

8.1 Метод иерархического группирования образов

Методы распознавания образов, где классы известны заранее и разделяющие функции вырабатывались в процессе обучения, сильно влияют на выбор признаков и критериев разделения, от которых зависит получаемый результат.

Для того чтобы уменьшить влияние первоначальных сведений, их обогащают дополнительной информацией. Например, уточняют пространственные или временные отношения (общепринятое пространственное отношение: глаза на лице находятся выше носа); находят существующие отношения между исследуемыми объектами (в частности, с помощью графов). Такие действия называются символическим описанием, которое получается в результате процедуры группирования, выполняющей роль и процедуры классификации.

Искомое символическое представление может иметь вид иерархической структуры, дерева минимальной длины или символического описания классов. Иерархия строится на основе понятия расстояния. Метод состоит в том, чтобы разработать последовательность разделений рассматриваемого множества на подгруппы, одна из которых обладает некоторым свойством, неприсущим другим. Искомая иерархия основывается на предъявляемых выборках. Поскольку их число весьма велико, иногда на одном и том же множестве исходных данных могут быть получены различные иерархии.

Рассмотрим правила построения иерархических группировок. Пусть X – множество, состоящее из m элементов $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, а $P(X)$ – множество всех его частей (группировок): $P(X) = \{0, X_1, \{X_1, X_2\}, \{X_1, X_3\}, \dots, X_m\}$. Иерархией H называется подмножество, удовлетворяющее следующим условиям:

1. $X \in H$;
2. $\forall x_i \in X, x_i \in H$;
3. $\forall h, h' \in H$, если $h \cap h' \neq 0$, то либо $h \subset h'$, либо $h' \subset h$.

На практике чаще всего используется иерархия, обозначаемая вещественной функцией, откладываемой вдоль оси ординат. Эта функция называется расстоянием в широком смысле слова, поскольку она не связана с евклидовым расстоянием между двумя точками. Выбор расстояния обуславливает построение иерархии.

Существует ряд алгоритмов для построения иерархических группировок и иерархий на их основе. Рассмотрим пример построения иерархии по критерию минимума. В этом случае иерархические группы A и B объединяются, если $d(A, B) = \min\{d(A, p), d(B, q)\}$.

Даны четыре объекта (x_1, x_2, x_3, x_4) , расстояния между ними приведены в Таблице 1.

Таблица 1

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 0 | 5 | 0.5 | 2 |
| x_2 | 5 | 0 | 1 | 0.6 |
| x_3 | 0.5 | 1 | 0 | 2.5 |
| x_4 | 2 | 0.6 | 2.5 | 0 |

$d(x_1, x_3) = 0.5$ – минимальное расстояние, содержащиеся в таблице, следовательно, оно становится первым иерархическим объединением и обозначается $d(x_1, x_3) = \{a\}$, после чего элементы x_1 и x_3 в явном виде больше не участвуют в дальнейшем построении иерархии. Вместо них используется группировка a . Расстояния от нее до остальных элементов определяются следующим образом.

$$d\{a, x_2\} = \min\{d(x_1, x_2), d(x_3, x_2)\} = 1;$$

$$d\{a, x_4\} = \min\{d(x_1, x_4), d(x_3, x_4)\} = 2.$$

Продолжая процесс сокращения, выделяем новую группировку $(x_2, x_4) = b$, в результате остаются две группы a и b , объединяемые окончательно в $c = \{a, b\} = 1$. На рисунке 1 показано дерево, соответствующее исходным данным.

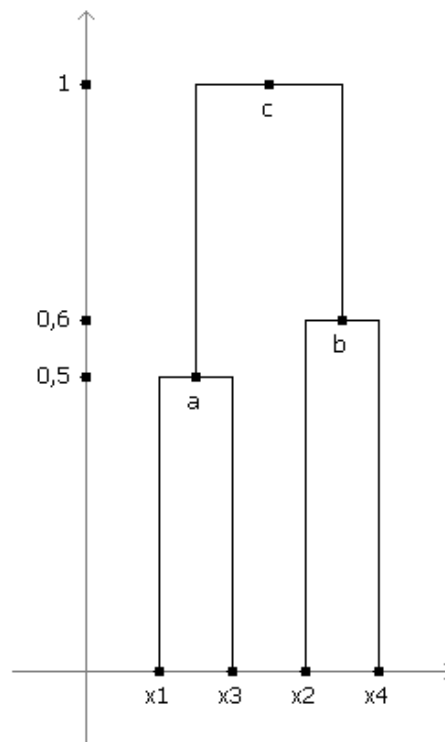


Рисунок 1 – Результирующее иерархическое дерево, построенное по критерию минимума

Для тех же исходных данных на рисунке 2 приведена иерархия, построенная по критерию максимума. В этом случае иерархические группы A и B объединяются, если $d(A, B) = \max\{d(A, p), d(B, q)\}$.

