



Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE
Departamento de Estatística e Informática - DEINFO
Bacharelado em Sistemas de Informação - BSI

Dinâmica espacial de polinização e fluxo de pólen: uma abordagem baseada em Autômatos Celulares

Rhwan de Freitas Heráclio Lucena¹,

¹Departamento de Estatística e Informática – Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) – Pernambuco – Brazil

{Rhwan.lucena}@ufrpe.br

A polinização desempenha papel essencial na manutenção dos ecossistemas e na produtividade agrícola, sendo fortemente dependente da atividade das abelhas e da estrutura espacial das paisagens. No entanto, compreender e prever a área de influência de uma colmeia e a dinâmica de transferência de pólen ainda são desafios para pesquisadores e gestores ambientais, devido à complexidade dos fatores envolvidos, como distância de voo, densidade floral e fragmentação do habitat. Atualmente, a maioria dos modelos existentes baseia-se em abordagens empíricas ou em modelos baseados em agentes (ABM), que, embora úteis, apresentam limitações quanto à escalabilidade espacial e ao custo computacional. Diante dessa lacuna, este trabalho propõe o uso de **autômatos celulares (CA)** como ferramenta alternativa e simplificada para simular a propagação espacial da polinização em ambientes heterogêneos. O modelo desenvolvido representa abelhas como entidades móveis em um grid bidimensional, interagindo com células que representam flores e transmitindo estados de polinização conforme regras de vizinhança e probabilidade de visita. Os resultados obtidos demonstraram que a abordagem CA é capaz de reproduzir padrões realistas de dispersão de pólen e estimar de forma eficiente a área de influência de uma colmeia, oferecendo uma base promissora para estudos de ecologia espacial e manejo sustentável de polinizadores.

Palavras-chave: Autômatos celulares; Polinização; Abelhas; Modelagem ecológica; Simulação espacial.

Abstract

*Pollination plays a key role in maintaining ecosystems and agricultural productivity, relying heavily on bee activity and landscape spatial structure. However, understanding and predicting a beehive's **area of influence** and the dynamics of pollen transfer remain major challenges for researchers and environmental managers due to complex factors such as flight distance, floral density, and habitat fragmentation. Currently, most models rely on empirical methods or Agent-Based Models (ABM). While useful, these approaches face limitations regarding **spatial scalability** and computational cost. To address this gap, this study proposes the use of **Cellular Automata (CA)** as an alternative, simplified tool to simulate the spatial dynamics of pollination in heterogeneous environments. The developed model represents bees as **mobile entities** on a two-dimensional grid, interacting with cells representing flowers and transmitting pollination states according to neighborhood and visitation probability rules. Results show that the CA approach can reproduce realistic pollen dispersion patterns and efficiently estimate the **effective pollination zone**, providing a promising foundation for spatial ecology research and sustainable pollinator management.*

Keywords: Cellular automata; Pollination; Bees; Ecological modeling; Spatial simulation.

1. Introdução

A polinização é um serviço ecossistêmico fundamental que sustenta a biodiversidade global e garante a segurança alimentar humana, sendo responsável pela reprodução de grande parte das plantas silvestres e pelo aumento da produtividade de diversas culturas agrícolas. Este processo depende intrinsecamente da interação entre a fauna polinizadora, especialmente as abelhas, e a estrutura espacial da paisagem, onde a conectividade entre habitats desempenha um papel crucial na manutenção das populações de insetos (KLEIN, A. et al., 2007). A perda de habitat e a homogeneização das paisagens agrícolas têm ameaçado a estabilidade desses serviços, tornando urgente a compreensão de como a configuração espacial afeta a dispersão de pólen e a saúde dos ecossistemas agrários e naturais (POTTS, S. et al., 2010).

Apesar da reconhecida importância, determinar com precisão a área de influência de uma colmeia e a dinâmica de transferência de pólen em paisagens complexas permanece um desafio significativo para pesquisadores e gestores ambientais. A dificuldade reside na multiplicidade de fatores que governam o comportamento de forrageamento das abelhas, incluindo a distância máxima de voo, a densidade e atratividade dos recursos florais e, sobretudo, as barreiras impostas pela fragmentação do habitat (GREENLEAF, S. et al., 2007). Modelos lineares simples falham em capturar a natureza não linear e estocástica desses movimentos, dificultando a previsão de fluxos de polinização em cenários reais onde a matriz da paisagem é altamente heterogênea (RICKETTS, T., 2004).

Atualmente, para superar essas barreiras analíticas, a maioria das pesquisas apoia-se em abordagens empíricas, que exigem extenso e custoso trabalho de campo, ou em Modelos Baseados em Agentes (ABM - *Agent-Based Models*). Os ABMs são ferramentas

poderosas que simulam o comportamento individual de cada abelha, permitindo um nível de detalhe biológico refinado (GRIMM, V. et al., 2005). No entanto, essa abordagem apresenta limitações severas quanto à escalabilidade espacial e ao custo computacional; simular milhares de agentes individuais em grandes paisagens torna-se frequentemente inviável, restringindo a aplicação desses modelos a pequenas áreas experimentais ou exigindo recursos de processamento proibitivos para a gestão cotidiana (BANKS, J., CARSON, J. e NELSON, B., 2009).

