L1 STAPS
Université Paris-Sud

◀ CORRECTION ▶

Année universitaire :
2020 - 2021

TD n°1 : Anthropométrie
Centre de masse

Note pour la correction : les questions se suivent et les valeurs calculées dans l'exercice précédent peuvent être ré-utilisées dans l'exercice suivant.

Exercice 1. Notions de cours

a. Quelle est la position du corps de référence pour déterminer si l'extrémité d'un segment est proximale ou distale ?

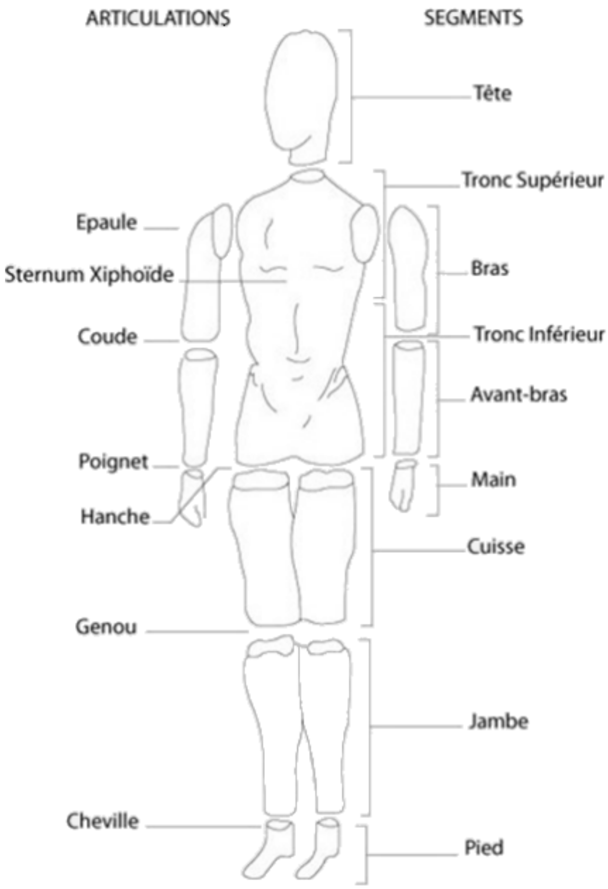
b. Pour la cuisse, le genou est-il un point proximal ou distal ?

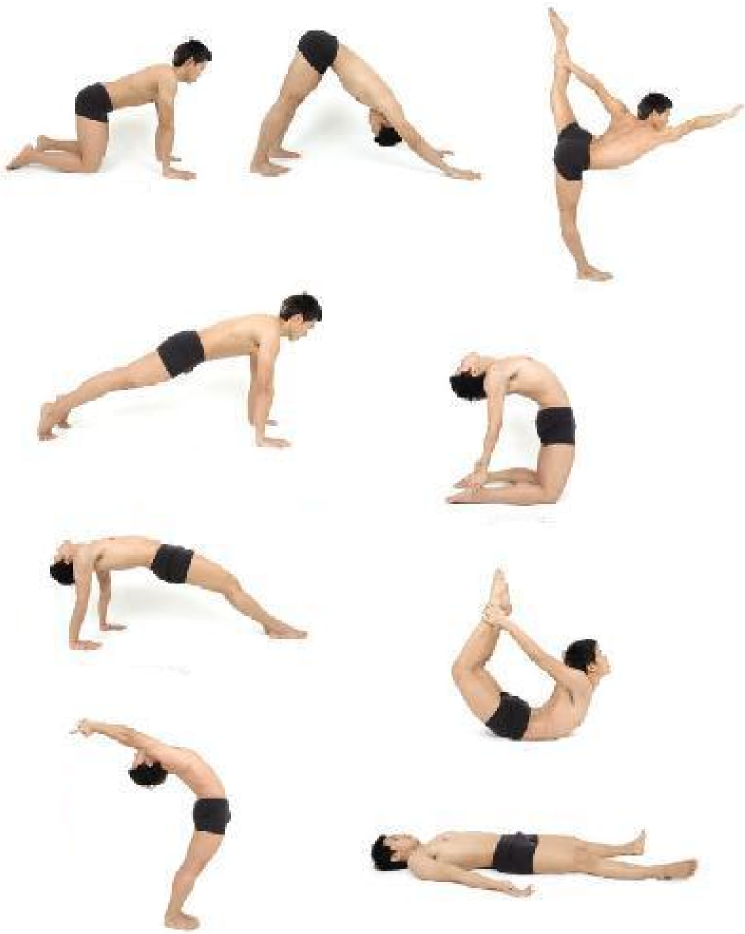
c. Pour la jambe, le genou est-il un point proximal ou distal ?

d. Pour le bras, l'épaule est-elle un point proximal ou distal ?

e. Quels sont les 3 axes principaux du corps humain ?

