - изменится и значение целевой функции

Решение (графическое):

переменные	x	y
цена	45	20

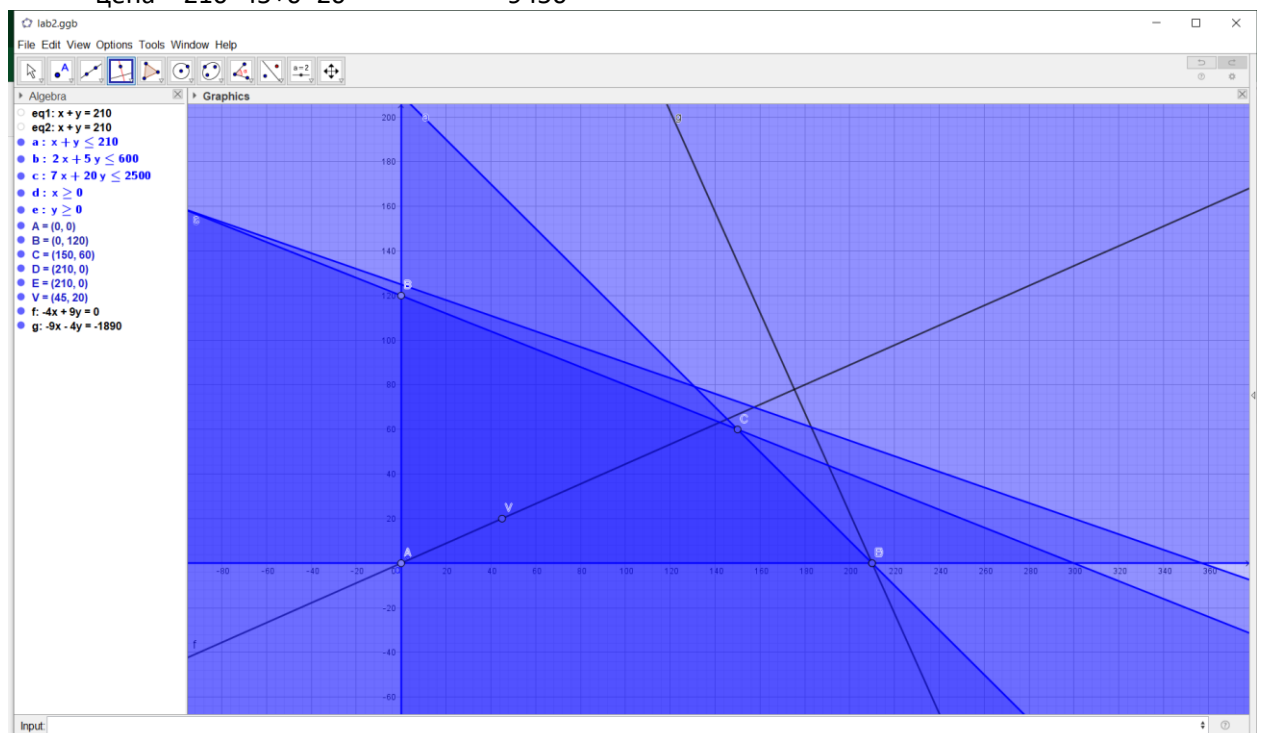
Ограничения

вид

удобрения	2	5	<=	600
трудовые	7	20	<=	2500
площадь	1	1	<=	210

Искомый экстремум достигается в точке E(210, 0)

$$\text{цена} = 210 \cdot 45 + 0 \cdot 20 = 9450$$



Решение (автоматически – поиском решения):

переменные	x1	x2			
значения	210	0			
коэф. Цел. Ф.	45	20	9450	- целевая функция	
	Ограничения				
вид			лев. Ч.	знак	пр.ч.
удобрения	2	5	420	<=	600
трудовые	7	20	1470	<=	2500
площадь	1	1	210	<=	210

Двойственная задача:

$$f(y) = 600y_1 + 2500y_2 + 210y_3, \quad \text{ищется } f^*(y) = \min f(y)$$

Ограничения:

$$\begin{aligned} 2y_1 + 7y_2 + y_3 &\geq 45 \\ 5y_1 + 20y_2 + y_3 &\geq 20 \end{aligned}$$

	пряма я задача						обратная задача									
Z	45	20		max			f	600	2500	210		mi n				
y _i	2	5	<=	600				2	7	1	>=	45				
	7	20		2500		=>		5	20	1		20				
	1	1		210												
												решение с помощью поиска решения				
							имя	y1	y2	y3						
							значени я	0	0	45						
							коэф.	600	2500	210	9450	-- значение целевой функции				
								ограничени я				лев. Ч.				
								2	7	1	45	45				
								5	20	1	45	20				

результаты решения двойственной задачи совпадают с полученным ранее решением - земельный ресурс самый дефицитный (y3=45), остальные избыточны

Задача 2.