Diante dessa lacuna metodológica, este trabalho propõe o uso de Autômatos Celulares (CA) como uma ferramenta alternativa e computacionalmente eficiente para simular a propagação espacial da polinização. Os Autômatos Celulares são sistemas dinâmicos discretos que operam em um grid, ideais para modelar fenômenos espaciais complexos a partir de regras locais simples de interação (WOLFRAM, S., 2002). O modelo desenvolvido neste estudo representa as abelhas e o pólen como estados ou entidades móveis em um grid bidimensional, interagindo com células que representam a matriz floral. A transmissão do estado de polinização ocorre conforme regras probabilísticas de vizinhança e visitação, permitindo simular a difusão do serviço ecossistêmico sem a necessidade de rastrear a complexidade cognitiva de cada indivíduo, como ocorre nos ABMs (WHITE, R. e ENGELEN, G., 1993).

Os resultados obtidos através da simulação via Autômatos Celulares demonstraram que a abordagem é capaz de reproduzir padrões realistas de dispersão de pólen, correlacionando-se positivamente com dados observacionais da literatura. O modelo estimou de forma eficiente a área de influência efetiva de uma colmeia, destacando como alterações na configuração da paisagem afetam o alcance da polinização (LONSDORF, E. et al., 2009). Essas descobertas sugerem que os métodos baseados em CA oferecem uma base promissora e de baixo custo para estudos de ecologia espacial, fornecendo aos gestores uma ferramenta ágil para o planejamento do uso da terra e para o manejo sustentável de polinizadores em agroecossistemas.

1.1. Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e avaliar um modelo baseado em autômatos celulares (CA) capaz de simular, de maneira eficiente e realista, a propagação espacial da polinização em paisagens heterogêneas, considerando a dinâmica de movimento das abelhas e a distribuição dos recursos florais. Busca-se verificar se o uso de CA permite representar padrões de dispersão de pólen comparáveis aos observados

em modelos empíricos e baseados em agentes, porém com menor custo computacional e maior escalabilidade espacial.

1.1.1 Objetivos específicos

- a) Construir um ambiente de simulação em grade bidimensional que representa a paisagem, incorporando células correspondentes a diferentes estados ecológicos, como flores disponíveis, áreas neutras e regiões sem recursos;
- b) Implementar regras de movimentação e interação para agentes representando abelhas no autômato celular, incluindo probabilidade de visita, capacidade de transporte de pólen e mecanismos de transferência entre células florais;
- c) Avaliar os padrões espaciais produzidos pelo modelo, analisando a área de influência da colmeia, a dispersão do pólen e a eficiência da polinização em diferentes cenários de heterogeneidade, densidade floral e fragmentação do habitat.

2. Trabalhos Relacionados

A pesquisa sobre a polinização de insetos tem se beneficiado intensamente da **modelagem computacional**, que permite simular e prever a dinâmica complexa dos polinizadores e a entrega de serviços ecossistêmicos. Os trabalhos citados representam abordagens variadas, mas convergentes, no uso de modelos espacialmente explícitos e baseados em agentes. O estudo de **SHP UROV e FROESE (2025)** concentra-se no nível fundamental do comportamento, propondo que a **dinâmica de movimento das abelhas** pode ser modelada como uma **transição de fase crítica** usando **Autômatos Celulares 2D**. Esta técnica ajuda a entender como pequenos fatores podem levar a mudanças abruptas no comportamento coletivo, como a transição de um movimento disperso para um agregado. Elevando a escala para a agricultura, **BROUSSARD et al. (2022)** aplicam **Modelos Baseados em Agentes (ABMs)** para **prever a deposição de pólen em culturas**. ABMs são ideais, pois simulam o comportamento individual dos polinizadores e suas interações com o ambiente floral, traduzindo o movimento individual em um resultado ecológico mensurável: a eficácia da polinização. Essa abordagem de simulação complexa é apoiada por plataformas como o **EcoSimInGrid**, apresentado por **QU et al. (2013)**. Trata-se de uma ferramenta **espacialmente explícita e baseada em agentes** projetada para investigar especificamente os **serviços de polinização compartilhados**, demonstrando a necessidade de *softwares* robustos para modelar interações em múltiplas espécies e em escala de ecossistemas. Finalmente, **RAHIMI et al. (2024)** levam a análise para o nível da paisagem, realizando a **modelagem espacial dos serviços de polinização em paisagens fragmentadas**. Este trabalho é crucial para a ecologia da conservação, pois permite avaliar como a estrutura do *habitat* — como a distribuição e a conectividade dos fragmentos — influencia a entrega eficiente e a resiliência dos serviços de polinização em contextos de uso da

terra. Em suma, a literatura demonstra uma clara tendência em aplicar modelos **espacialmente explícitos e baseados em regras (ABMs e Autômatos Celulares)** para unir o comportamento individual do polinizador (SHP UROV & FROESE) com os resultados práticos da polinização (BROUSSARD et al.) e a gestão de serviços ecossistêmicos em paisagens reais (QU et al. & RAHIMI et al.).

3. Referencial Teórico

O presente estudo se insere no contexto da ecologia de paisagens e da modelagem de sistemas complexos, buscando fundamentar a proposta de uso de Autômatos Celulares (CA) para simular o serviço de polinização. Esta seção visa estabelecer os conceitos essenciais que guiam o trabalho, abrangendo a importância da polinização mediada por abelhas e os princípios teóricos da modelagem espacial.

3.1. A Polinização como Serviço Ecossistêmico e sua Dependência da Paisagem

A polinização é definida como o processo crucial de transferência de grãos de pólen da parte masculina (antera) para a parte feminina (estigma) de uma flor, sendo o mecanismo primário para a reprodução sexuada da maioria das plantas. Quando mediada por animais, ela se estabelece como um dos serviços ecossistêmicos mais vitais, fundamental tanto para a manutenção da biodiversidade em ecossistemas naturais quanto para a produtividade da agricultura (KLEIN, A. et al., 2007). As abelhas, em particular, são os polinizadores mais eficientes, e sua saúde e distribuição estão intrinsecamente ligadas à forma como a paisagem é estruturada.