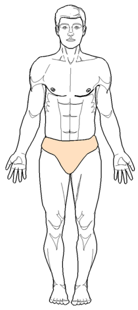
f. Voici quelques postures de Yoga. Placer intuitivement la position du centre de masse pour chaque posture.





Corrigé de l'exercice 1.

a. On détermine par rapport à la « position anatomique standard » suivante :



b. Le point proximal d'un segment est le repère anatomique (ex : articulation) qui est le plus proche du sommet du crâne

Le point distal d'un segment est le repère anatomique qui est le plus éloigné (c-à-d distant) du sommet du crâne.

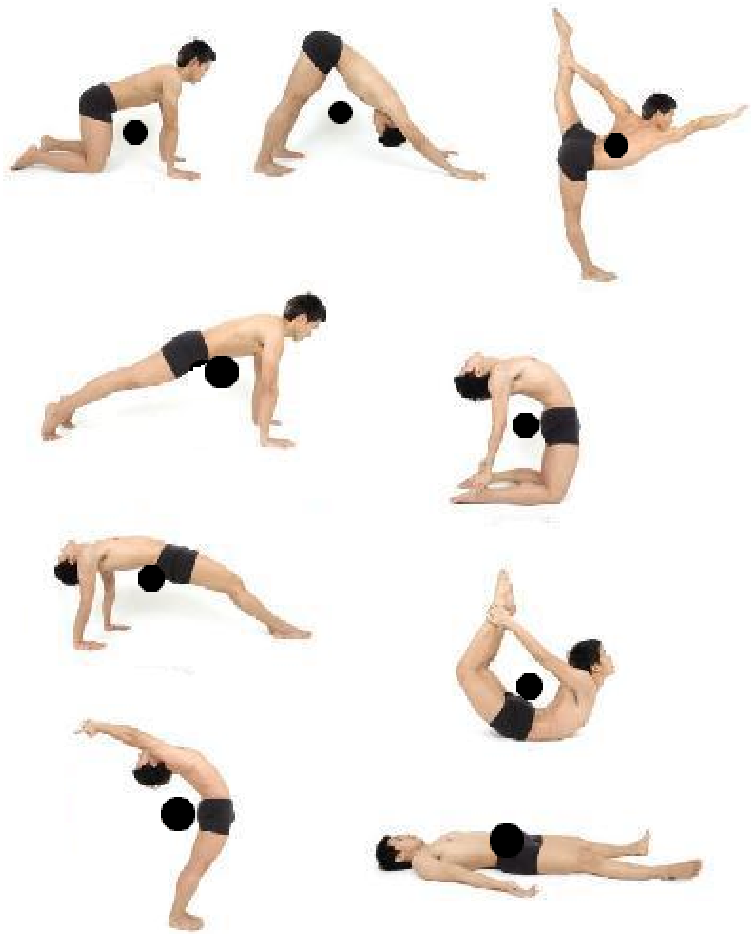
Pour la cuisse, genou = extrémité distale

c. Pour la jambe, genou = extrémité proximale

d. Pour le bras, épaule = extrémité proximale

e. Les 3 principaux axes qui servent de repère dans le corps humain sont : axe vertical (ou longitudinal), axe médio-latéral, axe antéro-postérieur

f. Intuitivement, le CM peut être positionné ainsi pour chaque posture :



Exercice 2. Calcul du centre de masse à partir des tables

On considère un individu mesurant 1m75 pour 75 kg. Voici les tables anthropométriques de De Leva et de Winter qui ont été établies à partir de données recueillies sur des sujets vivants et de données cadavériques. Les carrés noirs indiquent les points anatomiques pour les articulations du bras. Les ronds noirs localisent les points anatomiques pour le reste du corps.

