

Lezione 18

Esercizi sull'induzione (possibili esercizi intimidatori, non demordere)

Esercizi sull'induzione (possibili esercizi intimidatori, non demordere)

Dati n numeri reali positivi il cui prodotto è 1, dimostrare che la loro somma è $\geq n$
($n \geq 2$)

$$v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \cdot v_n = 1$$

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n \geq n$$

• Caso base (per 2)

$$v \cdot \frac{1}{v} = 1$$

↑ ↑
≥ 1 ≤ 1

$$v + \frac{1}{v} \geq 2$$

$$\underbrace{v}_{\geq 1} + \underbrace{\frac{1}{v}}_{\leq 1} = \frac{(1+y)^2 + 1}{1+y} = \frac{1+y^2+2y+1}{1+y} = \frac{y^2+2+y}{1+y} = \frac{y^2}{1+y} + 2 \geq 2$$

(y ≥ 0)

• Passo induttivo

$$v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \cdot v_{n+1} = 1$$

$$v_1 + v_2 + \dots + v_{n+1} \geq n+1$$

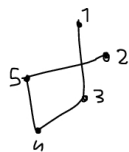
$$v_1 + v_2 + \dots + v_n + v_{n+1} \geq n+1$$

$$v_n + v_{n+1} \geq (v_n \cdot v_{n+1}) + 1$$

$$(1+x)(1-y) \rightarrow 1+x-y-xy$$

$$\cancel{1+x} + \cancel{1-y} - \cancel{1-x+y} + xy \mid 1+xy \geq 1$$

Grasso



$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{(1,2), (2,3), \cancel{(3,4)}, (4,5), \cancel{(5,1)}, \cancel{(1,3)}, \cancel{(2,4)}, \cancel{(3,5)}, \cancel{(4,2)}, \cancel{(5,4)}\}$$

n vertici: quanti archi ha il grafo completo?



$$\frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

• caso base (per 2)

$$\frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \quad \checkmark$$

• passo induttivo

(greve)



+ 1 vertice =



$$= \frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n-1) + 2n}{2} = \frac{n(n-1+2)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Predicativo

① $<$ ha un elemento minimo

$\mathcal{L} < (\dots)$

② $<$ non ha un massimo

$<(x, y)$
 $x < y$

③ $<$ è denso \rightarrow per ogni coppia di oggetti:
nella relazione $<$ esiste
un elemento intermedio

① $\exists x \forall y \quad x < y$

② $\neg \exists y \forall x \quad x < y \quad \vee \quad \forall x \exists y \quad x < y$

③ $\forall x \forall y \exists z \quad x < z < y$

