Soluzioni metodi matematici

Andrea Princic 1837592

12 Febbraio 2019

Es. 1

A. F

B. F

C. V

Es. 2

NOTA BENE: considerando che gli insiemi non infiniti non possono essere numerabili

A. F: $A - B$ potrebbe essere finito

B. F: ad esempio se $A = \mathbb{N} \cup 2^{\mathbb{N}}$ e $B = \mathbb{R}$, allora $A \cap B = \mathbb{N}$

C. V

Es. 3

A. F: non è antiriflessiva (è riflessiva)

B. V

C. V: $x = 0$

Es. 4

$$\{(P, L), (P, M), (P, G), (L, M), (L, G), (M, G)\}$$

Es. 5

La chiusura simmetrica di una relazione R è la più piccola relazione simmetrica che contiene R

Es. 6

Dim $\forall\ n \geq 2$:

$$(1-x)\sum_{k=0}^{n-1} x^k = 1 - x^n$$

Caso base: $n = 2$

$$(1-x)\sum_{k=0}^{1} x^k = (1-x)(1+x) = 1 - x^2$$

Passo induttivo: $n+1$

$$(1-x)\sum_{k=0}^{n} x^k = (1-x)\sum_{k=0}^{n-1} x^k \quad + (1-x)x^n =$$

$$1 - \cancel{x^n} + \cancel{x^n} - x^{n+1} = 1 - x^{n+1}$$

Es. 7

Un modello è un'interpretazione che verifica una formula

Es. 8

A. V: basta fare la tavola di verità

B. F: nel caso in cui $B = V$ e $A = F$

C. F: perché $A \to B = \neg A \vee B = \neg(A \wedge \neg B)$ e il fatto che $A \wedge \neg B$ sia soddisfacibile non implica in nessun modo che la sua negazione non lo sia. Se $A \wedge \neg B$ fosse una tautologia allora la sua negazione sarebbe insoddisfacibile, ma non è questo il caso

D. F: il fatto che $B \wedge \neg A$ abbia i rami chiusi vuol dire che $\neg B \vee A$ è una tautologia. Ma questo non significa per forza che A sia sempre vero. Ad esempio il B di cui si ipotizza l'esistenza potrebbe essere sempre falso

Es. 9

A. F: per falsificarlo basta che A e B siano entrambe tautologie nel dominio

B. V: la formula può essere interpretata così: esiste una y per la quale A è falsa, oppure non esiste nessuna x per la quale è falsa. Ovviamente è vero perché o A è falsa per una y, oppure non è falsa per nessuna

Es. 10

A. $\exists x\ \forall y\ x < y$

B. $\neg\exists x\ \forall y\ y < x$

C. $\forall x\ \forall y\ (x < y \rightarrow \exists z\ (x < z \wedge z < y))$