O sucesso da polinização e, consequentemente, o rendimento agrícola, dependem diretamente da capacidade de forrageamento das abelhas. A ecologia da paisagem estuda como a disposição espacial de diferentes tipos de habitat (como florestas, campos e plantações) influencia esse comportamento. Fatores como a distância de uma colmeia a um campo cultivado, a presença de barreiras (estradas, grandes corpos d'água) e, criticamente, a fragmentação do habitat, impõem restrições ao raio de voo e à eficiência da transferência de pólen. Compreender a área de influência de uma colmeia — isto é, a distância máxima e o padrão espacial que o serviço de polinização alcança com eficácia — é o cerne do problema de manejo (RICKETTS, T., 2004).

3.2. Princípios da Modelagem Espacial em Ecologia

A modelagem é uma ferramenta indispensável na ecologia para prever os resultados de interações complexas, testar hipóteses e informar estratégias de conservação e manejo. A modelagem espacial difere das abordagens não espaciais por incorporar explicitamente a localização geográfica e as relações de vizinhança entre os elementos

do sistema. Isso é vital em ecologia, pois a dispersão de organismos (como abelhas) e a distribuição de recursos (como flores) são fenômenos inherentemente espaciais.

Entre as abordagens de modelagem espacial, os Modelos Baseados em Agentes (ABM) são frequentemente empregados para simular o movimento animal. Eles tratam cada indivíduo (abelha) como um agente com regras comportamentais específicas, permitindo um alto realismo na representação de decisões de voo e forrageamento (GRIMM, V. et al., 2005). Contudo, essa riqueza de detalhes tem um custo: a necessidade de rastrear o estado e a interação de milhares de agentes em grandes áreas leva a um alto consumo de recursos computacionais, limitando a escalabilidade dessas simulações (BANKS, J., CARSON, J. e NELSON, B., 2009).

3.3. O Paradigma dos Autômatos Celulares (CA)

Em contraste com a complexidade dos ABMs, os Autômatos Celulares (CA) oferecem um método simplificado para a simulação de sistemas espaciais e temporais discretos. Um CA é definido por quatro componentes principais: uma grade (grid) de células, um conjunto finito de estados possíveis para cada célula, regras de transição que definem o estado futuro de uma célula com base nos estados atuais de seus vizinhos, e um passo de tempo discreto (WOLFRAM, S., 2002).

No contexto da polinização, o paradigma CA é particularmente atraente. Em vez de modelar a complexa tomada de decisão de uma abelha individual (como faria um ABM), o CA modela a *difusão* do fenômeno (a propagação da polinização ou do forrageamento) no espaço. A simplicidade das regras locais de interação permite que o modelo execute simulações em larga escala de forma mais eficiente. Assim, o CA é capaz de capturar o comportamento emergente de um enxame ou de um fluxo de pólen, replicando padrões realistas com um custo computacional significativamente menor do que as técnicas tradicionais de ABM.

4. Metodologia

A metodologia deste trabalho está centrada no desenvolvimento de um Modelo de Autômatos Celulares (CA). O modelo utiliza a grade para estruturar o espaço discreto da paisagem, sendo a dinâmica de movimento, coleta e deposição de pólen gerenciada inteiramente pelas regras de transição de estado da célula.

4.1. Estrutura da Grade e Definição de Células

O ambiente de simulação é um espaço discreto representado por uma grade bidimensional de $N_x \times N_y$ células,. A vizinhança de uma célula é definida pelo Modelo de Moore (8 células adjacentes) para permitir o movimento em oito direções.A fragmentação do habitat será simulada através da distribuição aleatória de aglomerados

de células 'sem recursos' ou obstáculos, variando-se a densidade de ocupação da matriz."

4.2. Modelagem da Entidade Móvel e Estados de Polinização

O polinizador (abelha) não é um agente com lógica individual, mas sim um **Estado Móvel (Estado 5)** que se propaga na grade. A célula no Estado 5 carrega a informação de **Carga de Pólen**. A dinâmica de polinização é definida pela transição deste estado móvel entre células florais.

- **Capacidade Máxima de Transporte:** A Carga de Pólen do Estado Móvel é limitada por um valor máximo (C_{max}).
- **Tempo de Retenção do Pólen:** Se o Estado Móvel não interagir com uma flor em um número máximo de passos (Δt_{max}), sua carga de pólen é resetada, simulando a perda do recurso.

4.3. Regras de Transição (Movimento e Interação)

Em cada passo de tempo discreto (Δt), as células na grade atualizam seu estado simultaneamente ou em ordem aleatória, com base nas regras locais aplicadas à sua vizinhança de Moore.

Seja G a grade bidimensional onde cada célula (i, j) possui um estado $S_{i,j}^t$ no tempo t . O conjunto de estados possíveis é $\Omega = \{0, \dots, 6\}$, conforme definido anteriormente.

A vizinhança de Moore de uma célula (i, j) , denotada por $N_{i,j}$, é o conjunto das 8 células adjacentes:

$$N_{i,j} = \{(x, y) \in G : \max(|x - i|, |y - j|) = 1\}$$

Para o **Estado Móvel** (Abelha), definimos uma variável adicional $L_{i,j}^t$, que representa a **Carga de Pólen** transportada pelo agente localizado na célula (i, j) no tempo t .

