

Cognome Nome _____ Matricola _____

Esercizio 1 (5 punti)

Progettare un circuito che indichi quanti giorni ha un dato mese. Il mese è specificato da un input a 4 bit, $a_3a_2a_1a_0$. Ad esempio, se gli input sono (0001), il mese è gennaio e se gli input sono (1100), il mese è dicembre.

L'uscita del circuito, Y_2 , deve essere uguale a 1 solo quando il mese specificato dagli input ha 31 giorni, Y_1 , deve essere uguale a 1 quando il mese specificato ha 30 giorni e Y_0 , deve essere uguale a 1 quando il mese specificato ha 28 giorni. Scrivere le equazioni minime SOP e POS. Realizzare y_2 utilizzando i multiplexer 4-a-1.

A3	A2	A1	A0	Y2	Y1	Y0
0	0	0	0	-	-	-
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	-	-	-
1	1	1	0	-	-	-
1	1	1	1	-	-	-

Y2	a3	00 01		11 10	
		00	01	11	10
		00	- 0	1 1	
		01	1 1	- 0	
a1a0	11	1 1	- 0		
	10	0 0	- 1		

$$Y_2 = \bar{a}_3 a_0 + a_3 \bar{a}_0$$

$$Y_2 = (\bar{a}_3 + \bar{a}_0)(a_3 + a_0)$$

Y1 a3a2

a1a0 \	00	01	11	10
00	-	1	0	0
01	0	0	-	1
11	0	0	-	1
10	0	1	-	0

$$Y_1 = \bar{a}_3 a_2 \bar{a}_0 + a_3 a_0$$

$$Y_1 = (a_3 + \bar{a}_0)(a_2 + a_0)(\bar{a}_3 + a_0)$$

Y0 a3a2

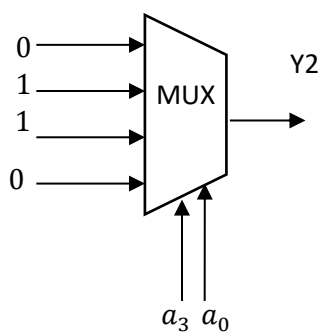
a1a0 \	00	01	11	10
00	-	0	0	0
01	0	0	-	0
11	0	0	-	0
10	1	0	-	0

$$Y_0 = \bar{a}_3 \bar{a}_2 \bar{a}_0$$

$$Y_0 = \bar{a}_3 \bar{a}_2 \bar{a}_0$$

$$Y_0 = \bar{a}_3 \bar{a}_2 \bar{a}_0$$

Mux 4-1



Esercizio 2 (4 punti)

- a. Convertire i numeri $X=111$ e $Y=78$ rappresentati in base 10 in complemento a 2 utilizzando 8 bits ed eseguire le operazioni $Z=X-Y$ e $W=X+Y$. Convertire i risultati in esadecimale.
- b. Eseguire l'operazione $W=X+Y$ tra i numeri $X=3AB$ e $Y=B73$ rappresentati in base 16. Convertire il risultato in base 10 e controllare la correttezza del risultato convertendo gli operandi iniziali.

a)

$$X = 0110_1111$$

$$Y = 0100_1110$$

$$X+Y = 1011_1101 \text{ **overflow**. (il numero 189 non può essere rappresentato in Ca2 usando 8 bits)}$$

Per $X-Y$ faccio il Ca2 di Y :

$$Y = 0100_1110$$

$$-Y = 1011_0001 + 1 = 10110010$$

Sommo $X + (-Y)$

$$X = 0110_1111$$

$$-Y = 1011_0010$$

$$X-Y = 10010_0001 \quad (33_{10} \rightarrow 2 \cdot 16 + 1 \rightarrow 21_{16})$$

b)

$$X=3AB \rightarrow 11+16 \cdot 10+256 \cdot 3 = 11+160+768 = 939$$

$$Y=A73 \rightarrow 3+16 \cdot 7+256 \cdot 11 = 3+112+2560 = 2675$$

$$X+Y=E1E \rightarrow 14+16 \cdot 1+256 \cdot 14 = 14+16+3584 = 3614$$

Esercizio 3 (5 punti)

Data l'espressione $f = \bar{a} \oplus b + \overline{(a + b)}(\bar{a}c + b)(a + c) + \bar{b}c$:

- 1) semplificarla e portarla in forma POS.
- 2) scrivere l'espressione canonica POS di f

