

Бесман Александр Александрович 3к 1гр.

Лабораторные работы принимает: Берников

Задание 1

А)

Бесман Александр Александрович

Посчитаем частоты появления каждого символа сообщения

Б: 0.03

е 0.1

с 0.1

м 0.03

а 0.1

н 0.1

пробел 0.07

А 0.07

л 0.07

к 0.07

д 0.07

р 0.07

о 0.03

в 0.03

и 0.03

ч 0.03

Посчитаем энтропию по Шеннону по формуле :

$$H_s = -\sum_{i=1, N} (P(a_i) * \log_2(P(a_i)))$$

Где $P(a_i)$ вероятности появления каждого символа

$$H_s = 3.872906$$

Количество информации равно : $I = H_s * n$, где n -длина сообщения

$$N = 30$$

$$I = 3.873 * 30 = 116.1872$$

Б)

Пусть вероятность появления 1 = 0.61, а появления 1 = 0.39

Тогда энтропия по Шеннону равна 0.9675

Сообщение состоит из 30 символов каждый имеет по 8 бит в кодах ASCII

Тогда $30 * 8 = 240$ символов

Количество информации при передаче сообщения без ошибок будет = 232,2

29 числа день рождения, тогда

Вероятность передачи ошибочно символа $p=0.29$

При возможной ошибочной передаче данных нужно использовать не обычную энтропию, а эффективную энтропию

$H_e = H(X) - H(X|Y)$, где $H(X)$ – энтропия сообщения

$H(X|Y)$ – условная энтропия, показывающая потери информации

$$H(X) = 0.9675$$

$$H(X|Y) = -p * \log_2(p) - q * \log_2(q), \text{ где } q=1-p$$

$$H(X|Y) = 0.869$$

$$H_e = 0.9675 - 0.869 = 0.0985$$

$$I = H_e * n = 23.64$$

Задание 2

Besman

B= 0100 0010

Xk= 0100 0010

Подсчитаем количество проверочных символов $r \geq \log_2 k + 1 = 4$

Необходимо построить проверочную матрицу $H(12,8)$

Чтобы в столбце было от 2х и более 1 и все столбцы уникальные

Первые k столбцов относятся к битам, а после доавбляется единичная матрица $r \times r$

1	0	0	1	0	1	1	0	1			
1	1	0	0	1	0	1	1		1		
0	1	1	1	0	0	1	1			1	
0	0	1	0	1	1	0	1				1

Т.к $d_{\min}=4$, что говорит о мод коде Хемминга

нужно пеейти от $d_{\min}=3$ к $d_{\min}=4$, добавим единичную строку и нулевой столбец в нашу матрицу

1	0	0	1	0	1	1	0	1				0
1	1	0	0	1	0	1	1		1			0
0	1	1	1	0	0	1	1			1		0
0	0	1	0	1	1	0	1				1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Нужно эту матрицу привести к каноническому виду, сложим все значения каждого столбца по модулю два и запишем результат в последнюю строку

1	0	0	1	0	1	1	0	1				0
1	1	0	0	1	0	1	1		1			0
0	1	1	1	0	0	1	1			1		0
0	0	1	0	1	1	0	1				1	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1

Следует проверить, чтобы каждый столбец имел нечетный вес 1

Подсчитаем проверочные биты для нашего сообщения

Сумма по модулю два левой части проверочной матрицы (каждой строки) и сообщения

0 1 0 0 0 0 1 1

1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0

$X_n = 0100\ 0010 | 11111$

А) нет ошибок

$Y_n = 0100\ 0010 | 11111$

Пересчитаем проверочные символы

0 1 0 0 0 0 1 1

1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0

$Y_{n2} = 0100\ 0010 | 11111$

Складываем полученный проверочные биты и те, что получили пересчетом

$11111 + \text{или } 11111 = 00000$,

Сигром нулевой – ошибок нет

Б)

Сделаем ошибку в первом бите

$Y_n = 1100\ 0010 | 11111$

Пересчитаем проверочные символы

1 1 0 0 0 0 1 1

1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0

$Y_{n2} = 1100\ 0010 | 00110$

Складываем полученный проверочные биты и те, что получили пересчетом

$11111 + \text{или } 00110 = 11001$,

Вес синдрома нечетный, значит одна ошибка, ищем соот столбец в провер матрице и видел что соот столбец 1

