

Escribe la solución de la ecuación en diferencias

$$x_{n+2} - 4x_n = 0$$

con condiciones iniciales

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = -1$$

Procedimiento:

Evaluamos n con 0, 1 y 2 para obtener otros de los valores iniciales

$$n = 0, x_2 = 4x_0 = 4$$

$$n = 1, x_3 = 4x_1 = -4$$

$$n = 2, x_4 = 4x_2 = 16$$

Después de evaluar los primeros valores para n , con la ecuación

$$x_{n+2} - 4x_n = 0,$$

tenemos lo siguiente

$$r^2 - 4 = 0$$

Despejamos r, para obtener r_1 y r_2

$$\Rightarrow r_1 = 2, r_2 = -2$$

Teniendo los valores para r_1 y r_2 sustituimos en la formula $x_n = \alpha_1(r_1)^n + \alpha_2(r_2)^n$ y queda de la siguiente manera $x_n = \alpha_1(2)^n + \alpha_2(-2)^n$ Ahora evaluando los valores iniciales en la ecuación anterior haremos un sistema de ecuaciones para obtener los valores de α_1 y α_2

$$\Rightarrow x_0 = \alpha_1(2)^0 + \alpha_2(-2)^0$$

$$= \alpha_1 + \alpha_2$$

$$= 1$$

$$\Rightarrow x_1 = \alpha_1(2)^1 + \alpha_2(-2)^1$$

$$= (2)\alpha_1 + (-2)\alpha_2$$

$$= -1$$

Con esto despejamos en cada una de las x a α_1 entonces se tiene lo siguiente

$$\alpha_1 = 1 - \alpha_2$$

$$\alpha_1 = \frac{-1 + 2\alpha_2}{2}$$