1)

$$\begin{aligned}
 f &= \bar{a} \oplus b + \overline{(a + b)}(\bar{a}c + b)(a + c) + \bar{b}c \\
 &= \bar{a}\bar{b} + ab + \overline{(a + b)}(\bar{a}c + b)(a + c) + \bar{b}c \\
 &= \overline{(a + b)} + ab + \overline{(a + b)}(\bar{a}c + b)(a + c) + \bar{b}c \\
 &= \overline{(a + b)} + ab + \overline{(a + b)}(\bar{a}c + b)(a + c) + \bar{b}c \\
 &= \overline{(a + b)} + ab + \bar{b}c \\
 &= \bar{a}\bar{b} + ab + \bar{b}c = \bar{b}(\bar{a} + c) + ab = (a + \bar{b})(\bar{a} + b + c)
 \end{aligned}$$

2)

$$(a + \bar{b} + c)(a + \bar{b} + \bar{c})(\bar{a} + b + c)$$

Esercizio 4 (6 punti)

Progettare, utilizzando il numero minimo di porte logiche AND/OR/NOT, un FF di tipo SR ed un flip-flop di tipo T il circuito sequenziale corrispondente alla seguente tabella di transizione di stato.

	x	\bar{x}
A	B/0	A/0
B	A/0	C/0
C	C/0	D/1
D	B/1	C/0

Tabella degli stati, utilizzando un flip-flop T per Q_1 e un flip-flop SR per Q_0

PS	Q_1	Q_0	x	NS	Q_1'	Q_0'	T_1	S_0	R_0	z
A	0	0	0	A	0	0	0	0	-	0
A	0	0	1	B	0	1	0	1	0	0
B	0	1	0	C	1	0	1	0	1	0
B	0	1	1	A	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	D	1	1	0	1	0	1
C	1	0	1	C	1	0	0	0	-	0
D	1	1	0	C	1	0	0	0	1	0
D	1	1	1	B	0	1	1	-	0	1

Le equazioni corrispondenti sono:

$$T_1 = \bar{Q}_1 Q_0 \bar{x} + Q_1 Q_0 x$$

$$S_0 = \bar{Q}_1 \bar{Q}_0 x + Q_1 \bar{Q}_0 \bar{x}$$

$$R_0 = \bar{Q}_1 Q_0 \bar{x} + \bar{Q}_1 Q_0 x + Q_1 Q_0 \bar{x} = \bar{Q}_1 Q_0 + Q_1 Q_0 \bar{x} = \bar{Q}_1 Q_0 + Q_0 \bar{x}$$

$$z = Q_1 \bar{Q}_0 \bar{x} + Q_1 Q_0 x$$

Esercizio 5 (6 punti)

Descrivere in SystemVerilog la macchina a stati di Moore corrispondente alla seguente tabella di transizione di stato.

	\bar{x}, \bar{y}	\bar{x}, y	x, \bar{y}	x, y
A	B/0	C/0	A/0	A/0
B	A/0	C/0	C/0	C/0
C	A/1	B/1	A/1	B/1

```

module fsm2(input logic clk, reset,
             input logic x, y,
             output logic z);

typedef enum logic {SA, SB, SC} statetype;
statetype state, nextstate;

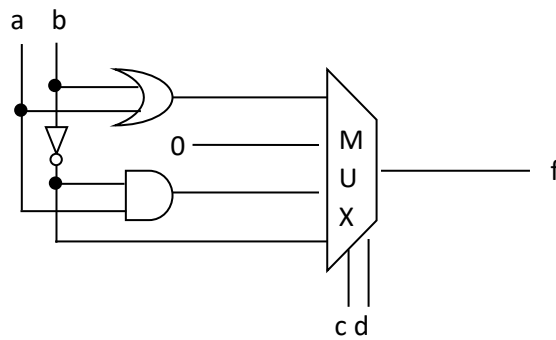
always_ff @(posedge clk, posedge reset)
    if (reset) state <= SA;
    else state <= nextstate;

// next state logic
always_comb
    case (state)
        SA: if (!x & !y) nextstate = SB;
            else if (!x & y) nextstate = SC;
            else nextstate = SA;
        SB: if (!x & !y) nextstate = SA;
            else nextstate = SC;
        SC: if (y) nextstate = SB;
            else nextstate = SA;
        default: nextstate = SA;
    endcase

//output logic
assign z = (state == SC);

endmodule

```

Esercizio 6 (4 punti)

Si scriva l'espressione booleana di f.

$$f = (a + b)\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d} + \bar{b}cd = a\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d} + \bar{b}cd = a\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + \bar{b}c(a\bar{d} + d) = \\ = a\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + \bar{b}c(a + d) = a\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}c + \bar{b}cd$$

Si scriva f in forma all-NAND.

$$f = \text{NAND}(\text{NAND}(a, \bar{c}, \bar{d}), \text{NAND}(b, \bar{c}, \bar{d}), \text{NAND}(a, \bar{b}, c), \text{NAND}(\bar{b}, c, d))$$