Lezione 1

Cosa andremo a studiare

Parte 1

- Insiemi
- Relazioni
- Funzioni
- Numerosità di insiemi
- Induzione (Tecnica di dimostrazione)

Parte 2

- Logica posizionale
- Logica predicativa

Implicazione

Se A allora B:

- Se A è vero e B è vero allora l'implicazione è vera
- Se A è vera e B è falsa allora l'implicazione è falso
- Se A è falsa indipendentemente dal valore di B l'implicazione è vera

Es. Se piove allora apro l'ombrello (bisogna prenderla come una domanda)

- Se piove allora apro l'ombrello ed è vera
- Se piove e non apro l'ombrello allora è falsa
- Ma se non piove indipendentemente se apro l'ombrello è vera

Insiemi

Collezione di oggetti e viene contenuto da parentesi graffe { }

- Deve essere ben definito il concetto di appartenenza → $a \in A$ o $a \notin A$

Negli insiemi non conta l'ordine degli elementi e ne la loro molteplicità

Es. per rappresentare i numeri da 0 a 24 utilizziamo questa formula

→ A = $\{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 24\}$ → | significa tale che

Insime vuoto si indica con → $\emptyset$ e significa che non ha nessun elemento.

> ⚠️ Non confondiamo l'appartenenza con la inclusione
>
> L'appartenenza è una relazione tra un elemento ed un insieme.
>
> L'inclusione è una relazione tra due insiemi.

Simboli principali degli insiemi

$\forall$ = Per ogni

$\exists$ = Esiste

$\implies$ = Implica

$\wedge$ = And (e)

$\vee$ = Or (o)

$\neg$ = Not (non)

Sottoinsieme

$A \subset B$ → Sottoinsieme → significa che ogni elemento di A è elemento di B

e si può esprimere cosi → $\forall x(x \in A \implies x \in B)$

Insieme vuoto

L'insieme vuoto è sottoinsieme di qualunque insieme → $\forall x \quad \emptyset \subseteq X$

Per confermare ciò prendiamo l'implicazione del sottoinsieme→ $\forall x(x \in A \implies x \in B)$

Però come detto in precedenza se A è falso allora tutta l'espressione è vera quindi se $x \in A$ è falso allora è vero che $\emptyset \subseteq X$.

Esempio di sottoinsieme a due dimensioni

$A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$

$1 \in A$ → Vera

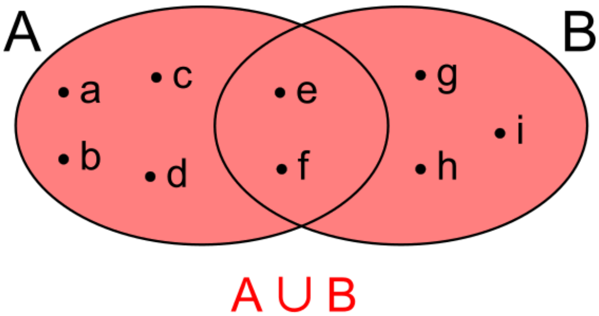
$\{1, 2\} \in A$ → Vera → Fa riferimento all'elemento a {1,2}

$\{1, 2\} \subseteq A$ → Vera → Fa rimerimento agli elementi 1,2 e non al sottoinsime {1,2} ***!!! IMPORTANTE***

$\{\{1, 2\}\} \subseteq A$ → Vera

$\{\{1, 2\}\} \in A$ → Falsa → Essa appartiene ad A ma non è un elemento di A

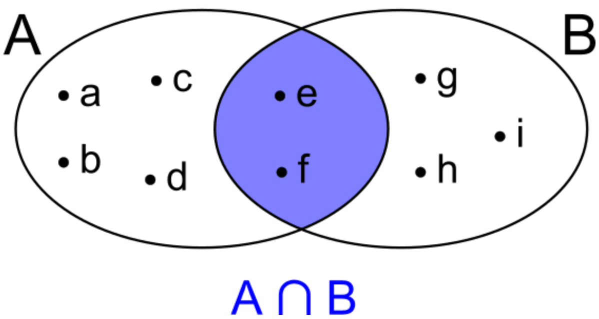
Relazioni tra insiemi (unione, intersezione , etc..)



Unione

$A \cup B$ → Tutti gli oggetti che stanno in A e in B

$A \cup B = \{x \mid x \in A \lor x \in B\}$



Intersezione

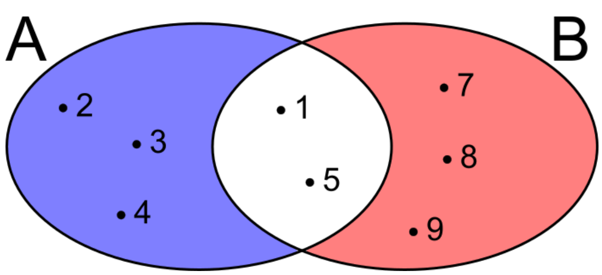
$A \cap B$ → Tutti gli oggetti che stanno sia in A che in B

$A \cap B = \{x \mid x \in A \land x \in B\}$

Differenza

$A \setminus B$ o $A - B$ → Tutti gli oggetti di A togliendo gli elementi di B

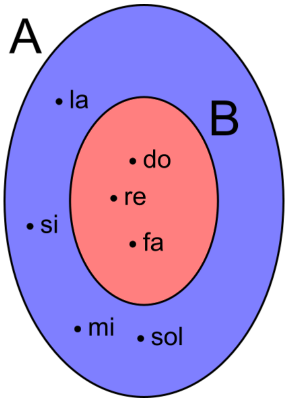
$A \backslash B = \{x \mid x \in A \ \land \ x \notin B\}$



Complemento

$\overline{B} = A - B$ → Tutto l'insime tranne l'insieme del complemento

B^A o $\overline{B} = \{x \in A \mid x \notin B\}$



Insieme delle parti di A

$P(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$

es. $A = \{1, 2\}$ → $P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$

es. $A = \{a, b, c\}$ → $P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset\}$

$P(A) = 2^A$