

# Lezione 5

Rappresentazione valori non numerici

Codice ASCII

Algebra booleana (o di commutazione)

Assiomi

Proprietà

Espressioni

Espressione booleana

Relazione di dualità (tra espressioni)

Metodo dell'induzione perfetta

Circuiti combinatori

Porte logiche

Definizione di circuito combinatorio

Rappresentazione Espressione Booleana (Circuito)

Transformazione

---

## Rappresentazione valori non numerici

### Codice ASCII

#### ▼ Disposizione dei bit

Codice a 7 bit

#### ▼ 3 Bit di prefisso

- Per i numeri abbiamo **011**
- Per le maiuscole abbiamo **100/101**
- Per le minuscole **110/111**

#### ▼ 4 Bit di codifica

- 16 rappresentazioni massimo con 4 bit

Es. 100 0001 → **A**

Es. 110 0001 → **a**



Dato che il codice ascii lavora con 7 bit ma i calcolatori lavorano con le potenze di due avremo un bit da definire nella tabella da 8 bit. Questo ottavo bit viene usato con il bit di parità

## Algebra booleana (o di commutazione)

È definita usando:

### ▼ Alfabeto di supporto

Insime di simboli a cui fare rapporto

$$\Sigma = \{0,1\}$$

### ▼ Operazioni

NOT		AND			OR			XOR		
x	x'	x	y	xy	x	y	x+y	x	y	$x \oplus y$
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
		1	0	0	1	0	1	1	0	1
		1	1	1	1	1	1	1	1	0

- NOT → Negazione (complementazione) → es.  $\bar{a}$
- AND → Prodotto logico → "^"
- OR → Somma logica → "v"

## Assiomi

### ▼ Associativa

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

▼ **Commutatività**

$$a + b = b + a$$

$$a * b = b * a$$

▼ **Distributività**

$$a * (b + c) = ab + ac$$

$$a + bc = (a + b)(a + c)$$

▼ **Elemento neutro**

$$a + 0 = a$$

$$a * 1 = a$$

▼ **Complemento**

$$a + \bar{a} = 1$$

$$a * \bar{a} = 0$$

## Proprietà

▼ **Elemento nullo**

$$a + 1 = 1$$

$$a * 0 = 0$$

▼ **Involuzione**

$$\bar{\bar{a}} = a \rightarrow \text{doppiamente negato}$$

▼ **Indepotenza**

$$a + a = a$$

$$a * a = a$$

▼ **Assorbimento**

$$a + ab = a$$

$$a * (a + b) = a$$

▼ **Legge di De Morgan**

$$\overline{(a + b)} = \bar{a} * \bar{b}$$

$$\overline{(a * b)} = \bar{a} + \bar{b}$$

# Espressioni



L'espressione si indica con  $E$

Per espressioni intendiamo una sequenza di:

- Simboli variabili
- Operatori
- Parentesi

## Espressione booleana

Si ottiene nel modo seguente:

- Gli elementi di  $\Sigma$  sono espressoini booleane
- Le variabili sono espressioni booleane
- Data  $E$  e  $\overline{E}$  è un'espressione booleana
- Data  $E_1$  ed  $E_2$  anche  $E_1 + E_2$  ed  $E_1 * E_2$  sono espressione booleane

Le espressioni booleane sono solo quelle che si ottengono applicando un numero finito di volte le regole precedenti.

Esse vanno semplificate cosicchè in un equivalente circuito avremo minor complicazioni e maggior efficienza.

## Relazione di dualità (tra espressioni)



La dualità di un'espressione si indica così  $\rightarrow \widetilde{E}$



La duale di un'espressione non è equivalente all'espressione, sono diverse

Data un espressione otteniamo la sua duale:

▼ Cambiando gli operatori

$$+ \rightarrow *$$

$$* \rightarrow +$$

▼ Scambiando i simboli

$$1 \rightarrow 0$$

$$0 \rightarrow 1$$

## Metodo dell'induzione perfetta

Questo metodo ci permette di semplificare le espressioni booleane.

In particolar modo essa consiste nel creare una tabella con:

- Le variabili in entrata
- L'espressione da semplificare

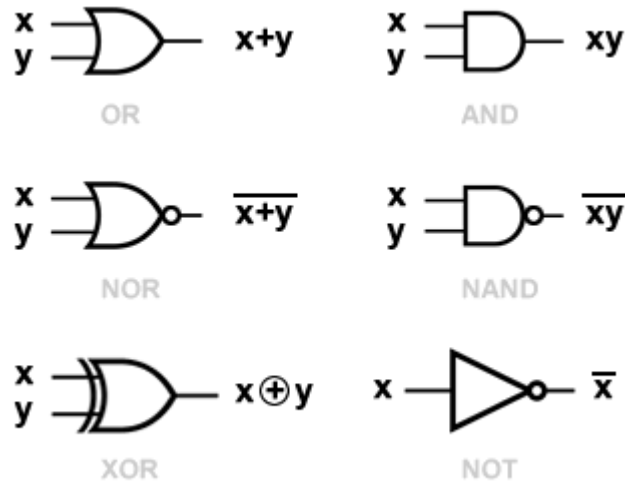
**Esempio**  $\rightarrow a+ab = a \rightarrow$  proprietà di assorbimento