Рассмотрим один из возможных вариантов построения такой иерархии. Заменяем числа в таблице расстояний их обратными значениями, т.е. числами вида $1/5$, $1/0.5$, $1/2$ и т.д. После чего можно опять построить иерархию по критерию минимума, однако в этом случае самому маленькому числу будет соответствовать максимальное число из исходных данных и т.д. по убыванию всех значений.

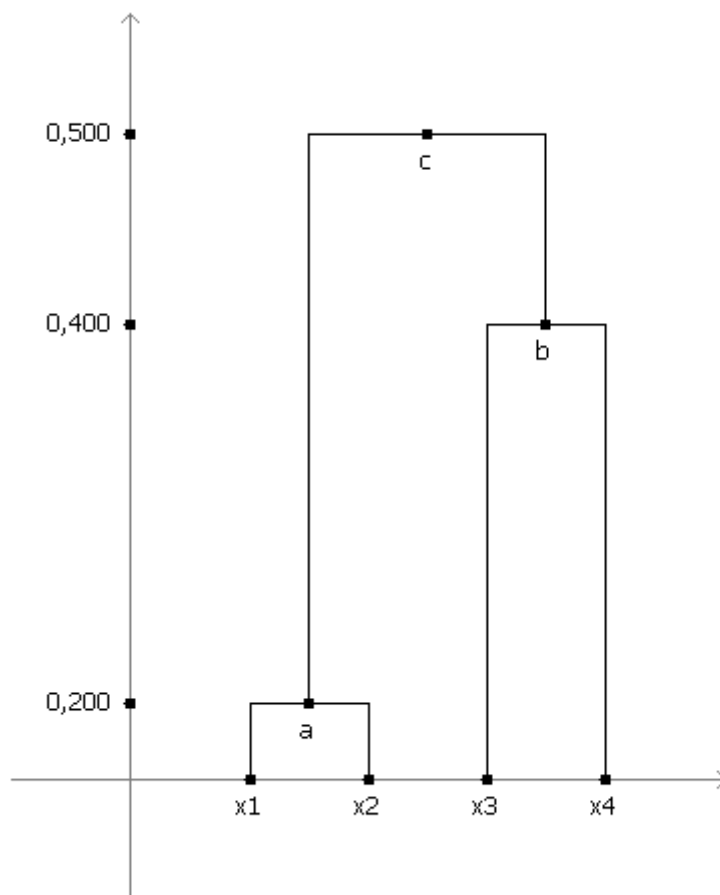


Рисунок 2 – Результирующее иерархическое дерево, построенное по критерию максимума

Существует один важный вопрос, относящийся к методу иерархического группирования образов: какой тип обучения используется в данном методе. Обязательными условиями контролируемого обучения является наличие информации о признаках объектов и количество классов, на которые необходимо разделить все объекты. Если формально посмотреть на исходные данные для реализации метода иерархического группирования, то в них отсутствуют как признаки объектов, так и количество заданных классов. Однако анализ таблицы исходных данных, в которых содержатся расстояния между каждой парой заданных объектов, позволяет сделать вывод, что расстояния были определены на основе координат каждого объекта. Поэтому

можно считать, что неявно заданы признаки каждого объекта, которые являются координатами соответствующего ему вектора.

Построение нескольких иерархий на основе таблиц с расстояниями между объектами позволяет сделать вывод о количестве классов объектов. Каждый раз число построенных группировок оказывалось на единицу меньше, чем размер таблицы с расстояниями. Поэтому можно считать, что и количество классов также известно с момента постановки задачи.

Два изложенных вывода позволяют отнести метод иерархического группирования к методам, использующим контролируемое обучение для решения задачи распознавания образов.