On arrondira les calculs à 2 chiffres après la virgule et on tronquera au centième inférieur en cas d'incertitude.

a. A partir des tables, calculer les masses des segments suivants : les mains, les avant-bras, les bras, tronc-cou-tête, les cuisses, les jambes et les pieds.

b. A partir des tables, calculer les longueurs de ces mêmes segments.

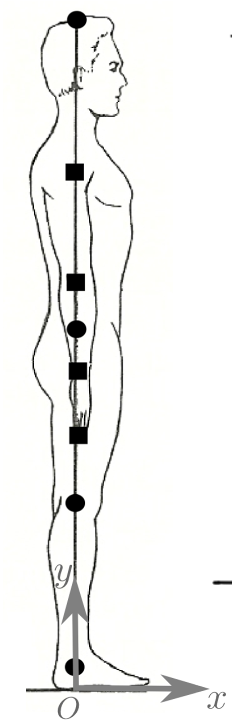
c. Calculer les positions relatives des centres de masse des segments jambes, cuisses et tronc-cou-tête par rapport à l'extrémité distale.
Idem pour les segments mains, avant-bras et bras par rapport à l'extrémité proximale.

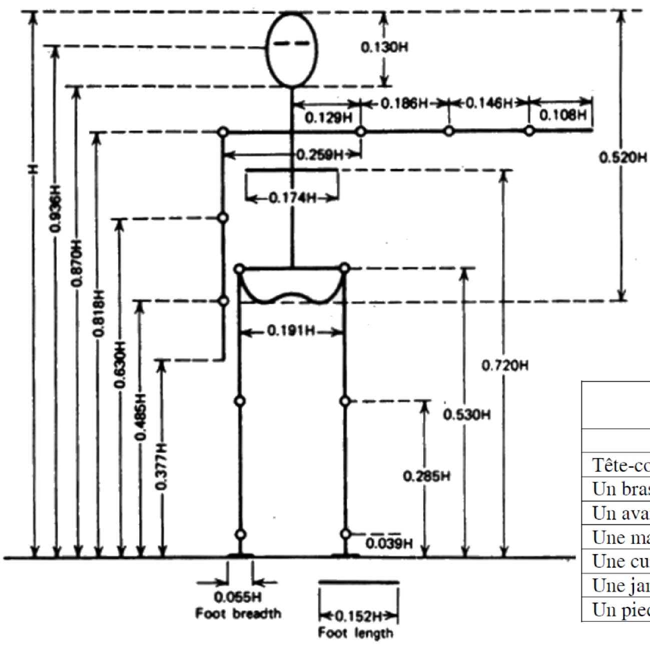
d. En déduire les coordonnées du centre de masse de chaque segment dans le repère (Oxy) (au sol $y = 0$, Oy étant l'axe vertical) (positions absolues par rapport au sol).

e. A partir des questions ***a.*** et ***d.***, calculer la position du centre de masse global du corps sur l'axe vertical.

f. Pourquoi est-il utile de connaitre la masse et la position du centre de masse d'un corps ? Énoncer le principe fondamental de la dynamique en translation.

g. Supposons maintenant que l'individu tende ses bras vers l'avant à l'horizontal. Quelle serait la nouvelle position du centre de masse dans le repère (Oxy) ?





Segments	Coefficient de Masse de De Leva
Tête + Cou	6,94%
Tronc sup	15,96%
Tronc inf	27,50%
Bras	2,71%
Avant bras	1,62%
Main	0,61%
Cuisse	14,16%
Jambe	4,33%
Pied	1,37%
Total	**75.20%**

	Distance du centre de masse à l'extrémité du segment en % de sa longueur	
	Proximale	Distale
Tête-cou-tronc	66	34
Un bras	43,6	56,4
Un avant-bras	43	57
Une main	50,6	49,4
Une cuisse	43,3	56,7
Une jambe	43,3	56,7
Un pied	42,9	57,1

Corrigé de l'exercice 2.

a. Les masses se calculent ainsi : (ATTENTION, on a deux mains, deux bras mais 1 seul tronc...)