<u>A</u> A	<u>B</u> B	<u>a+ab</u>	<u>a</u> a
<u>0</u>	0	0	0
<u>0</u>	1	0	0
<u>1</u>	0	1	1
<u>1</u>	1	1	1

## Circuiti combinatori

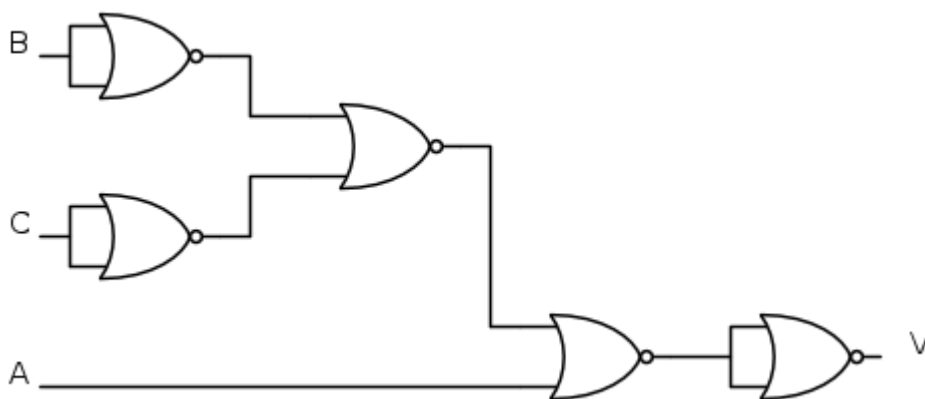
Valori 0 e 1 sono rappresentati da differenza di potenziale bassa e alta

## Porte logiche



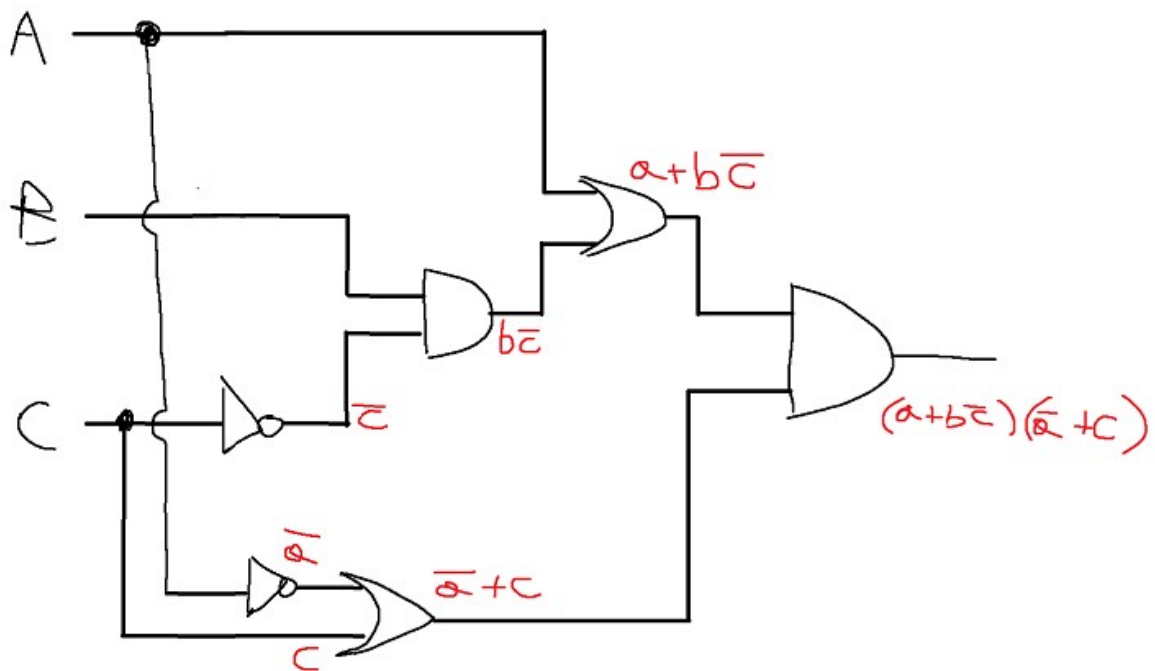
## Definizione di circuito combinatorio

- I terminali di ingresso (input) sono reti combinatorie
- Se  $N$  è una rete combinatoria (ovvero la rete precedente alla porta logica)
- Se  $N_1$  e  $N_2$  sono reti combinatorie (input sono due reti combinatorie precedenti)
- Sono reti combinatorie quelle ottenute applicando un numero finito di volte le regole precedenti



## Rappresentazione Espressione Booleana (Circuito)

Es.  $(a + b\bar{c})(\bar{a} + c)$



## Transformazione

$$(a + b\bar{c})(\bar{a} + c)$$

Risolvo e la scompongo

$$a * \bar{a} + ac + \bar{a}b\bar{c} + b\bar{c}c =$$

$$0 + ac + \bar{a}b\bar{c} + 0 = (\text{Proprietà e assiomi})$$

$$ac + \bar{a}b\bar{c} \rightarrow \text{così ottenendo}$$

