УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Лекция 3
Жадные алгоритмы

Жадный алгоритм (англ. *Greedy algorithm*) — алгоритм, заключающийся в принятии наилучшего на каждом этапе решения, допуская, что конечное решение также окажется оптимальным.

«Сдача»

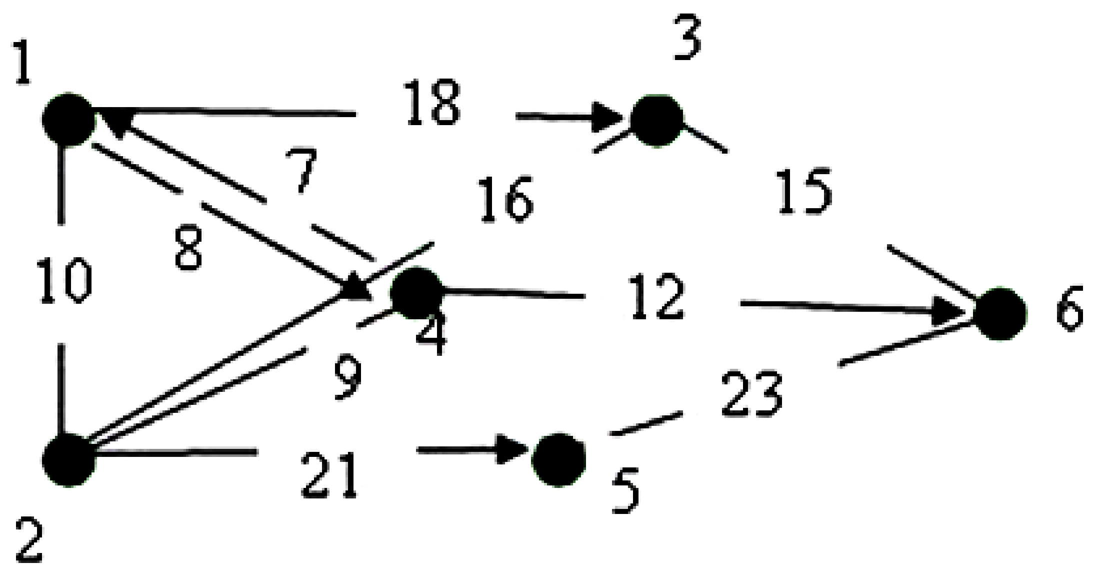
У нас есть монеты 50, 10, 5, 1 копейка. Надо вернуть сдачу 77 копеек.
Мы берем одну монету 50 копеек, две монеты 10 копеек, одну монету 5 копеек и две монеты 1 копейку.

Нам удалось быстро определить перечень нужных монет и составить <u>самый короткий список</u> из монет, чтобы набрать требуемую сумму.

Алгоритм Дейкстры — алгоритм на графах, изобретённый нидерландским ученым Э. Дейкстрой в 1959 году. Находит кратчайшее расстояние от одной из вершин графа до всех остальных.

Алгоритм Дейкстры также является одним из примеров реализации жадного алгоритма.

Необходимо найти все кратчайшие пути от вершины №1 для графа, представленного на рисунке:



Матрица кратчайших дуг:

$$\begin{bmatrix} - & 10 & 18 & 8 & - & - \\ 10 & - & 16 & 9 & 21 & - \\ - & 16 & - & - & 15 & - \\ 7 & 9 & - & - & - & 12 \\ - & - & - & - & - & 23 \\ - & - & 15 & - & 23 & - \end{bmatrix}$$

Строка/Столбец – вершины, значения матрицы – вес ребра.

Задаем стартовые условия:

d(1)=0, d(x)=-

Окрашиваем вершину 1, y=1.

Находим ближайшую вершину к окрашенной нами, используя формулу:

$$d(x)=\min\{d(x);\ d(y)+a_{y,x}\}$$

d(2)=min{d(2);d(1)+a(1,2)}=min{-;0+10}=10
d(3)=min{d(3);d(1)+a(1,3)}=min{-;0+18}=18
d(4)=min{d(4);d(1)+a(1,4)}=min{-;0+8}=8
d(5)=min{d(5);d(1)+a(1,5)}=min{-;0+-}=-
d(6)=min{d(6) ; d(1)+a(1,6)}=min{-; 0+∞}=-

Минимальную длину имеет путь от вершины 1 до вершины 4 d(4)=8. Включаем вершину №4 в текущее ориентированное дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (1,4)

d(2)=min{d(2);d(4)+a(4,2)}=min{10;8+9}=10
d(3)=min{d(3);d(4)+a(4,3)}=min{18;8+-}=18
d(5)=min{d(5);d(4)+a(4,5)}=min{-;8+∞}=-
d(6)=min{d(6) ; d(4)+a(4,6)}=min{-; 8+12}=20

Минимальную длину имеет путь от вершины 1 до вершины 2 d(2)=10. Включаем вершину №2 в текущее ориентированное дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (1,2)

d(3)=min{d(3);d(2)+a(2,3)}=min{18;10+16}=18
d(5)=min{d(5);d(2)+a(2,5)}=min{-;10+21}=31
d(6)=min{d(6) ; d(2)+a(2,6)}=min{20; 10+-}=20

Минимальную длину имеет путь от вершины 1 до вершины 3 d(3)=18. Включаем вершину №3 в текущее ориентированное дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (1,3)

d(5)=min{d(5);d(3)+a(3,5)}=min{31;18+15}=31
d(6)=min{d(6) ; d(3)+a(3,6)}=min{20; 18+-}=20

Минимальную длину имеет путь от вершины 1 до вершины 6 d(6)=20. Включаем вершину №6 в текущее ориентированное дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (4,6)

d(5)=min{d(5) ; d(6)+a(6,5)}=min{31; 20+23}=31

Минимальную длину имеет путь от вершины 1 до вершины 5 d(5)=31. Включаем вершину №5 в текущее ориентированное дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (2,5)