Lezione 15

Natura congiuntiva e disgiuntiva, Ramo chiuso, Controllo della tautologia, Correttezza e Completezza

---

Natura congiuntiva e disgiuntiva, Ramo chiuso, Controllo della tautologia, Correttezza e Completezza

Lezione 15

lunedì 29 novembre 2021 11:45

Sintassi

connettivi $\neg$ $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$ $\leftrightarrow$

not and or implic. se e solo se

$\neg P$ $P \wedge Q$ $P \vee Q$ $P \rightarrow Q$ $P \leftrightarrow Q$

Tautologia · verità logica

Soddisfacibile
falsificabile
insoddisfacibile

Cons. logica

- Tableaux Proposizionali

Congiuntiva Disgiuntiva

$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$

Natura congiuntiva α

(α1) $X \wedge Y \rightarrow X, Y$

(α2) $\neg(X \vee Y) \rightarrow \neg X, \neg Y$

(α3) $\neg(X \rightarrow Y) \rightarrow X, \neg Y$

(α4) $X \leftrightarrow Y \rightarrow X \rightarrow Y, Y \rightarrow X$

(α5) $\neg\neg X \rightarrow X$

Per esse vera questa deve essere vera anche questa

Natura disgiuntiva β

(β1) $X \vee Y$: X | Y

(β2) $\neg(X \wedge Y)$: $\neg X$ | $\neg Y$

(β3) $X \rightarrow Y$: $\neg X$ | Y

(β4) $\neg(X \leftrightarrow Y)$: $\neg(X \rightarrow Y)$ | $\neg(Y \rightarrow X)$

(β5)

Ci si ferma solamente se avremo alla fine A o $\neg$A, senno si rientra nei casi soprastanti

Ramo chiuso

$A \quad \neg A$ impossibile da soddisfare

◇ $\boxed{A, \neg A, \ldots}$

Quando tutti i rami sono chiusi, allora la formula iniziale è insoddisfacibile

Tautologia - controllo

Per vedere se la formula è una tautologia basta negare la formula di partenza e se ottieniamo che tutti i rami sono chiusi allora la tautologia è confermata

$\neg(((A \to B) \wedge (B \to C)) \to (A \to C))$

$(A \to B) \wedge (B \to C), \neg(A \to C)$

$A \to B, B \to C, \neg(A \to C)$

$A \to B, B \to C, A, \neg C$

$B \to C, A, \neg C, \neg A \qquad B \to C, A, \neg C, B$

◇ $\qquad A, \neg B, B, \neg B \qquad A, \neg C, B, C$

◇ $\qquad$ ◇

insoddisfacibile

$P \wedge (\neg Q \vee \neg P)$

$P, \neg Q \vee \neg P$

$P, \neg Q \qquad P, \neg P$

◇

Se è vero allora la formula di partenza è vera

controllo Tautologia $\longrightarrow$

$\neg(P \wedge (\neg Q \vee \neg P))$

$\neg P \qquad \neg(\neg Q \vee \neg P)$

non lo chiuderemo mai quindi non è una tautologia

Correttezza

Se non fornisce falsi positivi, cioè non vi dice che una cosa è vera quando non è vera. La dimostrazione dimostra sempre il vero

Completezza

Completezza

È completo quando tutto quello che è vero risulta vero nel metodo.
La dimostrazione dimostra tutto il vero

$\neg(A \to (A \to \neg A))$

$A, \neg(A \to \neg A)$

$A, A, \neg(\neg A)$

A, A, A