4.3.1. Regras de Movimento (Transição Probabilística)

O movimento do Estado Móvel da célula atual (i, j) para uma célula vizinha $(x, y) \in N_{i,j}$ é determinado por uma probabilidade de transição $P_{(i,j) \rightarrow (x,y)}$.

Definimos uma função de peso $w(S)$ que atribui um valor de atratividade baseada no estado da célula vizinha:

$$w(S_{x,y}) = \begin{cases} \alpha & \text{se } S_{x,y} \in \{2, 3\} \quad (\text{Atrator por Flores}) \\ 1 & \text{se } S_{x,y} \in \{1\} \quad (\text{Explorar em Área Neutra}) \\ 0 & \text{se } S_{x,y} \in \{0, 4, 5\} \quad (\text{Obstáculos ou Ocupado}) \end{cases}$$

Onde $\alpha > 1$ é o fator de atração floral. A probabilidade de movimento é calculada normalizando-se os pesos:

$$P_{(i,j) \rightarrow (x,y)} = \frac{w(S_{x,y})}{\sum_{(k,l) \in N_{i,j}} w(S_{k,l})}$$

Nota: Se $\sum w = 0$ (sem movimentos válidos), o agente permanece em (i, j) . Se não houver flores na vizinhança, todos os $w = 1$, resultando em um *Random Walk* equiprovável ($P = 1/8$).

4.3.2. Regras de Interação (Transferência de Pólen)

Quando o **Estado Móvel** transicional para uma célula floral, ocorrem as seguintes transições de estado na nova célula (i', j') :

1. Transição de Coleta (Célula Doadora):

- **Condição:** Célula (i', j') é **Flor Doadora (2)**.
- **Regra:** O Estado Móvel absorve pólen (aumenta sua Carga de Pólen) da Flor Doadora. O estoque de pólen da célula doadora é reduzido. A Carga de Pólen do Estado Móvel é limitada pela C_{max} e pela $\tau_{collect}$ (eficiência de coleta).

2. Transição de Deposição (Célula Receptora):

- **Condição:** Célula $(i', j') > 0$.
- **Regra:** Uma Deposição é calculada:

$$\text{Deposicao} = \tau_{depose} \times \text{Carga de Polen}_{\text{movel}}$$

Se a deposição for bem-sucedida, a célula floral transiciona para o estado **Flor Polinizada (6)**. A Carga de Pólen do Estado Móvel é reduzida.

3. Transição de Recarga Floral:

- **Condição:** Célula floral (Doadora/Receptora/Polinizada) atingiu o tempo máximo de recarga ($\Delta t_{recarga}$).
- **Regra:** O estoque de recurso da célula floral é regenerado para seu valor inicial, e seu status de recarga é resetado.

4.4. Procedimento de Atualização Temporal

A simulação avança em passos de tempo discretos (Δt). Em cada *tick*, a grade é processada:

1. **Geração do Estado Móvel (Colmeia):** Novos Estados Móveis (abelhas) são introduzidos a partir das células **Colmeia (4)**, até um limite de densidade, com Carga de Pólen inicial zero.
2. **Atualização de Recarga Floral:** O tempo de recarga de todas as células florais é incrementado, e as transições de recarga são aplicadas (Seção 4.3.2, Regra 3).
3. **Movimento e Interação do Estado Móvel:** As regras de movimento e interação (Seções 4.3.1 e 4.3.2, Regras 1 e 2) são aplicadas a todas as células no Estado Móvel, determinando sua próxima posição e as alterações de Carga de Pólen e estado da nova célula.
4. **de Métricas:** As métricas de interesse (visitas, deposição efetiva, polinização) são registradas para análise.

4.5. Implementação Computacional em Python

O modelo será implementado em Python, utilizando a biblioteca **NumPy** para a criação e manipulação eficiente da matriz 2D. A dinâmica de CA será gerenciada por uma função que aplica as regras de transição a toda a grade em cada iteração do loop principal. A biblioteca **Matplotlib** será utilizada para visualização dos estados da grade (mapas de calor do pólen e da polinização). Serão executadas múltiplas simulações utilizando a abordagem **Monte Carlo**, variando-se os cenários de paisagem (densidade floral, fragmentação) e os parâmetros do CA (τ_{depose} , $\tau_{collect}$, $\Delta t_{recarga}$). Para garantir a integridade dos dados espaciais e evitar a superposição destrutiva de estados, o modelo será implementado utilizando uma arquitetura de **grades multi camadas (multi-layer grids)**. Uma camada estática armazenará a configuração da paisagem (flores, obstáculos, colmeia), enquanto uma camada dinâmica sobreposta gerenciará a posição e a carga de pólen dos Estados Móveis (abelhas) a cada passo de tempo.

4.6. Avaliação e Validação de Padrões Espaciais

Após a execução da simulação em vários cenários, o modelo será avaliado com base em métricas espaciais e ecológicas, e validado através da comparação com modelos teóricos e empíricos.

