

# Lezione 6

## Espressione Complementare

### Esempi di verifica di identità

#### Verifica con la duale

#### Verifica con la complementare

### SOP E POS

#### Esempio calcolo tavola della verità dalla forma SOP e POS

## Ottenere l'espressione in forma normale SOP O POS

### Circuito Forma SOP

### Circuito Forma POS

## Forma Canonica SOP e POS

### Ottenere forma canonica dalla normale

#### SOP

#### POS

---

## Espressione Complementare

Essa è utile per verificare se due espressioni coincidono  $\rightarrow x = y$

L'espressione complementare ci da il valore complementato delle variabili e si può applicare in due modi:

### ▼ Complementare $\rightarrow$ Leggi di De Morgan

Es.  $a\bar{b} + \bar{a}c$

La complementare è:  $a\bar{b} + \bar{a}b \rightarrow \overline{a\bar{b}} * \overline{\bar{a}b} \rightarrow (\bar{a} + b)(a + \bar{c})$

### ▼ Duale

Es.  $a\bar{b} + \bar{a}c$

Duale  $\rightarrow (a + \bar{b})(\bar{a} + c) \rightarrow$  (la duale ricordiamo consiste nel scambiare i segni)

Complemento  $\rightarrow (\bar{a} + b)(a + \bar{c})$

## Esempi di verifica di identità

▼  $a + \bar{a}b = a + b$

$$\rightarrow (a + \bar{a})(a + b) = a + b$$

$$\rightarrow 1(a + b) = a + b$$

## Verifica con la duale

$$\blacktriangledown a + \bar{a}b = a + b \rightarrow a(\bar{a} + b) = ab$$

Distributiva

$$a\bar{a} + ab = ab$$

$$\rightarrow ab = ab$$

## Verifica con la complementare

▼ Legge di De Morgan

$$\overline{a + \bar{a}b} = \overline{a + b}$$

$$\rightarrow \bar{a} * \overline{\bar{a}b} = \bar{a} * \bar{b}$$

$$\rightarrow \bar{a}(a + \bar{b}) = \bar{a} * \bar{b}$$

Distribuzione

$$\bar{a}a + \bar{a}\bar{b} = \bar{a}\bar{b}$$

Complemento elemento neutro

$$0 + \bar{a}\bar{b} = \bar{a}\bar{b}$$

## SOP E POS

Sono modi di esprimere l'espressioni

SOP = Sum of products = somma di prodotti

POS = Products of sum = Prodotti di somme

Esempio di sop  $\rightarrow ac + ab$

Esempio di pos  $\rightarrow (a+a)(a+b)(c+a)(c+b)$

Esempio di pos sbagliato  $\rightarrow (a+ab)(c+ab) \rightarrow$  Bisogna scoprirlo ancora, devo avere solo somme nelle parentesi e non altri prodotti

Entrambe le forme comunque sono uguali, cambiano solo il modo di scriverle.

## Esempio calcolo tavola della verità dalla forma SOP e POS

ES.  $ac + \bar{a}b\bar{c} = (a + \bar{a}b\bar{c})(c + \bar{a}b\bar{c})$   
 $= (a + \bar{a})(\bar{a} + b)(\bar{a} + \bar{c})(c + \bar{a})(c + b)(c + \bar{c})$

ESPRESSIONE NORMALE SOP  
SUM OF PRODUCTS

ESPRESSIONE NORMALE POS  
PRODUCT OF SUMS

TAVERLA DI VERITA'

abc	$f_{sop}$	$f_{pos}$
000	0	0
001	0	0
010	1	1
011	0	0
100	0	0
101	1	1
110	0	0
111	1	1

Semplicemente bisogna:

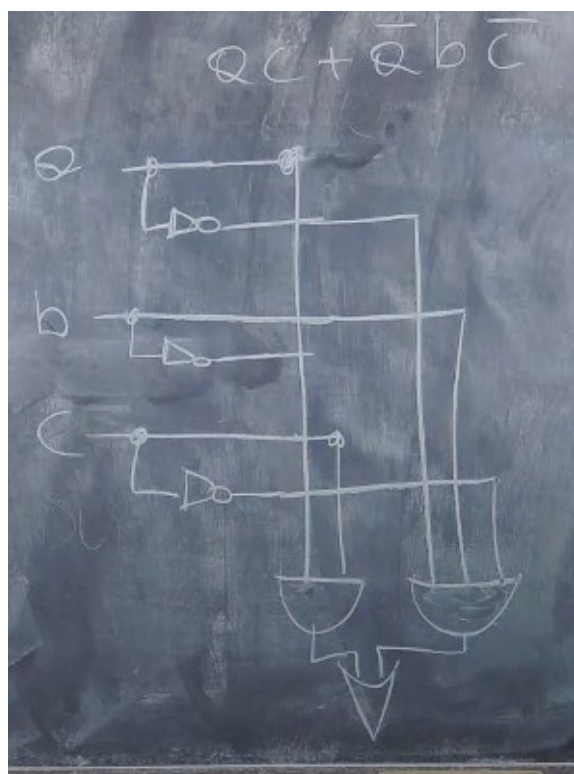
- Contrassegnare gli 1 nella tabella con la forma SOP quando entrambi i valori sono uno o gli 0 quando uno dei due prodotti è uguale a 0
- Contrassegnare gli 0 nella tabella con la forma POS quando almeno una somma è uguale a 0

