Esercitazione Sistemi Digitali

11/10/2022

Virgola Mobile- Traccia

Dati i numeri esadecimali A= 4 5 E 0 e B= 4 E 7 0:

a. Ricavare la rappresentazione in virgola mobile half precision IEEE 754
b. Eseguire l'operazione A+B usando la rappresentazione ricavata ed esprimere il risultato secondo lo standard IEEE 754
c. Verificare il risultato ottenuto eseguendo la conversione in decimale sia del risultato che degli operandi

Virgola Mobile- Soluzione punto a

Ricavare la rappresentazione in virgola mobile half precision IEEE 754:

- Traduzione binaria di A e B:
  A= 0100 0101 1110 0000
  B= 0100 1110 0111 0000
- Rappresentazione IEEE 754 di A:
  Segno: 0
  Esponente: 10001
  Parte Frazionaria: 0111100000
- Rappresentazione IEEE 754 di B:
  Segno: 0
  Esponente: 10011
  Parte Frazionaria: 001110000

Virgola Mobile- Soluzione punto b

Eseguire l'operazione A+B usando la rappresentazione ricavata ed esprimere il risultato secondo lo standard IEEE 754

1. Aggiungere 1. alla parte frazionaria di A e B per formare le mantisse:
   A: 1.0111100000
   B: 1.1001110000
2. Confrontare esponenti:
   Esponente di A 10001=17_{10}
   Esponente di B 10011=19_{10}
   $\Longrightarrow$ Portiamo esponente di A a 19_{10} e aggiustiamo mantissa di A
   Nuovo esponente A: 10011=19_{10}
   Nuova mantissa A: 0.0101111000

Virgola Mobile- Soluzione punto b

3. Somma mantisse:
   0.0101111000 +
   1.1001110000 =
   1.1111101000
   Nessun bisogno di normalizzazione e arrotondamento
3. Risultato con notazione IEEE 754
   Segno: 0
   Esponente: 10011
   Parte frazionaria: 1111101000

Virgola Mobile- Soluzione punto c

Verificare il risultato ottenuto eseguendo la conversione in decimale sia del risultato che degli operandi

- Risultato ottenuto ha:
  Segno 0 $\Longrightarrow$ Risultato positivo
  Mantissa: 1.1111101000
  Esponente senza bias:
  10011-
  01111=
  $00100 = 4_{10}$
- $1.1111101000 * 2^4 = 11111.10000 = 31.625_{10}$

Virgola Mobile- Soluzione punto c

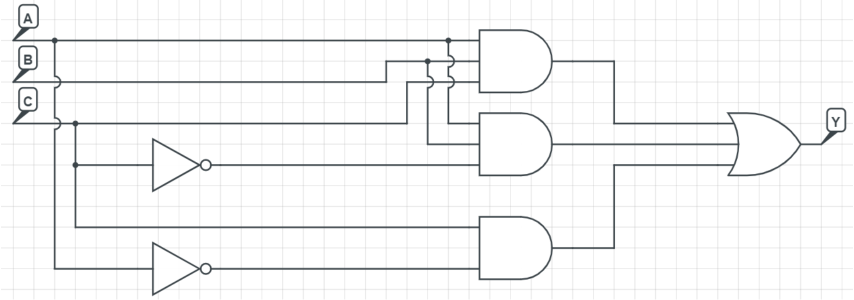
- Operando A ha mantissa 1.01111 ed esponente senza bias 2: $1.0111100000*2^2$=101.11100000= 5.875_{10}
- Operando B ha mantissa 1.100111 ed esponente senza bias 4: $1.1001110000*2^4$=11001.110000= 25.75_{10}
- $25.75_{10} + 5.875_{10} = 31.625_{10}$

a. **Costruire la tabella di verità della seguente espressione**

$$w = \overline{(x+y)\cdot z\cdot (y+z)}$$

b. **Dato il seguente circuito:**

1. Calcolare (ed eventualmente semplificare) la funzione logica
2. Calcolare la tabella di verità



Esercizio 1- Soluzione

x	y	z	x+y	y+z	(x+y)$\cdot z \cdot (y+z)$	w
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

Esercizio 1- Soluzione

$$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot C = A \cdot B \cdot (C + \bar{C}) + \bar{A} \cdot C = A \cdot B + \bar{A} \cdot C$$

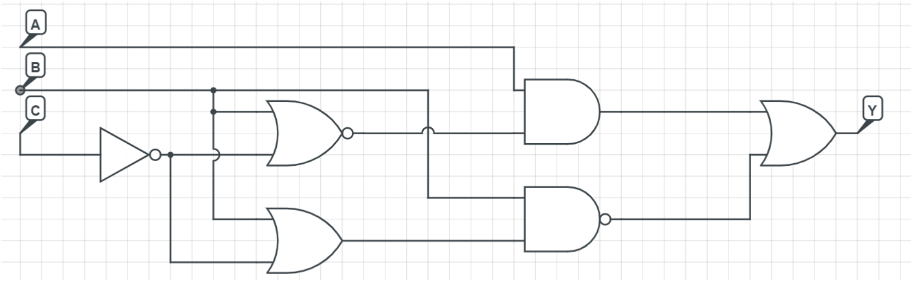
A	B	C	A·B	$\bar{A} \cdot C$	Y
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1

