Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale)

Prova scritta - 10 Febbraio 2020

Nome e Cognome ______________________________
(STAMPATELLO)

La prova è divisa in quattro parti, corrispondenti rispettivamente agli esercizi $1-4$ (insiemi, relazioni, funzioni), $5-6$ (numerabilità, equivalenza), 7 (induzione) e $8-10$ (logica). Lo studente dovrà ottenere la sufficienza su ciascuna delle parti.

Es. 1. Sia $A = \{2, \{4, 5\}, 4, (5, 1), 3\}$. Allora:

$\square_V \square_F$ **A.** $\exists x[(x \subset A) \wedge (5 \in x)]$;
$\square_V \square_F$ **B.** $\{5, 4\} \in A$;
$\square_V \square_F$ **C.** $\{3, 4\} \subseteq A$;
$\square_V \square_F$ **D.** $(4, 5) \in A$

Es. 2. Siano A e B tali che $A \cup B = B$. Allora sicuramente

$\square_V \square_F$ **A.** $A = B$;
$\square_V \square_F$ **B.** $A \subseteq B$;
$\square_V \square_F$ **C.** $A \notin B$;
$\square_V \square_F$ **D.** $A \neq \emptyset$;
$\square_V \square_F$ **E.** A e B hanno la stessa cardinalità.

Es. 3. La chiusura transitiva della relazione $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 2)\} \subseteq \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ è

$\square_V \square_F$ **A.** $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$;
$\square_V \square_F$ **B.** $\{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$;
$\square_V \square_F$ **C.** $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 1)\}$;
$\square_V \square_F$ **D.** una relazione di equivalenza su $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$;

Es. 4. Sia $Q = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c)\} \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{a, b, c, d\}$; allora

$\square_V \square_F$ **A.** Q è una funzione iniettiva;
$\square_V \square_F$ **B.** Q è una relazione di equivalenza;
$\square_V \square_F$ **C.** Q è una relazione transitiva;

Es. 5. Sia dato l'insieme $A = \{a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

$\square_V \square_F$ **A.** $\exists x \in A$ tale che $\forall y \in A$ si ha $\ell(y) \leq \ell(x)$, dove $\ell(x)$ indica la lunghezza di x;
$\square_V \square_F$ **B.** A non è numerabile;
$\square_V \square_F$ **C.** A è in corrispondenza biunivoca con l'insieme $\{2^k \mid k \in \mathsf{N}\}$;
$\square_V \square_F$ **D.** A contiene un insieme di parole di lunghezza infinita.

Es. 6. La relazione $\mathbf{R} = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x + y \text{ è pari}\}$ è una relazione di equivalenza? Fornire una giustificazione alla risposta e, nel caso affermativo, indicare l'insieme quoziente della relazione.

Rispondere qui

Es. 7. Dimostrare per induzione che, dato un insieme V di n punti con $n \geq 2$, possiamo collegarli a due a due con $\frac{n(n-1)}{2}$ segmenti distinti.

Rispondere qui

Es. 8. Formalizzare il seguente problema e verificare la correttezza dell'affermazione finale:

Se la Roma ha vinto la partita, allora il Brescia e il Genoa retrocedono. Se almeno uno tra il Brescia e il Genoa retrocede, allora la Sampdoria si salva. Quindi, se la Sampdoria non si salva, allora la Roma non ha vinto la partita.

Rispondere qui

Es. 9. Decidere se i seguenti enunciati sono validi:

$\square_V \square_F$ **A.** $(\forall x A(x) \to \forall x B(x)) \to \forall x(A(x) \to B(x))$;

$\square_V \square_F$ **B.** $(\forall x A(x) \to \exists x B(x)) \leftrightarrow \exists x(A(x) \to B(x))$.

Es.10. Formalizzare le proposizioni seguenti con enunciati nel linguaggio predicativo $\mathcal{L}$ composto da un simbolo $<$ di relazione a due argomenti (con la sua ovvia interpretazione).

A. $<$ ha un elemento minimo;

Rispondere qui

B. $<$ non ha un elemento massimo;

Rispondere qui

C. $<$ è denso, vale a dire che ogni coppia di elementi nella relazione $<$ possiede un elemento intermedio.

Rispondere qui