	B1	B2	B3	B4	Sum(b_j)
a_i / b_j	80	160	240	160	640
A1	80	2	5	2	3
A2	160	3	4	4	5
A3	80	4	3	6	7
A4	160	5	2	5	4
Sum(a_i)	480				

Решение (компьютерное, поиск решения):

		B1	B2	B3	B4	тарифы
	a _i / b _j	80	160	240	160	
A1	80	2	5	2	3	80
A2	160	3	4	4	5	160
A3	80	4	3	6	7	80
A4	160	5	2	5	4	160
A5	160	0	0	0	0	160
		80	160	240	160	

		B1	B2	B3	B4	перевозки
	a _i / b _j	80	160	240	160	
A1	80	0	0	80	0	80
A2	160	79	0	81	0	160
A3	80	1	79	0	0	80
A4	160	0	81	0	79	160
A5	160	0	0	79	81	160
		80	160	240	160	

1440 Целевая функция

Решение (вручную):

Оптимальная итоговая цена – минимум цены перевозок (сумма произведений перевозимых товаров в каждой ячейке с тарифом этой ячейки) – целевая функция $Z(x)$

$$Z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

Ограничения: $\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = [1, m], \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = [1, n]:$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 80$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 160$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 80$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 160$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} = 160$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 80$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 160$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 240$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 160$$

Безусловная задача						
		B1	B2	B3	B4	
	a _i / b _j	80	160	240	160	
A1		80	2	5	2	3
A2		160	3	4	4	5
A3		80	4	3	6	7
A4		160	5	2	5	4
A5		160	0	0	0	0
A5 - фиктивный поставщик						
начальный план - методом аппроксимации Фогеля						
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2	3	
	80				80	
A2		3	4	4	5	
	160		80		80	
A3		4	3	6	7	
	80				80	
A4		5	2	5	4	
	160			160		
A5		0	0	0	0	
	160					160
		0	0	0	0	0
оранжевый цвет - тариф ячейки серый - сумма потенциалов						
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2 (+)	3 (-)	
	80	1	0	2	80	0
A2		3	4	4	5	
	160	3	80	4	80	2
A3		4	3 !!!!!	6 (-)	7	
	80	5	4 (+)	6	80	4
A4		5	2	5	4	
	160	3	2	4	2	
A5		0 !!!!!	0 (-)	0 !!!!!	0 (+)	
	160	1	0	2	0	160
		1	0	2	0	
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2	3	
	80	1	-1	2	80	-1
A2		3 (-)	4	4 (+)	5	
	160	3	80	4	80	1
A3		4 !!!!!	3 (+)	6 (-)	7	
	80	5	3	6	80	3
A4		5	2	5	4	
	160	3	1	4	1	
A5		0 !!!!!	0 (-)	0 !!!!!	0	
	160	2 (+)	0	3	0	160
		1	-1	2	-1	
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2	3	
	80	1	-1	2	80	1
A2		3 (+)	4	4 (-)	5	
	160	3	80	4	80	3
A3		4 !!!!!	3	6	7	
	80	5	3	6	80	5
A4		5	2	5	4	
	160	4	2	5	4	
A5		0 (-)	0	0 !!!!!	0	
	160	0	-2	1 (+)	0	160
		1	-1	2	1	
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2	3	
	80	1	-1	2	80	2
A2		3 (-)	4	4 (+)	5	
	160	3	80	4	80	4
A3		4 !!!!!	3	6 (-)	7	
	80	5 (+)	3	6	80	6
A4		5	2	5	4 !!!!!	
	160	4	2	5	5	
A5		0	0	0	0	
	160	-1	-3	0	0	160
		1	-1	2	2	
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2	3	
	80	1	-1	2	80	2
A2		3	4	4	5	
	160	3	0	4	160	4
A3		4	3 (+)	6 (-)	7	
	80	5	80	6	0	6
A4		5	2 (-)	5	4 !!!!!	
	160	4	2	5	5 (+)	
A5		0	0	0 (+)	0 (-)	
	160	-1	-3	0	0	160
		1	-1	2	2	
		B1	B2	B3	B4	
			80		160	
A1		2	5	2	3	
	80	1	0	2	80	2
A2		3	4	4	5	
	160	3	0	4	160	4
A3		4	3	6	7	
	80	4	80	5		5
A4		5	2	5	4	
	160	3	2	4	4	0
A5		0	0	0	0	
	160	-1	-2	0	0	160
		1	0	2	2	
цена 1440 - совпадает с компьютерным						

Столбцы: d:	
1	2
2	2
3	2
4	3

Строки: d:	
1	0
2	1
3	1
4	2
5	0

[illegible]