masse/segment	**mains**	**avant-bras**	**bras**	
	$0.0061 \times 75 \times 2$	$0.0162 \times 75 \times 2$	$0.0271 \times 75 \times 2$	
en kg	$= 0.91$	$= 2.43$	$= 4.06$	
	tronc-cou-tête	**cuisses**	**jambes**	**pieds**
	0.504×75	$0.1416 \times 75 \times 2$	$0.0433 \times 75 \times 2$	$0.0137 \times 75 \times 2$
en kg	$= 37.8$	$= 21.24$	$= 6.49$	$= 2.05$

b. Longueurs des segments pour un individu de 1m75.

longueur/segment	**main**	**avant-bras**	**bras**	
	0.108×1.75	0.146×1.75	0.186×1.75	
en m	$= 0.19$	$= 0.26$	$= 0.33$	
	tronc-cou-tête	**cuisse**	**jambe**	**pied (sol-malléole)**
	$(1 - 0.53) \times 1.75$	$(0.53 - 0.285) \times 1.75$	$(0.285 - 0.039) \times 1.75$	0.039×1.75
en m	$= 0.82$	$= 0.43$	$= 0.43$	$= 0.07$

c. Positions des centres de masse pour notre individu sur un axe vertical.
ATTENTION : on prend distal pour jambe, cuisse et tronc-cou-tête. On prend proximal pour les autres. Pour le pied, les données ne collent pas (on prend alors 50% par défaut).

longueur/segment	**main (⋉ poignet)**	**avant-bras (⋉ coude)**	**bras (⋉ épaule)**	
(proximal)	0.506×0.19	0.43×0.25	0.436×0.33	
en m	$= 0.10$	$= 0.11$	$= 0.14$	
(distal)	**tronc-cou-tête (⋉ hanche)**	**cuisse (⋉ genou)**	**jambe (⋉ cheville)**	**pied (⋉ sol)**
	0.34×0.82	0.567×0.43	0.567×0.43	inconnu (50% par défaut)
en m	$= 0.28$	$= 0.24$	$= 0.24$	$= 0.03$

d. Sur l'axe vertical y, le sol étant à $y = 0$ et sachant que $H = 1.75$ et que la hauteur de l'épaule est $0.818H$.
— Position de CM du pied : $y_{pied} = 0.03\,m$,
— Position de CM de la jambe : $y_{jambe} = 0.07 + 0.24 = 0.31\,m$,
— Position de CM de la cuisse : $y_{cuisse} = (0.07 + 0.43) + 0.24 = 0.74\,m$,
— Position de CM de tronc-cou-tête : $y_{tronc} = (0.07 + 0.43 + 0.43) + 0.28 = 1.21\,m$,
— Position de CM du bras : $y_{bras} = 0.818H - 0.14 = 1.43 - 0.14 = 1.29\,m$,
— Position de CM de l'avant-bras : $y_{avtbras} = (0.818H - 0.33) - 0.11 = 0.99\,m$,
— Position de CM de la main : $y_{main} = (0.818H - 0.33 - 0.26) - 0.10 = 0.74\,m$.

e. La position du CM est définie par :

$$y_{\mathrm{CM}} = \frac{m_{pied} y_{pied} + ... + m_{main} y_{main}}{m_{totale}}$$

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{CM}} &= \frac{1}{75}(2.05 \times 0.03 + 6.49 \times 0.31 + 21.24 \times 0.74 \ldots \\ &\quad +37.8 \times 1.21 + 4.06 \times 1.29 + 2.43 \times 0.99 + 0.91 \times 0.74) \end{aligned}$$

$\Rightarrow y_{\mathrm{CM}} = 71.84/75 = 0.96\,m$
On obtient un CM à 96 cm du sol sur l'axe vertical, ce qui concorde approximativement avec l'expérience de mesure (cf. TD précédent).

f. C'est utile car $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ (2nde loi de Newton). La masse et le centre de masse du corps apparaissent dans ces équations.

g. Sur l'axe y, sachant que la hauteur de l'épaule est $0.818H$:

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{CM}} &= \frac{1}{75}(2.05 \times 0.03 + 6.49 \times 0.31 + 21.24 \times 0.74 \ldots \\ &\quad +37.8 \times 1.21 + (4.06 + 2.43 + 0.91) \times 0.818H \end{aligned}$$

