UFR STAPS – L1 **BIOMECANIQUE** Année universitaire
Université Paris-Saclay 2020 – 2021

TD n°2 : Dérivation et intégration

Cours :

1. Rappeler la définition du nombre dérivé et de la fonction dérivée.
2. Rappeler la formule permettant de calculer la tangente à une courbe
3. Rappeler la définition d'une primitive et la signification d'une intégrale.

Exercice 1 :

Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes :

1. f définie sur $\mathfrak{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$
2. g définie sur $\mathfrak{R}$ par $g(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$
3. h définie sur $]-\infty\,;1[\cup]1\,;+\infty[$ par $h(x) = \frac{5x-3}{x-1}$
4. *(Travail personnel)* i définie sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$ par $i(x) = \frac{x^3-2x-1}{x^3}$
5. *(Travail personnel)* j définie sur $[0\,;+\infty[$ par $j(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$

Exercice 2 :

On considère la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x + \frac{1}{x}$

Démontrer que cette fonction admet un minimum que l'on précisera.

Exercice 3 :

1. On considère la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x}$
   On note C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 1, puis étudier la position de la courbe C par rapport à T.
2. On considère la fonction définie sur $\mathfrak{R}$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$
   On note C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0, puis étudier la position de la courbe C par rapport à T.

Exercice 4 :

1. Calculer la primitive en 0 de la fonction $a(x) = 10$ sachant que $A(x = 0) = 2$
2. Calculer la primitive en 0 de la fonction $v(x) = A(x)$ sachant que $V(x = 0) = 3$
3. Réitérer les opérations précédentes pour $a(x) = a\,; A(x = 0) = v_0\,; V(x = 0) = x_0$
   L'équation ainsi obtenue à une forme très courante en mécanique et permet de modéliser des mouvements uniformément accélérés.
4. Quelle est la forme de l'équation précédente si $a = 0$? Cette forme d'équation est très courante en mécanique et décrit un mouvement uniforme.

Fonction	Dérivée	Ensemble de dérivabilité
$k \ (k \in \mathbb{R})$	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
$x^n \ (n \in \mathbb{N})$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^n} \ (n \in \mathbb{N})$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R} - \{0\}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$

Fonction	Dérivée
$u+v$	$u'+v'$
$ku \ (k \in \mathbb{R})$	ku'
$\frac{1}{u}$ (avec $u(x) \neq 0$ sur I)	$-\frac{u'}{u^2}$
uv	$u'v+uv'$
$\frac{u}{v}$ (avec $v(x) \neq 0$ sur I)	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\sqrt{u}$ (avec $u \geqslant 0$ sur I)	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ lorsque $u > 0$

Fonction	Primitives	Domaine
$x^n,\ n \in \mathbb{N}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C,\ C \in \mathbb{R}$	$]0, +\infty[$
$x^n,\ n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ C \in \mathbb{R}$	