

Lezione 16

Logica predicativa, Termini e Formule, Interpretazione, Modello e Contromodello

Logica predicativa, Termini e Formule, Interpretazione, Modello e Contromodello

• Logica predicativa

- Variabili: x, y, z

- Costanti: a, b, c

- Simboli funzionali: f, g, h

- Simboli predicatori: P, Q, R

- Connettivi: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

- Quantificatori: \forall, \exists

→ = Simboli proposizionali ma con Arità 0

Unario → $P(x) \neq P$

Logica proposizionale

Termini

- Variabili e costanti sono termini

- Se t_1, \dots, t_n sono termini e f è un simbolo funzionale di arità n , allora $f(t_1, \dots, t_n)$ è un termine

es.

$f(x, y, z) \rightarrow$ È un termine, simbolo funzionale a 3 posti

$g(x, 3, z) \rightarrow //$

$g(1, 2, 3) \rightarrow //$

$f(g(1, 2, 3), 3) \rightarrow //$, $f(g(\dots), 3)$ è **binario**, $g(1, 2, 3)$ è **ternario**

Formule

- Se P è un simbolo predicatori a n posti e t_1, \dots, t_n allora $P(t_1, \dots, t_n)$ è una formula

es.

$P(x, y, z) \rightarrow$ È una formula

$P(f(1, 2, 3), 3) \rightarrow //$

- Connettivi tra formule producono formule

- Se e è una formula e x è una variabile

$$\exists x A \quad \forall x A$$

↳ ovvero $\forall x P(x)$ è una formula

$$\exists x \forall y Q(x, y)$$

↳ Quantificatore (legame)

Esempio sul concetto di simmetria

↳ È un predicato: o è vera o è falsa

$$\forall x \forall y (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$$

$$\forall x \forall y R(x, y) \rightarrow R(y, x)$$

Formula "ben formata" o sintatticamente corretta

$$\forall x \forall y R(x, y) \rightarrow R(y, x) \quad * \text{ formula}$$

$$\forall x \forall y R(x, y) \rightarrow R(y, x)$$

$$\forall x \forall y R(x, y) \rightarrow R(y, x)$$

$$\forall x \forall y R(x, y) \rightarrow R(y, x)$$

• Interpretazione

Dominio - universo del discorso

$$\forall x \forall y R(x, y) \rightarrow R(y, x)$$

↳ in base al significato avremo la nostra interpretazione

es

Se $R(x, y)$ significa $x > y$ allora avremo:

- Per ogni x e per ogni y , se $x > y$ allora $y > x$ (falsa)

Se $R(x, y)$ significa $x = y$ allora avremo:

- Per ogni x e per ogni y , se $x = y$ allora $y = x$ (vera)

L'interpretazione di una formula è stabilire l'universo del discorso (numeri, simboli) e stabilire una interpretazione dei simboli che appaiono dentro la formula.

- Il valore di un predicato è il valore di verità
- Il valore di una funzione è un valore qualsiasi in base a dove è definita

- Dobbiamo interpretare anche le costanti (a,b,c), ovvero dire che $a = 6$ o che $b = 5$

$$\begin{array}{l} \exists x P(x) \quad \text{N} \quad P(x) \quad "x \geq 0" \\ \forall x P(x) \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \exists x P(x) \\ \forall x P(x) \end{array}} \right\} \text{ formula vera}$$

$$\begin{array}{l} \exists x P(x) \quad \text{N} \quad P(x) \quad "x \geq 7" \\ \forall x P(x) \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \exists x P(x) \\ \forall x P(x) \end{array}} \right\} \text{ formula falsa}$$

poiché non vera per $0 \leq x < 7$

(automobile) x è blu

$\forall x P(x)$ \times non tutte le auto sono blu

$\exists x P(x)$ \checkmark esistono auto blu

• Modello / Contro modello

- Un **modello** è un'interpretazione che rende vera la formula
- Un **contro modello** è un'interpretazione che rende falsa la formula
- Se la formula è sempre vera indipendentemente dall'interpretazione allora è una **tautologia**

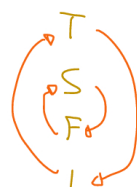
ovvero:

- è **falsificabile** se esiste un **contro modello**
- è **soddisfacibile** se esiste un **modello**

$$P(x,y) \quad "x \in y" \Rightarrow \exists y \forall x \neg P(x,y)$$

$$\neg \exists x (A(x) \rightarrow \forall y A(y))$$

$$\times \exists x (A(x) \rightarrow \forall y A(y))$$



se togliamo la \neg (negazione)

T tautologia
S soddisfacibile
F falsificabile
I insoddisfacibile