$\Rightarrow y_{\mathrm{CM}} = 74.12/75 = 0.99\,m.$
Sur l'axe x, les positions des CM des segments pieds, jambe, cuisse, tronc-cou-tête sont 0. Il ne reste qu'à prendre en compte les segments du membre supérieur.
— Position de CM du bras : $x_{bras} = 0.14\,m$
— Position de CM de l'avant-bras : $x_{avtbras} = 0.33 + 0.11 = 0.44\,m$
— Position de CM de la main : $x_{main} = (0.33 + 0.26) + 0.10 = 0.69\,m$

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{75}(4.06 \times 0.14 + 2.43 \times 0.44 + 0.91 \times 0.69)$$

$\Rightarrow x_{\mathrm{CM}} = 2.27/75 = 0.03\,m.$

Exercice 3. Moment d'inertie du membre supérieur (*travail hors programme - facultatif*)

On cherche à calculer le moment d'inertie du bras complet par rapport à un axe médio-latéral passant par l'articulation de l'épaule. On pourra réutiliser les valeurs calculées dans l'exercice précédent.

a. A partir de la table des rayons de giration ci-dessous, calculer le moment d'inertie du bras (humérus), de l'avant-bras et de la main par rapport au centre de masse.

b. En utilisant le théorème des axes parallèles, exprimer ces moments d'inertie par rapport à un axe médio-latéral passant par l'articulation de l'épaule.

c. En déduire le moment d'inertie du membre supérieur (bras + avant-bras + main) .

d. Pourquoi est-il utile de connaitre le moment d'inertie d'un corps ? Énoncer le principe fondamental de la dynamique en rotation pour un solide tournant autour d'un axe fixe.

	Longueur du rayon de giration selon l'axe de rotation en % de la longueur du segment corporel		
Axe :	centre de masse	articulation proximale	articulation distale
Tronc-tête-cou	5,03	83	60,7
Bras	32,2	54,2	64,5
Avant-bras	30,3	52,6	64,7
Main	29,7	58,7	57,7
Cuisse	32,3	54	65,3
Jambe	30,2	52,8	64,3
Pied	47,5	69	69
Membre inférieur	32,6	56	65

Corrigé de l'exercice 3.

a. On regarde dans les tables et on sait que si r est le rayon de giration par rapport à un axe, alors le moment d'inertie vaut $J = mr^2$ par rapport à ce même axe.

On reprend certaines valeurs dans l'exercice précédent (donc individu standard de 75 kg et 1,75 m)

	bras	**avant-bras**	**main**
masse en kg	2.03	1.21	0.46
longueur segment en m	0.33	0.26	0.19
rayon de giration par rapport à axe CM	0.322×0.33	0.303×0.26	0.297×0.19
	$= 0.10$	$= 0.08$	$= 0.06$
moment d'inertie par rapport à axe CM	2.03×0.10^2	1.21×0.08^2	0.46×0.06^2
	$= 0.022$	$= 0.007$	$= 0.001$

On garde exceptionnellement 3 chiffres significatifs ici car les valeurs sont petites...

b. Le théorème des axes parallèles (ou Huygens) : $J = J_{CM} + ml^2$ (l distance entre CM du segment et épaule)

Il nous faut donc simplement les distances de l'épaule au centre de masse de chaque segment.

	bras	**avant-bras**	**main**
dist. CM-ext. proximale	0.14	0.11	0.10
dist. CM-épaule l	0.14	$0.11 + 0.33$	$0.10 + 0.26 + 0.33$
	$= 0.14$	$= 0.44$	$= 0.68$
moment d'inertie p/r épaule	$0.022 + 2.03 \times 0.14^2$	$0.007 + 1.21 \times 0.44^2$	$0.001 + 0.46 \times 0.68^2$
	$= 0.06$	$= 0.24$	$= 0.21$

Donc au total : $J_{total} = 0.06 + 0.24 + 0.21 = 0.51\, kg.m^2$

Cela indique la résistance aux accélérations angulaire d'un bras tendu.

