Lezione 7

Esercizio ripetizione lezione precedente

$\overline{(xy + \overline{x}\ \overline{y}) + \overline{(\overline{x} + z)}} + yz$

Normale SOP E POS

Canonica SOP E POS

→ De Morgan → $\overline{xy} * \overline{\overline{x}\ \overline{y}} * (\overline{x} + z) + yz$

→ $(\overline{x} + \overline{y}) * \overline{\overline{x}\ \overline{y}} * (\overline{x} + z) + yz$

→ $(\overline{x} + \overline{y})(x + y)(\overline{x} + z) + yz$

> 💡 $(x + y)(\overline{x + y}) = 0$

Normale POS

$(\overline{x} + \overline{y} + yz)(x + y + yz)(\overline{x} + y + yz)$

> 💡 Si rimuove yz dalle ultime due dato la regola dell'assoribmento

→ $(\overline{x} + \overline{y} + y)(\overline{x} + \overline{y} + z)(x + y)(\overline{x} + z)$

💡 $(\overline{x} + \overline{y} + y)$ = 1

→ $(\overline{x} + \overline{y} + z)(x + y)(\overline{x} + z)$

💡 $(\overline{x} + \overline{y} + z)$ si può eliminare dato la regola dell'assorbimento

$= (x + y)(\overline{x} + z)$

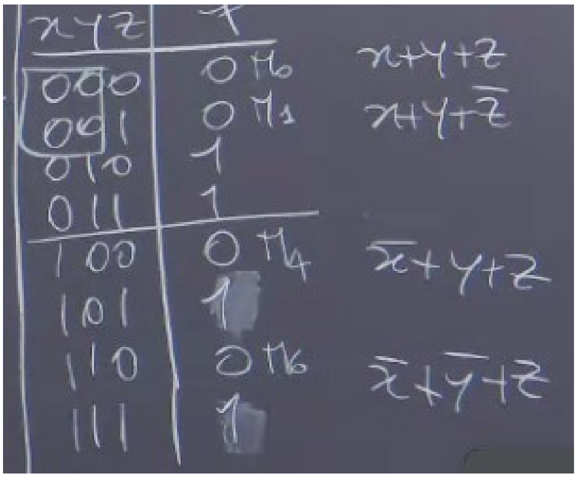
Canonica POS

(Tutte le variabili nella somma)

$(x + y + z * \overline{z})(\overline{x} + y * \overline{y} + z)$

$(x + y + z)(x + y + \overline{z})(\overline{x} + y + z)(\overline{x} + \overline{y} + z)$

💡 Si può ricavare anche semplicemente dalla tavola della verità



Normale SOP

$(\overline{x}x + \overline{x}y + x\overline{y} + y\overline{y})(\overline{x} + z) + yz$ =

→ $\overline{x}y + \overline{x}yz + x\overline{y}z + yz$ =

→ $\overline{x}y + x\overline{y}z + yz$

Canonica SOP

$\overline{x}y(z+\overline{z}) + x\overline{y}z + (x+\overline{x})yz$

= $\overline{x}yz + \overline{x}y\overline{z} + x\overline{y}z + xyz$ → rimuovo un $\overline{x}yz$ perchè che ne è già uno.

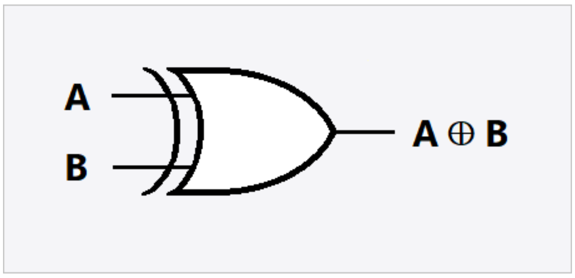
Cosi ottenendo le 4 combinazioni che restituiscono 1 nella tavola della verità

Operatore XOR

(Exclusive OR)

Considero = 1 solamente se le due variabili sono diverse

Input		**Output**	
A	**B**	**P**	**Q**
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0



$a \oplus b = \overline{a}b + a\overline{b}$ = $(a+b)(\overline{a}+\overline{b})$

Proprietà

$x \oplus 1 = \overline{x} * 1 + x * \overline{1} = \overline{x}$

$\overline{x \oplus y} = xy + \overline{x}\,\overline{y}$

→ Verifica

→ $\overline{\overline{x}y} * \overline{x\overline{y}} = (x+\overline{y})(\overline{x}+y)$

→ $x\overline{x} + xy + \overline{x}\,\overline{y} + \overline{y}y$ = $xy + \overline{x}\,\overline{y}$

Associatività

$x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$

Dimostrazione:

→ $x \oplus (y\overline{z} + \overline{y}z) =$

→ $x\overline{(y\overline{z} + \overline{y}z)} + \overline{x}(y\overline{z} + \overline{y}z) =$

→ $x(yz + \overline{y}\,\overline{z}) + \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}z =$