Esercizio 2- Traccia

Disegnare il circuito logico corrispondente alla seguente funzione Booleana, senza semplificarla

$$Y = A \cdot \overline{(B + \bar{C})} + \overline{(B + \bar{C}) \cdot B}$$

Esercizio 2- soluzione



Algebra Boole- Traccia 1

Semplificare le seguenti espressioni usando i Teoremi dell'algebra Booleana:

$$F_1 : \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B + A \cdot B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

$$F_2 : A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

$$F_3 = A \cdot B \cdot C + \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

Table 2.2 Boolean theorems of one variable

	Theorem		Dual	Name
T1	$B \bullet 1 = B$	T1′	$B + 0 = B$	Identity
T2	$B \bullet 0 = 0$	T2′	$B + 1 = 1$	Null Element
T3	$B \bullet B = B$	T3′	$B + B = B$	Idempotency
T4		$\bar{\bar{B}} = B$		Involution
T5	$B \bullet \bar{B} = 0$	T5′	$B + \bar{B} = 1$	Complements

Table 2.3 Boolean theorems of several variables

	Theorem		Dual	Name
T6	$B \bullet C = C \bullet B$	T6′	$B + C = C + B$	Commutativity
T7	$(B \bullet C) \bullet D = B \bullet (C \bullet D)$	T7′	$(B + C) + D = B + (C + D)$	Associativity
T8	$(B \bullet C) + (B \bullet D) = B \bullet (C + D)$	T8′	$(B + C) \bullet (B + D) = B + (C \bullet D)$	Distributivity
T9	$B \bullet (B + C) = B$	T9′	$B + (B \bullet C) = B$	Covering
T10	$(B \bullet C) + (B \bullet \bar{C}) = B$	T10′	$(B + C) \bullet (B + \bar{C}) = B$	Combining
T11	$(B \bullet C) + (\bar{B} \bullet D) + (C \bullet D)$ $= B \bullet C + \bar{B} \bullet D$	T11′	$(B + C) \bullet (\bar{B} + D) \bullet (C + D)$ $= (B + C) \bullet (\bar{B} + D)$	Consensus
T12	$\overline{B_0 \bullet B_1 \bullet B_2 \ldots}$ $= (\bar{B}_0 + \bar{B}_1 + \bar{B}_2 \ldots)$	T12′	$\overline{B_0 + B_1 + B_2 \ldots}$ $= (\bar{B}_0 \bullet \bar{B}_1 \bullet \bar{B}_2 \ldots)$	De Morgan's Theorem

Algebra Boole- Soluzione F_1

- Possibile raccogliere tra loro i termini 1-4 e 2-3:

$$(A + \bar{A}) \cdot B + (A + \bar{A}) \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = B + \bar{B} \cdot \bar{C}$$

- $$B + \bar{B} \cdot \bar{C} = (B + \bar{B}) \cdot (B + \bar{C}) = B + \bar{C}$$

Algebra Boole- Soluzione F_2

- Possibile riscrivere ABC come ABC+ABC:

$$A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

- Raccogliendo i termini 1,3 e 2,4:

$$A \cdot B \cdot (C + \bar{C}) + A \cdot C \cdot (\bar{B} + B) = A \cdot (B + C)$$

Algebra Boole- Soluzione F_3

- Per assorbimento $ABC + \bar{A} = BC + \bar{A}$, quindi riscriviamo come:

$$B \cdot C + \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

- Iterando ragionamento BC+$\bar{B} = C + \bar{B}$:

$$C + \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

- Dato che $C + \bar{C} = 1$:

$$\bar{A} + \bar{B} + 1 = 1$$

Algebra Boole- Traccia Teorema del consenso

Applicando i teoremi dell’algebra di Boole, verificare se la seguente espressione ‘e vera o falsa:

$$(A \cdot B) + (B \cdot C) + (\bar{A} \cdot C) = (A \cdot B) + (\bar{A} \cdot C)$$

Table 2.2 Boolean theorems of one variable

	Theorem		Dual	Name
T1	$B \bullet 1 = B$	T1′	$B + 0 = B$	Identity
T2	$B \bullet 0 = 0$	T2′	$B + 1 = 1$	Null Element
T3	$B \bullet B = B$	T3′	$B + B = B$	Idempotency
T4		$\overline{\overline{B}} = B$		Involution
T5	$B \bullet \overline{B} = 0$	T5′	$B + \overline{B} = 1$	Complements

