Metodi Matematici per l'Informatica (secondo canale) - 15 Gennaio 2018

prima parte: esercizi $1-5$, seconda parte: esercizi $6-9$

Nome e Cognome: ______________________________

Es 1. Sia $A = \{0, (a, 0), (0, b), \{0, 1\}, a, b, \{0\}\}$. Allora

$\square_V \square_F$ **A.** A non è un insieme;

$\square_V \square_F$ **B.** Esistono $x, y, z, t \in A$ (con $x \neq y$) tali che $x \in z$ e $y \in t$;

$\square_V \square_F$ **C.** A ha quattro elementi;

$\square_V \square_F$ **D.** Esistono $x, y, z \in A$ tali che $x \in y$ e $y \subseteq z$.

Es 2. Dato un insieme X indichiamo con 2^X l'insieme delle parti di X. Indichiamo con T l'insieme dei multipli di 3 e con Q l'insieme dei multipli di 4. Allora

$\square_V \square_F$ **A.** $2^T \subseteq 2^Q$;

$\square_V \square_F$ **B.** $2^T \cap 2^Q \neq \emptyset$;

$\square_V \square_F$ **C.** Q è numerabile;

$\square_V \square_F$ **D.** 2^Q è numerabile.

Es 3. Quali fra le seguenti affermazioni sono corrette?

$\square_V \square_F$ **A.** Per ogni insieme $A \neq \emptyset$, la relazione $A \times A$ non è antisimmetrica;

$\square_V \square_F$ **B.** Per ogni insieme $A \neq \emptyset$, la relazione $A \times A$ è una relazione di equivalenza;

$\square_V \square_F$ **C.** Ogni relazione di equivalenza che contenga una coppia (u, v) con $u \neq v$ è esclusivamente riflessiva, simmetrica e transitiva;

$\square_V \square_F$ **D.** Per ogni relazione R su A esiste una relazione di equivalenza su A che contiene R.

Es 4. Scrivere una relazione di **equivalenza** $R \subseteq \{a, b, c, d\} \times \{a, b, c, d\}$ che abbia due classi di equivalenza, indicandone l'insieme **quoziente**.

Rispondere qui

Es 5. Dimostrare che, per ogni $n \geq 1$:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Rispondere qui

Es 6. Definire il concetto di soddisfacibilità nella logica proposizionale.

Rispondere qui

Es 7. Formalizzare i seguenti enunciati, usando i connettivi proposizionali e le variabili qui sotto già definite:

A = Anita va al cinema, B = Marcello va al cinema, C = Marcello invita Anita

1. Né Anita né Marcello vanno al cinema;

Rispondere qui

2. Anita va al cinema solamente se Marcello la invita;

Rispondere qui

3. Marcello va al cinema senza invitare Anita;

Rispondere qui

4. O Marcello invita Anita oppure Anita non va al cinema.

Es 8. Le seguenti formule sono tautologie (T), soddisfacibili (S), falsificabili (F) o insoddisfacibili (I)?

T	**S**	**F**	**I**	
☐	☐	☐	☐	$\neg\neg A \wedge A$;
☐	☐	☐	☐	$\neg A \vee \neg\neg A$;
☐	☐	☐	☐	$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$;
☐	☐	☐	☐	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$;
☐	☐	☐	☐	$(A \wedge \neg A) \rightarrow B$.

Es 9. Definire (se possibile) un'interpretazione che verifichi ed una che falsifichi la formula

$$(\exists y P(y) \wedge \exists z Q(z)) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x)).$$

Rispondere qui