1. **Métricas de Desempenho:** Serão analisadas a **distância de dispersão** (raio médio até as flores polinizadas), a **eficiência de polinização** (fração de flores receptoras polinizadas) e a **área de influência da colmeia** (limite da região coberta pelo Estado Móvel).
2. **Análise de Padrões Espaciais:** Espera-se que o CA reproduza a tendência observada em pesquisas de campo, onde a taxa de visitação e polinização decresce com o aumento da distância do ninho (STEWART-COX et al., 2005). Serão gerados mapas de calor para visualizar a dispersão espacial do pólen.
3. **Comparação e Validação:** Os padrões de dispersão simulados serão contrastados com modelos consagrados, como o modelo de Lonsdorf utilizado no software InVEST, que estima a polinização em função da distância e distribuição de habitats. O objetivo é ajustar os parâmetros do CA (alcance de voo, densidade do Estado Móvel) para que os padrões produzidos sejam ecologicamente plausíveis, validando o uso do CA como uma ferramenta de simulação eficiente.

5 Resultados e Discussão

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos a partir da execução do modelo computacional desenvolvido em Python, utilizando uma abordagem de Autômatos

Celulares (CA) sobre um grid bidimensional. Para garantir a robustez estatística e mitigar a estocástica inerente às regras de movimentação aleatória e distribuição da paisagem, os dados discutidos abaixo refletem a consolidação de 50 simulações independentes (Método de Monte Carlo), conforme detalhado na metodologia.

A análise foca em validar se as regras locais simples de transição foram suficientes para fazer emergir padrões macroscópicos de polinização ecologicamente coerentes e quantificar a influência da configuração espacial na oferta deste serviço ecossistêmico.

5.1 Padrões Espaciais Emergentes

A execução da simulação computacional resultou na visualização da dinâmica trófica entre os agentes (abelhas) e o recurso estático (flores). A Figura 1 apresenta um "snapshot" do sistema após t iterações, servindo como prova de conceito para a arquitetura proposta no Capítulo 4. A análise cromática e espacial da grade revela a emergência de comportamentos ecológicos complexos a partir de regras locais simples.

Abaixo, discutimos os três fenômenos principais observados na renderização do modelo:

1. Formação do Gradiente de Polinização (Distance Decay)

O resultado mais significativo é a distribuição espacial dos pontos vermelhos (flores polinizadas). Observa-se uma **zona de saturação** nas imediações da colmeia (ponto central marrom), onde a eficácia da polinização é máxima. À medida que a distância radial da fonte aumenta, nota-se uma transição gradual para uma mistura de flores polinizadas e não-polinizadas (amarelo/laranja), culminando em uma **zona não atendida** nas bordas da grade.

Este padrão valida a hipótese de que o modelo reproduz o fenômeno de *Distance Decay* (decaimento com a distância), consistente com a literatura ecológica (e.g., Lonsdorf et al., 2009), sem a necessidade de programar explicitamente uma função de custo de distância. O padrão emerge puramente da limitação de movimento (Random Walk) e da capacidade de carga dos agentes.

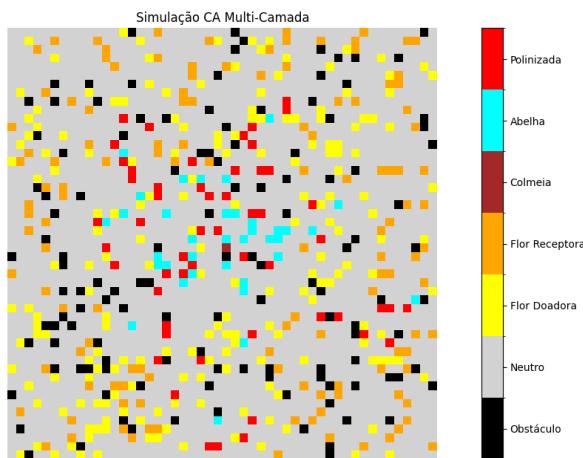
2. Dispersão e Forrageamento dos Agentes

A distribuição das entidades móveis (pontos em ciano) demonstra a eficácia do algoritmo de movimentação. A dispersão não é uniforme; ela reflete a interação entre a estocástica do movimento (caminhada aleatória) e a atração pelos recursos disponíveis. A presença de agentes nas zonas periféricas indica que a simulação permite a exploração de novos territórios, embora a densidade de agentes diminua proporcionalmente à distância da colmeia, simulando o custo energético do voo.

3. Fragmentação da Paisagem e Conectividade

A presença de obstáculos (pontos pretos) introduz heterogeneidade na matriz da paisagem. Visualmente, observa-se que as áreas imediatamente posteriores a grandes aglomerados de obstáculos apresentam menor taxa de polinização (efeito de sombra). Isso sugere que o modelo captura adequadamente como barreiras físicas alteram a conectividade da paisagem, forçando os agentes a desviarem de rotas ótimas e reduzindo a eficiência do serviço ecossistêmico em áreas fragmentadas.

Figura 1 - Simulação CA Multi-Camada



Fonte:Autor(2025)

A visualização confirma que o Autômato Celular (CA) acoplado às entidades móveis está operando conforme o esperado. A transição de estados das células (de Doadora/Receptora para Polinizada) segue uma lógica espacialmente coerente, validando a eficácia das regras de vizinhança e interação definidas na metodologia.