Table 2.3 Boolean theorems of several variables

	Theorem		Dual	Name
T6	$B \bullet C = C \bullet B$	T6′	$B + C = C + B$	Commutativity
T7	$(B \bullet C) \bullet D = B \bullet (C \bullet D)$	T7′	$(B + C) + D = B + (C + D)$	Associativity
T8	$(B \bullet C) + (B \bullet D) = B \bullet (C + D)$	T8′	$(B + C) \bullet (B + D) = B + (C \bullet D)$	Distributivity
T9	$B \bullet (B + C) = B$	T9′	$B + (B \bullet C) = B$	Covering
T10	$(B \bullet C) + (B \bullet \overline{C}) = B$	T10′	$(B + C) \bullet (B + \overline{C}) = B$	Combining
T11	$(B \bullet C) + (\overline{B} \bullet D) + (C \bullet D)$ $= B \bullet C + \overline{B} \bullet D$	T11′	$(B + C) \bullet (\overline{B} + D) \bullet (C + D)$ $= (B + C) \bullet (\overline{B} + D)$	Consensus
T12	$\overline{B_0 \bullet B_1 \bullet B_2 \ldots}$ $= (\overline{B}_0 + \overline{B}_1 + \overline{B}_2 \ldots)$	T12′	$\overline{B_0 + B_1 + B_2 \ldots}$ $= (\overline{B}_0 \bullet \overline{B}_1 \bullet \overline{B}_2 \ldots)$	De Morgan’s Theorem

Algebra Boole- Soluzione Teorema del consenso

- Applichiamo T1 e T5' e riscriviamo parte sinistra come:

$$A \cdot B + (A + \bar{A}) \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot C = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot C$$

- Dato che:
  1. $A \cdot B + A \cdot B \cdot C = A \cdot B \cdot (1 + C) = A \cdot B \cdot 1 = A \cdot B$
  2. $\bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot C = \bar{A} \cdot C \cdot (B + 1) = \bar{A} \cdot C \cdot 1 = \bar{A} \cdot C$

  Otteniamo che:

$$(A \cdot B) + (B \cdot C) + (\bar{A} \cdot C) = (A \cdot B) + (\bar{A} \cdot C)$$

Algebra Boole- Verifica uguaglianza

Dimostrare se la seguente uguaglianza è vera o falsa:

$$\overline{A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C}$$

Table 2.2 **Boolean theorems of one variable**

	Theorem		Dual	Name
T1	$B \bullet 1 = B$	T1′	$B + 0 = B$	Identity
T2	$B \bullet 0 = 0$	T2′	$B + 1 = 1$	Null Element
T3	$B \bullet B = B$	T3′	$B + B = B$	Idempotency
T4		$\overline{\overline{B}} = B$		Involution
T5	$B \bullet \overline{B} = 0$	T5′	$B + \overline{B} = 1$	Complements

Table 2.3 **Boolean theorems of several variables**

	Theorem		Dual	Name
T6	$B \bullet C = C \bullet B$	T6′	$B + C = C + B$	Commutativity
T7	$(B \bullet C) \bullet D = B \bullet (C \bullet D)$	T7′	$(B + C) + D = B + (C + D)$	Associativity
T8	$(B \bullet C) + (B \bullet D) = B \bullet (C + D)$	T8′	$(B + C) \bullet (B + D) = B + (C \bullet D)$	Distributivity
T9	$B \bullet (B + C) = B$	T9′	$B + (B \bullet C) = B$	Covering
T10	$(B \bullet C) + (B \bullet \overline{C}) = B$	T10′	$(B + C) \bullet (B + \overline{C}) = B$	Combining
T11	$(B \bullet C) + (\overline{B} \bullet D) + (C \bullet D) = B \bullet C + \overline{B} \bullet D$	T11′	$(B + C) \bullet (\overline{B} + D) \bullet (C + D) = (B + C) \bullet (\overline{B} + D)$	Consensus
T12	$\overline{B_0 \bullet B_1 \bullet B_2 \ldots} = (\overline{B}_0 + \overline{B}_1 + \overline{B}_2 \ldots)$	T12′	$\overline{B_0 + B_1 + B_2 \ldots} = (\overline{B}_0 \bullet \overline{B}_1 \bullet \overline{B}_2 \ldots)$	De Morgan's Theorem

Soluzione

Considerando la parte sinistra:

- Applichiamo De Morgan:

$$\overline{A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C} =$$
$$\overline{A \cdot B} \cdot \overline{B \cdot C} \cdot \overline{A \cdot C} =$$
$$(\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{C})$$

- Sviluppando il primo prodotto:

$$(\bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{C}) = (\bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{C})$$

- Per T9' (covering):

$$(\bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{C}) =$$
$$(\bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{C})$$

- Sviluppando il prodotto:

$$\bar{B} \cdot \bar{A} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{A} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{C} =$$
$$\bar{B} \cdot \bar{A} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C}$$

Esercizio 1- Da tavola a forme POS/SOP

- Calcolare forme canoniche SOP e POS partendo dalla seguente tabella

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- Determinare tabella di verità e forme canoniche SOP e POS di una funzione a tre inputs che dà 1 in output sse riceve un numero pari di 1 in input

Soluzione 1

- Sommando i mintermini della funzione:

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

- Il prodotto dei maxtermini è:

$$Y = (A + B + C) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

Soluzione 2

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

- SOP: $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- POS: $(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$