

Lezione 8

Esercizi

Esercizi

Lezione X
giovedì 4 novembre 2021 08:56

$$\sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad n^3 + 5n \text{ è divisibile per } 6$$

$n = 0$	0
$n = 1$	6
$n = 2$	18
$n = 3$	42

0 è divisibile $\forall n$

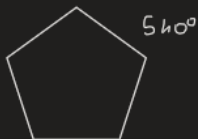
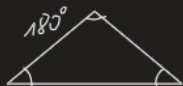
$$\sum_{i=0}^{n+1} i = \sum_{i=0}^n i + n+1 = \frac{n(n+1)}{2} + n+1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

↑ ipot. induttiva ↑ Algebra

Dim. che sono uguali

$$(n+1)^3 + 5(n+1) = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 5n + 5 = (n^3 + 5n)(3n^2 + 3n + 6)$$

Somma angoli:



$$\forall n \geq 3$$

La somma degli angoli interni di un poligono convesso avendo n lati è $180^\circ(n-2)$

Per ip. ind.
è div. per 3

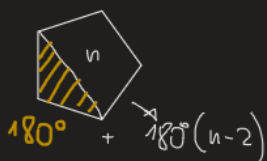
$$(3n^2 + 3n)$$

$$\text{div per } 3 \rightarrow 3n(n+1)$$

Uno dei due è per
Sovra per: quindi
div. per 6 ✓

Dim

$$180^\circ(n-2) + 180^\circ$$



dim. somma d'interi = 180°

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1)$$

$$n=1 \quad 1$$

$$n=2 \quad 4$$

$$n=3 \quad 9$$

$$n=4 \quad 16$$

$$n=5 \quad 25$$

$$\sum_{i=0}^n 2i-1 = n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n+1} \underline{2i-1} = \sum_{i=0}^{n+1} 2i-1 + \underline{2(n+1)-1} = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{ll}
 f(0) = 0 & 0 \quad 0 \\
 f(n+1) = f(n) + 2n + 2 & 1 \quad 2 \\
 \downarrow & 2 \quad 6 \\
 \forall n \quad f(n) = n(n+1) & 3 \quad 12
 \end{array}$$

$$f(n) = n(n+1)$$

$$f(n+1) \stackrel{\text{Def.}}{=} \underbrace{f(n) + 2n + 2} \stackrel{\text{Ipo. ind.}}{=} n(n+1) + 2n + 2 = n(n+1) + 2(n+1) = \underline{(n+1)(n+2)}$$

Siano $x, y \in \mathbb{N} \quad x > y$

Dimostrare che $\forall n, x-y$ divide $x^n - y^n$

$$f(n) = \frac{x^n - y^n}{x - y}$$

$$\downarrow$$

$$f(0) = \frac{0}{x-y} \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned}
 f(n+1) &= \left(\frac{x^{n+1} - y^{n+1}}{x - y} \right) = \frac{(x^n \cdot x) - (y^n \cdot y)}{x - y} = \frac{\underbrace{x^n x - y^n y}_{\text{divisibile per ipo. ind.}}}{x - y} = \frac{\underbrace{x^n x - y^n y}_{\text{divisibile per ipo. ind.}}}{x - y} = \\
 &\quad \hookrightarrow \left[x(x^n - y^n) \right] + \left[y^n(x - y) \right] \\
 &\quad \text{divisibile} \quad \text{divisibile} \\
 &\quad \text{per ipo. ind.}
 \end{aligned}$$