**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Факультет прикладной математики и информатики**

**Ястребова Вероника**

**Методы решения СЛАУ**

Отчет по лабораторной работе №1

Вариант 9

(«Методы вычислений»)

студентки 2 курса 13 группы

**Преподаватель**

**Мойса А.В**

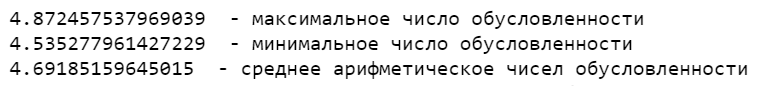
**Минск 2018**

**1.** Сгенерировали симметричную матрицу A с диагональным преобладанием. Умножив полученную матрицу на сгенерированный вектор у, получили вектор b, являющийся точным решением СЛАУ Ax=b. Сравнивая с вектором b решения, полученные различными методами в следующих заданиях, мы сможем оценить точность этих методов.

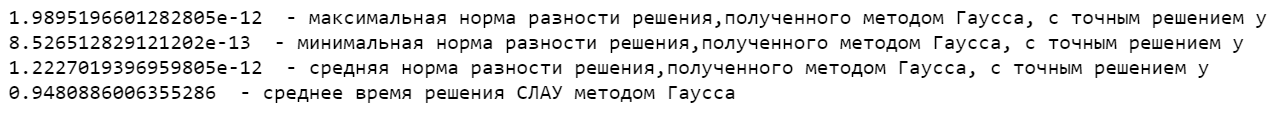
**2.** С помощью метода Гаусса-Жордана находим обратную матрицу для матрицы A, чтобы вычислить число обусловленности.

Оно определяется по формуле :

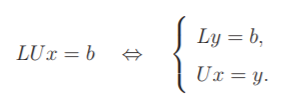
æ(A) = ||A|| \* ||A-1||

По сути мы нашли число обусловленности задачи решения СЛАУ. Оно показывает, насколько велика будет погрешность решения.  
Числа обусловленности матриц небольшие, значит, погрешность решения будет невелика:

**3.** Метод Гаусса является одним из самых точных способов решения СЛАУ, но имеет довольно большую трудоемкость : O(n3)



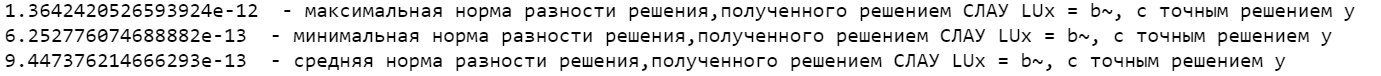
**4.** Предположим, что нам нужно решить большое количество СЛАУ, в которых меняться будет только вектор b. Тогда при решении их методом Гаусса каждый раз будет тратиться O(n3) операций, причем к матрице А будут применяться одни и те же преобразования.   
В таком случае удобнее построить LU-разложение матрицы и находить решение путем решения двух СЛАУ с треугольными матрицами (за O(n2)) :

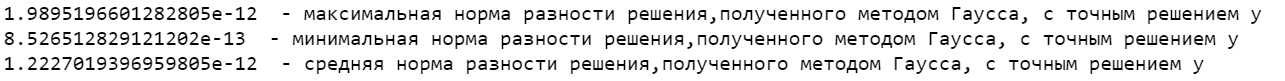


Чтобы повысить вычислительную устойчивость, можно строить LUP-разложение.   
Таким образом, на построение LUP-разложения уходит большое количество времени(трудоемкость O(n3)): Но с уже известнымии L, U и P СЛАУ решается намного быстрее(O(n2)):

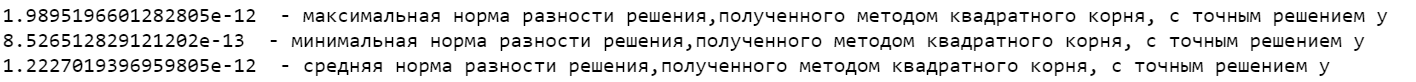
 

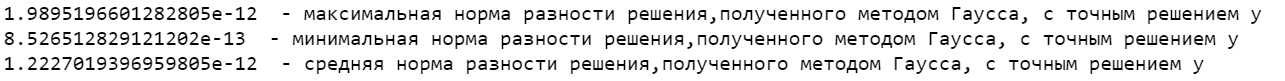
Точность почти такая же, как в методе Гаусса:





**5.** Метод квадратного корня применим только к симметричной матрице и позволяет уменьшить количество операций, поскольку часть элементов в верхнем треугольнике мы не пересчитываем, а считаем только симметричные им элементы в нижнем треугольнике и приравниваем их.   
На точность решения, по сравнению с методом Гаусса, этот метод никак не влияет:



А время работы, естественно, уменьшается:





**6.** Метод релаксации – итерационный метод решения СЛАУ. Он содержит свободный параметр w, изменяя который можно получить различную скорость сходимости итерационного процесса.  
Например, норма разности полученного и точного решения:

* при w = 0.5



* w = 1 (получаем метод Гаусса-Зейделя):
* w = 1.5:



* w = 0.2 :



То есть в данном случае, самое точное решение было получено при w = 1. При значениях 0.5 и 1.5 норма все еще была не особо большой и при значениях <0.5 или >1.5 норма становилась очень большой.

Также можно изменять количество итераций для достижения большей точности:

* W = 10/6 iterCount = 10:



* W = 10/6 iterCount = 100



Как видно, точность очень сильно возросла.

Таким образом, в методе релаксации мы можем значительно увеличить скорость работы, но при этом точность уменьшится.

На 100 итерациях время работы немного уменьшилось:





**7.** Встроенные методы, конечно, решают СЛАУ намного быстрее. Из всех методов решение СЛАУ с помощью LUP-разложения наиболее близко по времени работы к встроенному методу.