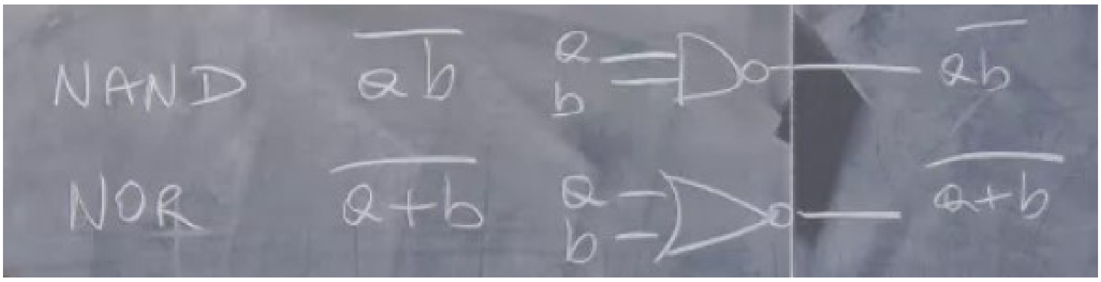
→ $xyz + x\overline{y}\,\overline{z} + \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}\,\overline{y}z =$

→ $(xy + \overline{x}\,\overline{y})z + (x\overline{y} + \overline{x}y)\overline{z}$

→ $\overline{x \oplus y} * z + (x \oplus y) * \overline{z}$

→ $(x \oplus y) \oplus z$

Operatore NAND E NOR

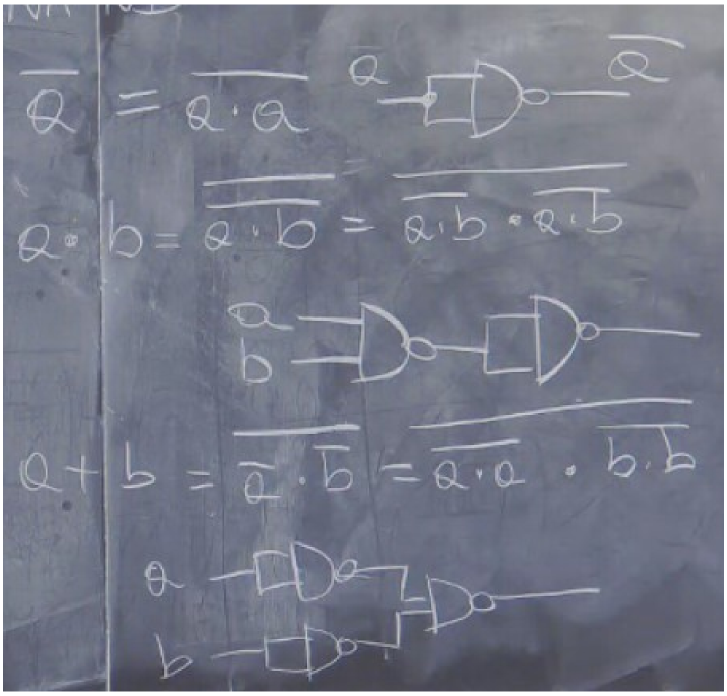


NAND

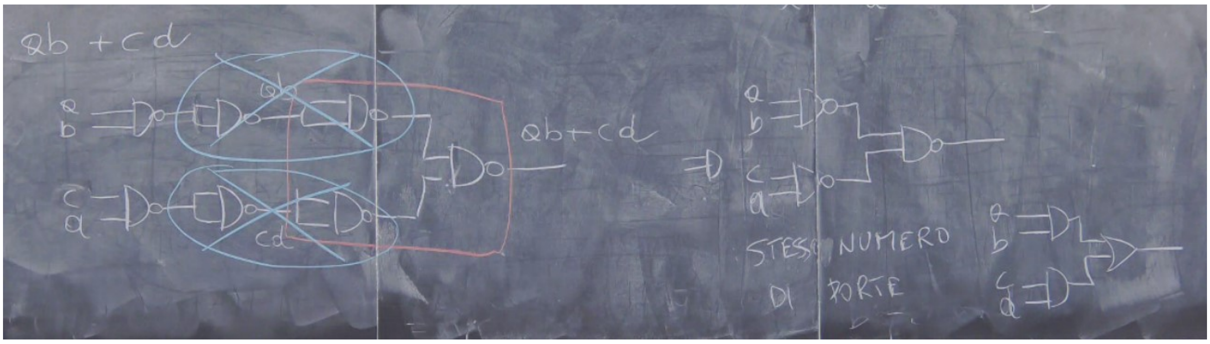
$\overline{a} = \overline{a * a}$

$a * b = \overline{\overline{a * b}} = \overline{\overline{a * b} * \overline{a * b}}$

$a + b = \overline{\overline{a} * \overline{b}} = \overline{\overline{a * a} * \overline{b * b}}$ → Utilizzando De Morgan



NAND per espressioni SOP



Operazioni universali

Possiamo realizzare not,and,or con solo NAND (oppure NOR)

Si può creare un circuito booleano con solo NAND