Lezione 16

Logica predicativa, Termini e Formule, Interpretazione, Modello e Contromodello

Logica predicativa, Termini e Formule, Interpretazione, Modello e Contromodello

Lezione 16

giovedì 2 dicembre 2021 13:50

- Logica predicativa

  - Variabili: x, y, z
  - costanti: a, b, c
  - Simboli funzionali: f, g, h
  - Simboli predicativi: P, Q, R
  - connettivi: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ • Logica proposizionale
  - Quantificatori: $\forall, \exists$

  → = simboli proposizionali ma con Arità 0

  Unario → $P(x) \neq P$

Termini

- Variabili e costanti sono termini
- Se $t_1 \dots t_n$ sono termini e f è un simbolo funzionale di arità n, allora $f(t_1, \dots, t_n)$ è un termine

  es.
  - $f(x,y,z)$ → È un termine, simbolo funzionale a 3 posti
  - $g(x,3,z)$ → //
  - $g(1,2,3)$ → //
  - $f(g(1,2,3),3)$ → //, $f(g(\dots),3)$ è binaria, $g(1,2,3)$ è ternaria

formule

- Se p è un simbolo predicativo a n posti e $t_1 \dots t_n$ allora $P(t_1, \dots, t_n)$ è una formula

  es.
  - $P(x,y,z)$ → È una formula
  - $P(f(1,2,3),3)$ → //

- Connettivi tra formule producono formule

- Se a è una formula e x è una variabile

$\exists x\, A \quad \forall x\, A$

↳ ovvero $\forall x\, P(x)$ è una formula

$\exists x\, \forall y\; Q(x,y)$

↳ Quantificatore (legame)

Esempio sul concetto di simmetria

→ È un predicato: o è vera o è falsa

$$\forall x\, \forall y\; \text{"}(x,y) \in R\text{"} \rightarrow (y,x) \in R$$

Simb. pred.

$$\boxed{\forall x \forall y\; R(x,y) \rightarrow R(y,x)}$$

formula "ben formata" o sintatticamente corretta

$$\forall x \forall y\; \underline{R(x,y)} \rightarrow \underline{R(y,x)} \qquad *\text{formula}$$

$$\forall x \forall y\; \underline{R(x,y) \rightarrow R(y,x)}$$

$$\forall x\, \underline{\forall y\; R(x,y) \rightarrow R(y,x)}$$

$$\underline{\forall x} \forall y\; \underline{R(x,y) \rightarrow R(y,x)}$$

- ## Interpretazione

Dominio - universo del discorso

$$\forall x\, \forall y\; \underline{R(x,y)} \rightarrow R(y,x)$$

↳ in base al significato avremo la nostra interpretazione

es

Se R(x,y) signfica x > y allora avremo:
- Per ogni x e per ogni y, se x > y allora y > x (falsa)

Se R(x,y) signfica x = y allora avremo:
- Per ogni x e per ogni y, se x = y allora y = x (vera)

L'interpretazione di una foruma è stabilire l'universo del discorso (numeri, simboli) e stabilire una interpretazione dei simboli che appaiono dentro la formula.

- Il valore di un predicato è il valore di verità
- Il valore di una funzione è un valore qualsiasi in base a dove è definita

- Dobbiamo interpretare anche le costanti (a,b,c), ovvero dire che a = 6 o che b = 5

$\exists x\ P(x)$

$\mathbb{N}$ $P(x)$ "$x \geq 0$"
$\forall x\ P(x)$ } formula vera

$\mathbb{N}$ $P(x)$ "$x \geq 7$"
$\forall x\ P(x)$ } formula falsa

poichè non vera per $0 \leq x < 7$

(automobile) x è blu

$\forall x\ P(x)$ ✗ non tutte le auto sono blu

$\exists x\ P(x)$ ✓ esistono auto blu

- Modello / Contro modello

- Un modello è un'interpretazione che rende vera la formula
- Un contromodello è un'interpretazione hce rende falsa la formula
- Se la formula è sempre vera indipendentemente dall'interpretazione allora è una tautologia

ovvero:
- è falsificabile se esiste un contromodello
- è soddisfacibile se esiste un modello

$P(x,y)$ "$x \in y$" $\Rightarrow$ $\exists y \forall x\ \neg P(x,y)$

$\neg \exists x (A(x) \rightarrow \forall y A(y))$

$\cancel{\neg} \exists x (A(x) \rightarrow \forall y A(y))$

T S F I

se togliamo la $\neg$ (negazione)

T tautologia
S soddisfacibile
F falsificabile
I insoddisfacibile