

### 1. Пример работы алгоритма быстрого возведения в степень по модулю

$$12^{19} \bmod 37 = ?$$

$$x = 1$$

$$12 \bmod 37 = 12$$

$$x = x * 12 \bmod 37 = 12$$

$$12^2 \bmod 37 = 144 \bmod 37 = 33$$

$$x = x * 33 \bmod 37 = 26$$

$$12^4 \bmod 37 = (12^2 \bmod 37)^2 \bmod 37 = 33^2 \bmod 37 = 16$$

$$12^8 \bmod 37 = (12^4 \bmod 37)^2 \bmod 37 = 16^2 \bmod 37 = 34$$

$$12^{16} \bmod 37 = (12^8 \bmod 37)^2 \bmod 37 = 34^2 \bmod 37 = 9$$

$$x = x * 9 \bmod 37 = 12$$

$$12^{19} \bmod 37 = x = 12$$

### 2. Пример поиска случайного первообразного корня

Пусть простое число  $p = 19$

$$\text{Простые делители } (p-1) = 18 = 2 * 3 * 3$$

$2^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	подходит	$11^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит
$2^{(18/3)} \bmod 19 = 7$		$11^{(18/3)} \bmod 19$	
$3^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	подходит	$12^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	Не подходит
$3^{(18/3)} \bmod 19 = 7$		$12^{(18/3)} \bmod 19 = 1$	
$4^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит	$13^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	подходит
$4^{(18/3)} \bmod 19$		$13^{(18/3)} \bmod 19 = 11$	
$5^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит	$14^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	подходит
$5^{(18/3)} \bmod 19$		$14^{(18/3)} \bmod 19 = 7$	
$6^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит	$15^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	подходит
$6^{(18/3)} \bmod 19$		$15^{(18/3)} \bmod 19 = 11$	
$7^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит	$16^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит
$7^{(18/3)} \bmod 19$		$16^{(18/3)} \bmod 19$	
$8^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	Не подходит	$17^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит
$8^{(18/3)} \bmod 19 = 1$		$17^{(18/3)} \bmod 19$	
$9^{(18/2)} \bmod 19 = 1$	Не подходит	$18^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	Не подходит
$9^{(18/3)} \bmod 19$		$18^{(18/3)} \bmod 19 = 1$	
$10^{(18/2)} \bmod 19 = 18$	подходит		
$10^{(18/3)} \bmod 19 = 11$			

Первообразные: 2, 3, 10, 13, 14, 15.

### 3. Пример работы расширенного алгоритма Евклида

$$x_1 * a + y_1 * b = (a, b), \quad a = 513, \quad b = 987$$

итерация	q	d <sub>0</sub>	d <sub>1</sub>	x <sub>0</sub>	x <sub>1</sub>	y <sub>0</sub>	y <sub>1</sub>
0	-	513	987	1	0	0	1
1	0	987	513	0	1	1	0
2	1	513	474	1	-1	0	1
3	1	474	39	-1	2	1	-1
4	12	39	6	2	-25	-1	13
5	6	6	3	-25	152	13	-79
6	2	3	0	152	-329	-79	171

$$X_1 = 152 \quad y_1 = -79$$

$$513 * 152 + 987 * (-79) = 3$$