Определяем вектор ошибки $E=10000000000000$

$Y_{n2} + \text{или } E = 0100\ 0010 | 11111$

Сообщение верное

в) две ошибки

Сделаем ошибку в первом бите и 4м

$Y_n = 1101\ 0010 | 11111$

1 1 0 1 0 0 1 1

1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0

$Y_{n2} = 1101\ 0010 | 10011$

Складываем полученный проверочные биты и те, что получили пересчетом

$11111 + \text{или } 10011 = 01100$, вес синдрома четный, значит две ошибки, две ошибки исправить не можем, но если попытаем, то получим неверное сообщение, синдром от 2 столбцу

$E=01000000000000$

$Y_{n2}+E = 1001001010011$

сообщение неверное

Задание 3

0100

0010

0110

Старший бит в 1 => 1110

$$R = \log_2 k + 1 = 3$$

Для $r=3$, возьмем порождающий полином $G(7,4) = X^3 + X + 1$

Т.к $r=3$, нужно $G * X^r = X^6 + X^4 + X^3$

Теперь составим порождающую матрицу для G

1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1

Данную матрицу нужно привести к каноническому виду(только левую часть)

1	0	0	0	1	0	1	1+3+4
0	1	0	0	1	1	1	2+4
0	0	1	0	1	1	0	3=3
0	0	0	1	0	1	1	4=4

Теперь можем составить проверочную матрицу $H(7,4)$. Для этого, берем последние r столбцов порождающей матрицы и записываем с проверочную и доавбляем единичную матрицу $r \times r$ как доп строки

$H =$

1	0	1
1	1	1
1	1	0
0	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Транспонируем проверочную матрицу чтобы получить канонический вид

1	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1

Посчитаем проверочные символы для нашего сообщения $X_k = 1110$

Переведём полиномиальный вид $\sim X^3 + X^2 + X$

$$X = X_k * X_r = (X^3 + X^2 + X) * X^3 = X^6 + X^5 + X^4$$

В качестве порождающего полинома был выбран $G(7,4) = X^3 + X + 1$

Разделим X/G

$X^6 + X^5 + X^4$	$X^3 + X + 1$
$X^6 + X^4 + X^3$	$X^3 + X^2$
$X^5 + X^3$	
$X^5 + X^3 + X^2$	
X^2	

Остаток X^2

$$X_n = X || R(X)$$

$$X_n = 1110 | 100$$

а) нет ошибок

$$Y_n = 1110 | 100$$

Поделим Y_n на порождающий полином G

$X^6 + X^5 + X^4 + X^2$	$X^3 + X + 1$
$X^6 + X^4 + X^3$	$X^3 + X^2 + X + 1$
$X^5 + X^3 + X^2$	
$X^5 + X^3 + X^2$	
0	

Остаток равен нулю \Rightarrow ошибок нет

Б) одна ошибка

Пусть в 3м бите

$$Y_n = 1100 | 100$$

Поделим Y_n на порождающий полином G

$X^6+X^5+X^2$	X^3+X+1
$X^6+X^4+X^3$	X^3+X^2+x
$X^5+X^4+X^3+X^2$	
$X^5+X^3+X^2$	
X^4	
X^4+X^2+X	
X^2+X	

Остаок равен X^2+X , т.е синдром $Sr = 110$, 3й столбец 3 бит

$E_n=0010000$

$Y_n+E_n= 1110|100$

Верное сообщение

В) две ошибки

Пусть в 1м и 3м бите

$Y_n=\underline{0}1\underline{0}0|100$

Поделим Y_n на порождающий полином G

X^5+X^2	X^3+X+1
$X^5+X^3+X^2$	X^2+1
X^3	
X^3+X+1	
$X+1$	

Остаок равен $X+1$, т.е синдром $Sr = 011$, 4й столбец 4 бит

$E_n=0001000$

$Y_n+E_n= \underline{0}1\underline{0}1|100$

неверное сообщение

Задание 4

Бесман Александр Александрович