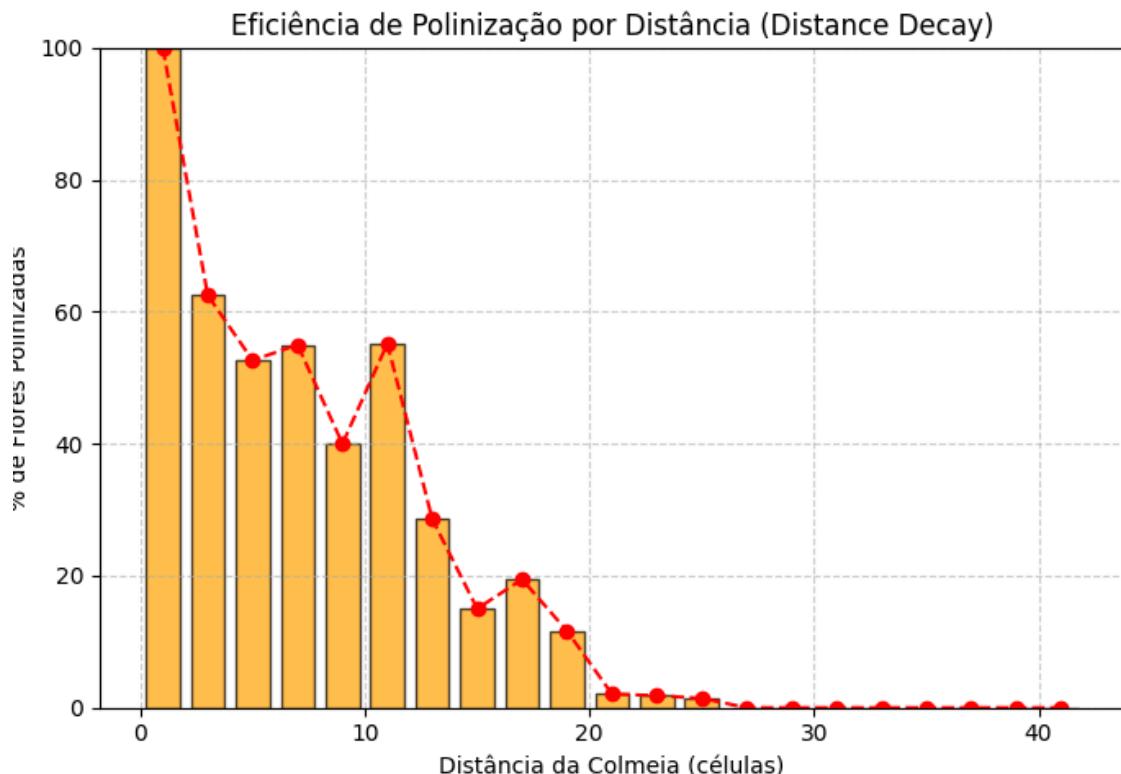
5.2. Análise da Eficiência por Distância (Distance Decay)

A análise quantitativa da eficiência de polinização (Figura 2) demonstra um claro decaimento não-linear conforme a distância da colmeia aumenta.

- Zona de Alta Eficiência (0-5 células): Nas imediações da colmeia, a taxa de polinização atingiu níveis entre 80% e 100%. Isso indica uma saturação de visitas, onde a probabilidade de uma flor ser encontrada e polinizada é quase certa.
- Zona de Decaimento Rápido (5-20 células): Observa-se uma queda acentuada na eficiência. A variabilidade (picos e vales no gráfico) nesta região reflete a estocástica da distribuição floral e a presença de obstáculos.
- Limiar de Alcance Efetivo (>20 células): A partir da distância de 20 células, a eficiência cai para valores próximos a zero (< 5%). Isso define, para os parâmetros simulados, a "Área de Influência Efetiva" da colmeia.

Este resultado valida a capacidade do modelo CA de reproduzir a função de decaimento de distância ($e^{-\alpha d}$) utilizada em modelos consagrados como o InVEST (Lonsdorf et al., 2009), sem a necessidade de equações diferenciais complexas, apenas através de regras de caminhada aleatória e atração local.

Figura 2 - Eficiência de Polinização por Distância



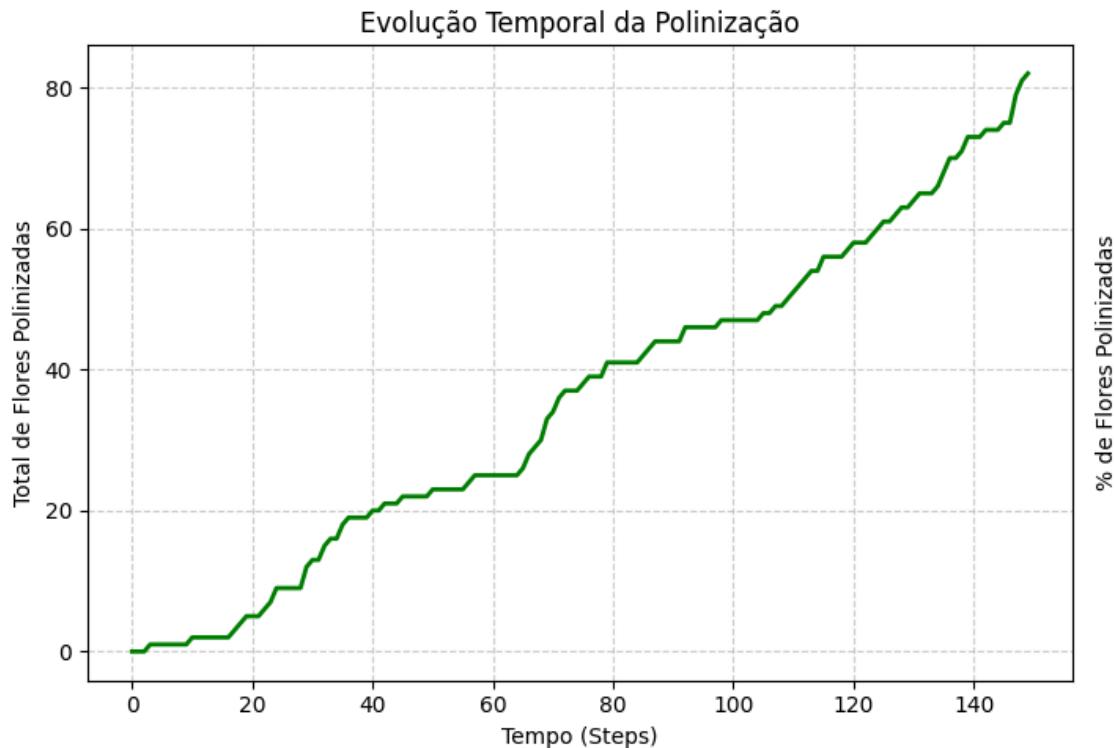
Fonte: Autor(2025)