## Ottenere l'espressione in forma normale SOP O POS

- De Morgan (necessario solo se le operazioni non sono sulle singole variabili, **guarda esempio pos sbagliato sopra**)
- Proprietà distributiva
- Elimino i termini ripetuti (es.  $aab \rightarrow ab$  o  $ab+ab \rightarrow ab$ )
- Assorbimento

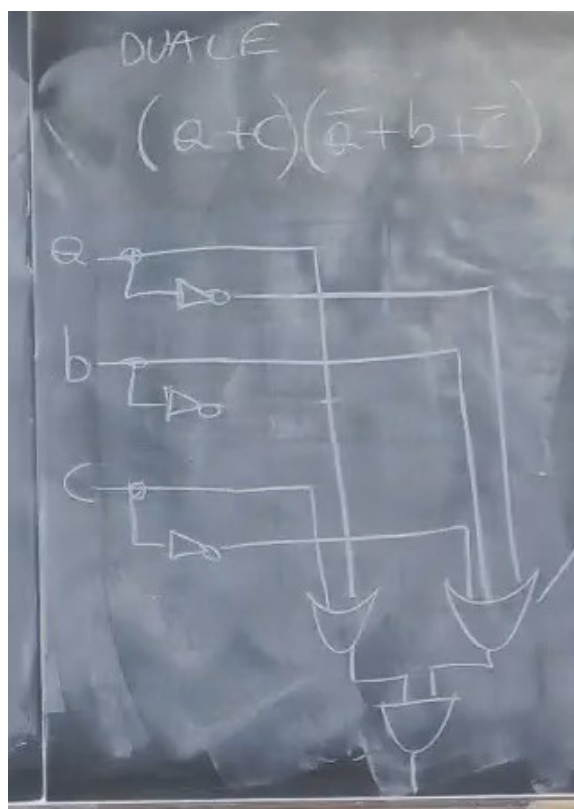
## Circuito Forma SOP

Schematizziamo mettendo un livello di porte AND ed un livello di porta OR



## Circuito Forma POS

(Esempio duale della forma sop superiore, non è equivalente a quella sopra)



Stessa cosa nella pos, un livello di porte OR ed un livello di porta AND

# Forma Canonica SOP e POS

Nella forma canonica, ad esempio SOP, tutti i termini prodotto hanno tutte le variabili

Esempio SOP canonica  $\rightarrow abc + \bar{a}bc$



SOP: Un termine prodotto dove compaiono tutte le variabili in forma vero o complementato si chiama **mintermine**, per esempio in  $\rightarrow ab + \bar{a}\bar{b}c \rightarrow \bar{a}\bar{b}c$  è **mintermine** anche se con i valori negati/complementati.



POS: Un termine somma dove compaiono tutte le variabili in forma vero o complementato si chiama **maxtermine**, per esempio in  $\rightarrow (a + b)(a + \bar{b} + c) \rightarrow a + \bar{b} + c$  è **maxtermine** anche se con i valori negati/complementati.

Ricapitolando:

SOP canonica è quella dove tutti i termini prodotto solo **mintermini**

POS canonica è quella dove tutti i termini somma solo **maxtermini**

## Ottenere forma canonica dalla normale

### SOP

- Moltiplicare per la somma della variabile mancante e il suo complemento
- Proprietà distributiva
- Eliminare termini ripetuti (se ci sono)

Es.  $ac + \bar{a}b\bar{c}$

$\rightarrow a(b + \bar{b})c + \bar{a}b\bar{c} \rightarrow$  (Non altera il valore)

$\rightarrow ac(b + \bar{b}) + \bar{a}b\bar{c} \rightarrow$  Proprietà distributiva

$\rightarrow abc + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} \rightarrow$  Forma canonica

### POS

- Sommare per il prodotto della variabile mancante e il suo complemento
- Proprietà distributiva
- Eliminare termini ripetuti (se ci sono)

Es.  $(a + c)(\bar{a} + b + \bar{c})$

$$\rightarrow (a + b\bar{b} + c)(\bar{a} + b + \bar{c})$$

$$\rightarrow (a + b + c)(a + \bar{b} + c)(\bar{a} + b + \bar{c})$$