Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale) - 12 Febbraio 2019

☐ prima parte: esercizi $1-5$, ☐ induzione: esercizio 6; ☐ seconda parte: esercizi $7-10$

Indicare qui sopra le parti del compito che sono state svolte

Nome e Cognome: ____

Es 1. Per ogni tripla di insiemi A, B e C tali che $A - B = C$ si ha:

$\square_V \square_F$ **A.** $C \neq \emptyset$;
$\square_V \square_F$ **B.** $C \cup A = B$;
$\square_V \square_F$ **C.** $C \subseteq A$.

Es 2. Per ogni coppia di insiemi A e B si ha che
$\square_V \square_F$ **A.** se A è numerabile allora $A - B$ è numerabile;
$\square_V \square_F$ **B.** se A e B non sono numerabili allora $A \cap B$ non è numerabile;
$\square_V \square_F$ **C.** se A e B sono numerabili allora $A \times B$ è numerabile;

Es 3. Si consideri la relazione $D = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbf{N}$ e a divide $b\}$.
$\square_V \square_F$ **A.** D è una relazione d'ordine stretto;
$\square_V \square_F$ **B.** D è una relazione d'ordine largo;
$\square_V \square_F$ **C.** esiste $x \in \mathbf{N}$ tale che per ogni $y \in \mathbf{N}$ se $x \neq y$ allora $(y, x) \in D$.

Es 4. Scrivere una relazione di ordine stretto sull'insieme $A = \{\mathrm{P,L,M,G}\}$.

Rispondere qui

Es 5. Scrivere la definizione di *chiusura simmetrica* di una relazione.

Rispondere qui

Es 6. Sia x un numero reale. Dimostrare che per ogni $n \geq 2$ si ha

$$(1-x)\sum_{k=0}^{n-1} x^k = 1 - x^n.$$

Rispondere qui

Es 7. Definire il concetto di *modello* nella logica predicativa.

Rispondere qui

Es 8. Vero o Falso? (N.B. Le lettere A, B, C, p_1, p_2, p_3 variano su proposizioni arbitrarie nel linguaggio della logica proposizionale, non necessariamente distinte).

$\square_V \square_F$ **A.** $((p_1 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_3 \wedge p_2) \vee (\neg p_1 \vee p_3))$ è una tautologia;

$\square_V \square_F$ **B.** Se $A \models B \vee C$ e $B \models \neg C$ allora $(A \to C) \models \neg B$;

$\square_V \square_F$ **C.** Se $A \wedge \neg B$ è soddisfacibile allora $A \to B$ è insoddisfacibile;

$\square_V \square_F$ **D.** Se esiste B tale che il tableau di $(B \wedge \neg A)$ ha tutti i rami chiusi allora A è una tautologia;

Es 9. I seguenti i enunciati sono verità logiche: Vero o Falso?

$\square_V \square_F$ **A.** $\exists x \forall y (A(y) \to \neg B(x))$;

$\square_V \square_F$ **B.** $\exists y (\neg \exists x \neg A(x) \vee \neg A(y))$.

Es 10. Formalizzare le proposizioni A, B, C seguenti con enunciati nel linguaggio predicativo $\mathcal{L}$ composto da un simbolo $<$ di relazione a due argomenti.

A. La relazione $<$ ha un elemento minimo.

Rispondere qui

B. La relazione $<$ non ha un elemento massimo;

Rispondere qui

C. La relazione $<$ è *densa*, vale a dire che ogni coppia di elementi nella relazione $<$ possiede un elemento intermedio.

Rispondere qui