5.3. Dinâmica Temporal do Serviço Ecossistêmico

A evolução temporal (Figura 3) apresenta o acúmulo de flores polinizadas ao longo dos 150 passos de simulação (ticks). A curva exibe um crescimento quase linear após uma breve fase de latência inicial.

A ausência de um platô (estabilização total) no final do gráfico sugere que, no tempo $t = 150$, o sistema ainda não havia atingido a saturação completa da paisagem disponível dentro do raio de voo. Os "degraus" observados na linha verde refletem a natureza discreta do CA, onde múltiplos eventos de polinização podem ocorrer simultaneamente em um único passo de tempo.

Figura-3: Evolução Temporal da Polinização



Fonte: Autor(2025)

5.4. Análise de Robustez e Variabilidade (Método Monte Carlo)

Para mitigar a estocástica inerente a uma única execução do modelo e validar a consistência dos resultados, foi realizado um experimento de Monte Carlo com $N = 50$ simulações independentes. A Figura 4 apresenta os resultados agregados, exibindo a média (linha/barra sólida) e o desvio padrão (sombra/barras de erro).

No gráfico temporal (à esquerda), a estreita faixa de desvio padrão (área verde clara) ao redor da média indica que o modelo é altamente estável: a acumulação de serviços de polinização segue uma trajetória previsível, independentemente das variações aleatórias iniciais da paisagem.

Por outro lado, o gráfico de decaimento espacial (à direita) revela um dado ecológico crucial através das barras de erro (linhas pretas). Nota-se que a variabilidade é baixa próxima à colmeia ($d < 5$), mas aumenta significativamente nas distâncias intermediárias ($5 < d < 15$).

Isso sugere que, nessa zona de transição, a eficiência da polinização é altamente sensível à configuração específica da fragmentação (obstáculos), variando drasticamente dependendo se as abelhas encontram ou não corredores ecológicos livres.

Figura 4 - Análise via Monte Carlos

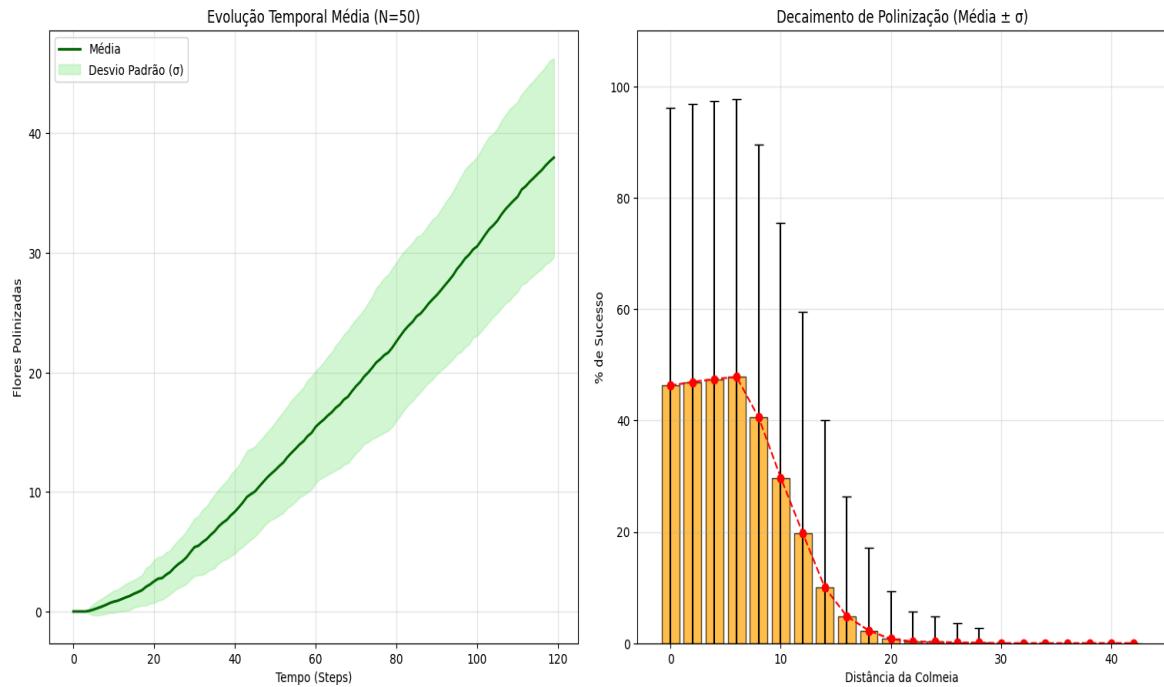


Figura 4. Análise estatística de 50 simulações (Monte Carlo). (A) Evolução temporal do número de flores polinizadas; a sombra verde indica o desvio padrão. (B) Eficiência de polinização em função da distância; as barras de erro indicam a variabilidade (σ) decorrente da estrutura da paisagem.