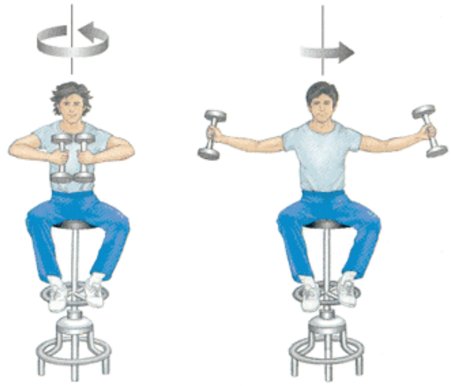
c. Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe (cf. CM) : $2\pi J\alpha = \sum M(\vec{F}_{ext})$ (appelé théorème du moment cinétique, α donné en tours/s²). Le moment d'inertie du corps permet de relier le moment des forces à l'accélération angulaire. N.B. : en vérité cette relation est vectorielle mais on n'étudie que des mouvements plans en L1 pour simplifier.

Exercice 4. Conservation du moment cinétique (*travail hors programme - facultatif*)

Un individu est assis sur une chaise pivotante (sans frottement) et possède un moment d'inertie de $0,96\,kg.m^2$ par rapport à un axe vertical passant par son centre de masse quand ses bras sont repliés le long de son corps. La chaise tourne à une vitesse de $1,15\,tours/s$ et a une masse négligeable. L'individu étend ses bras jusqu'à ce que ses mains, chacune tenant une masse de $4,4\,kg$, soient à $0,77\,m$ de l'axe de rotation. Une fois tendus ses bras ont un moment d'inertie $J = 0,51\,kg.m^2$ par rapport à l'axe de rotation.

a. Pourquoi y-a-t-il conservation du moment cinétique ?

b. Sa vitesse de rotation une fois les bras tendus sera-t-elle plus grande ou plus petite ? La calculer.



Corrigé de l'exercice 4.

a. Conservation du moment cinétique car les moments de la réaction de la chaise et du poids sont nuls (leurs lignes d'action sont confondues avec l'axe de rotation). Ce sont les deux seules forces extérieures au système {individu+masses}.

b. Par conservation du moment cinétique, $2\pi J_{ini}\omega_{ini} = 2\pi J_{fin}\omega_{fin}$.
On sait déjà que la vitesse finale sera plus petite car le moment d'inertie augmente.
Initialement, le moment d'inertie vaut : $J_{ini} = 0.96\,kg.m^2$ et $\omega_{ini} = 1.15\,tours/s$.
A la fin, $J_{fin} = 0.96 + 2 \times 0.51 + 2 \times 4.4 \times 0.77^2 = 7.20\,kg.m^2$.
Donc $\omega_{fin} = \dfrac{1.15 \times 0.96}{7.2} = 0.15\,tours/s$.

Exercice 5. Théorème du moment cinétique (*travail hors programme - facultatif*)

Un individu se tient debout comme sur le dessin, et se prépare à effectuer une rotation du bras (bras tendu). Le moment d'inertie du bras tendu vaut $J = 0,51\,kg.m^2$ (par rapport à un axe antéro-postérieur passant par l'épaule), le centre de masse du bras est situé à 40 cm de l'épaule et son poids est 3,7 kg. On supposera que le bras est un corps rigide et on négligera les forces de frottements. Le but de cette exercice est d'appliquer le théorème du moment cinétique.

a. Quel dit le théorème du moment cinétique ?

b. Quelles forces extérieures agissent sur le système {bras droit} ?

c. Quel moment les forces musculaires doivent-elles créer pour produire une accélération angulaire de $1,59\,tours/s^2$

d. En supposant que le bras de levier est de 4 cm, quelle est la force musculaire nécessaire pour créer une telle accélération angulaire ?

Corrigé de l'exercice 5.

a. Ce théorème relie l'accélération angulaire autour d'un axe fixe à la somme des moments des forces extérieures.

Pour un corps rigide tournant autour d'un axe fixe, le théorème du moment cinétique s'écrit : $2\pi J\alpha = \sum M(\vec{F}_{ext})$

b. Les forces extérieures sont : le poids, la réaction au niveau de l'épaule et la force musculaire résultante.

c. Les moments : $M(\vec{P}) = -3.7 \times 0.4 \times 9.8 = -14.5\, N.m$ (le moment de la réaction est nul)

Comme $2\pi J\alpha = M(\vec{P}) + M_{musc}$.

Le moment musculaire sera : $M_{musc} = 2\pi J\alpha + 14.5 = 2\pi \times 0.51 \times 1.59 + 14.5 = 19.6\, N.m.$

d. Si le bras de levier de la force musculaire est $d = 4\, cm$, cela fera une force de $F = M/d = 19.6/0.04 = 490\, N$.