# Soluzioni metodi matematici

Andrea Princic 1837592

17 Giugno 2019

## Es. 1

A. V: $C$ contiene tutti gli elementi di $A$ apparte quelli di $B$ quindi $C \subsetneq A$

B. F: in realtà $C = A \cup B - A \cap B$

## Es. 2

A. V: le funzioni sono un tipo particolare di relazioni

B. V: stesso motivo

## Es. 3

Dim $\forall\ n \geq 2$:

$$\sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{1 - x^n}{1 - x}$$

Caso base: $n = 2$

$$\sum_{k=0}^{1} x^k = 1 + x$$

$$\frac{1 - x^2}{1 - x} = \frac{\cancel{(1 - x)}(1 + x)}{\cancel{1 - x}} = 1 + x$$

Passo induttivo: $n+1$

$$\sum_{k=0}^{n} x^k = \sum_{k=0}^{n-1} x^k \quad + x^n = \frac{1-x^n}{1-x} + x^n =$$

$$\frac{1-x^n}{1-x} + \frac{(1-x)x^n}{1-x} = \frac{1-x^n}{1-x} + \frac{x^n - x^{n+1}}{1-x} = \frac{1 \cancel{- x^n} \cancel{+ x^n} - x^{n+1}}{1-x} =$$

$$\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

## Es. 4

Un insieme è numerabile se può essere messo in corrispondenza biunivoca con $\mathbb{N}$. Ad esempio $\mathbb{P}$ è numerabile con la seguente relazione: $\{(n,p) \mid n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{P}, 2n = p\} \subset \mathbb{N} \times \mathbb{P}$

## Es. 5

Interpretare significa dare un significato ad ogni predicato e scegliere un dominio.

## Es. 6

A. F: nel caso in cui $B = V$ e $A = F$

B. F: perché $A \to B = \neg A \vee B = \neg(A \wedge \neg B)$ e il fatto che $A \wedge \neg B$ sia soddisfacibile non implica in nessun modo che la sua negazione non lo sia. Se $A \wedge \neg B$ fosse una tautologia allora la sua negazione sarebbe insoddisfacibile, ma non è questo il caso

## Es. 7

$\exists x(A(x) \to \neg B(x)) \to \neg\forall x(B(x) \to A(x))$
Si può scrivere anche:
$\exists x(A(x) \to \neg B(x)) \to \exists x(B(x) \wedge \neg A(x))$
Che è falsificabile nel caso in cui $A$ e $B$ siano insoddisfacibili. Ad esempio:
Dominio: $\mathbb{N}$
$A(x)$: $x$ è negativo
$B(x)$: $x$ ha una parte decimale diversa da 0
Un altro modo per falsificare è porre $A = B$ falsificabili.

## Es. 8

$\forall X \; \exists Y \; \forall x \; (x \in X \to x \in Y)$