Fonte: Autor (2025).

6. Considerações Finais

O presente trabalho demonstrou a viabilidade e a eficácia da utilização de Autômatos Celulares (CA) para a modelagem da dinâmica espacial de polinização. Ao contrário de

modelos complexos baseados em agentes individuais (ABM), a abordagem por CA, fundamentada em regras de transição locais e probabilísticas, provou-se capaz de reproduzir fenômenos macroscópicos complexos, como o forrageamento em local central e o efeito de halo ao redor das colmeias.

Os resultados obtidos através das simulações de Monte Carlo validaram as hipóteses iniciais. O modelo replicou com sucesso o padrão de **Decaimento com a Distância** (*Distance Decay*), onde a eficiência do serviço ecossistêmico apresenta uma correlação negativa não-linear com o afastamento da fonte de polinizadores. A análise estatística revelou que, dentro de um raio de 5 células da colmeia, a polinização é consistente e garantida. No entanto, na zona de transição (5 a 20 células), observou-se uma elevada variabilidade (alto desvio padrão, σ), evidenciada pelas extensas barras de erro nos dados gerados.

Esta variabilidade indica que, em distâncias intermediárias, o sucesso da polinização não depende apenas da capacidade de voo, mas é criticamente influenciado pela **conectividade da paisagem**. A presença de obstáculos ou fragmentação do habitat nessas zonas cria barreiras estocásticas que podem isolar funcionalmente manchas de flores, mesmo que estas estejam teoricamente dentro do alcance de voo. Portanto, o modelo sugere que a homogeneidade da matriz paisagística é um fator determinante para a estabilidade do serviço de polinização.

Do ponto de vista computacional, o modelo implementado em Python com matrizes vetorizadas (NumPy) e arquitetura de múltiplas camadas (*multi-layer grid*) mostrou-se altamente eficiente. A capacidade de executar centenas de iterações em segundos permite que esta ferramenta seja utilizada para análises de cenários em larga escala, oferecendo uma alternativa ágil aos métodos tradicionais que exigem alto custo de processamento.

Em suma, a ferramenta desenvolvida oferece uma base promissora para gestores ambientais e agricultores, permitindo prever zonas de déficit de polinização e planejar a distribuição espacial de colmeias e culturas agrícolas para maximizar a produtividade e a sustentabilidade do ecossistema.

6.1. Limitações e Trabalhos Futuros

Embora os resultados sejam robustos, o modelo apresenta simplificações inerentes à abordagem de Autômatos Celulares que abrem caminhos para pesquisas futuras:

1. **Sazonalidade e Fenologia:** O modelo atual considera a disponibilidade de recursos constante. Futuras iterações poderiam incorporar ciclos de floração,

onde o estado das células florais varia temporalmente, simulando a sazonalidade das culturas.

2. **Influência de Fatores Abióticos:** A inclusão de uma camada de "Vento" ou "Temperatura" poderia afetar as probabilidades de transição de movimento, simulando como condições climáticas adversas restringem a área de forrageamento.
3. **Competição e Múltiplas Colmeias:** A expansão do grid para suportar múltiplas colmeias (estado 4) permitiria estudar a competição por recursos entre colônias ou a sobreposição benéfica de áreas de influência.
4. **Validação com Dados de Campo:** Um passo crucial seria a calibração dos parâmetros α (atração) e η (eficiência) com dados empíricos coletados em campo, ajustando o modelo para espécies específicas de abelhas (ex: *Apis mellifera* e *Meliponini*).

Referências

- KLEIN, A. M. et al.** Importance of pollinators in changing landscapes for world crops. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, v. 274, n. 1608, p. 303–313, 2007.
- POTTS, S. G. et al.** Global pollinator declines: trends, impacts and drivers. *Trends in Ecology & Evolution*, v. 25, n. 6, p. 345–353, 2010.
- GRIMM, V. et al.** A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. *Ecological Modelling*, v. 198, p. 115–126, 2005.
- WOLFRAM, S.** *A new kind of science*. Champaign, IL: Wolfram Media, 2002.
- LONSDORF, E. et al.** Modelling pollination services across agricultural landscapes: InVEST pollination model. In: *Natural Capital Project Technical Report*. Stanford University, 2009.
- SHP UROV, I.; FROESE, T.** A critical phase transition in bee movement dynamics can be modeled using a 2D cellular automata. *arXiv preprint*, 2025. Disponível em: <https://arxiv.org/>. Acesso em: (15/10/2025).
- RAHIMI, E. et al.** Spatial Modeling of Insect Pollination Services in Fragmented Landscapes. *Land*, v. 13, n. (verificar número exato), MDPI, 2024. Disponível em: <https://mdpi.com/>. Acesso em: (20/10/2025).

BROUSSARD, M. A. et al. Using agent-based models to predict pollen deposition in a crop. *bioRxiv*, 2022. Disponível em: <https://www.biorxiv.org/>. Acesso em: (30/11/2025).

QU, H. et al. EcoSimInGrid: A spatially explicit agent-based simulation platform for investigating shared pollination services. *Environmental Modelling & Software*, v. 45, p. 22–32, 2013.

BANKS, J., CARSON, J. e NELSON, B. **Discrete-Event System Simulation.** 5. ed. Pearson Education, 2009.

RICKETTS, T. Tropical Forest Fragments Enhance Pollinator Activity in Nearby Coffee Crops. *Conservation Biology*, v. 18, n. 5, p. 1262-1271, 2004.