Soluzioni metodi matematici

Andrea Princic 1837592

13 Giugno 2022

Es. 1

NOTA BENE: l'esercizio dice di segnare quelle **NON** vere. non è molto chiaro cosa intenda visto che è già un esercizio vero-falso, nel dubbio io segno vere le affermazioni vere e false quelle false

A. V

B. F

C. V

D. V

Es. 2

L'insieme delle parti di X è l'insieme dei sottoinsiemi di X.

Es. 3

A. F

B. V

C. F

D. F

Es. 4

Un insieme è numerabile sse può essere messo in corrispondenza biunivoca con $\mathbb{N}$. Ad esempio $\mathbb{P}$ (l'insieme dei numeri pari) è numerabile.

Es. 5

Dim $\forall\ n \geq 2$:

$$\sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{1-x^n}{1-x}$$

Caso base: $n = 2$

$$\sum_{k=0}^{1} x^k = 1 + x$$

$$\frac{1-x^2}{1-x} = \frac{\cancel{(1-x)}(1+x)}{\cancel{1-x}} = 1 + x$$

Passo induttivo: $n + 1$

$$\sum_{k=0}^{n} x^k = \sum_{k=0}^{n-1} x^k \quad + x^n = \frac{1-x^n}{1-x} + x^n =$$

$$\frac{1-x^n}{1-x} + \frac{(1-x)x^n}{1-x} = \frac{1-x^n}{1-x} + \frac{x^n - x^{n+1}}{1-x} = \frac{1 \cancel{-x^n} \cancel{+x^n} - x^{n+1}}{1-x} =$$

$$\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

Es. 6

Interpretare significa dare un significato ad ogni predicato e scegliere un dominio.

Es. 7

Se $A \vDash B \vee C$ e $B \vDash \neg C$ allora $(A \to C) \vDash \neg B$?
Falso nel caso in cui $B = V$ e $A = F$

Se $A \wedge \neg B$ è soddisfacibile allora $A \to B$ è insoddisfacibile
Falso perché $A \to B = \neg A \vee B = \neg(A \wedge \neg B)$ e il fatto che $A \wedge \neg B$ sia soddisfacibile non implica in nessun modo che la sua negazione non lo sia. Se $A \wedge \neg B$ fosse una tautologia allora la sua negazione sarebbe insoddisfacibile, ma non è questo il caso

Es. 8

$\exists x(A(x) \to \neg B(x)) \to \neg\forall x(B(x) \to A(x))$
Si può scrivere anche:
$\exists x(A(x) \to \neg B(x)) \to \exists x(B(x) \land \neg A(x))$
Che è falsificabile nel caso in cui A e B siano insoddisfacibili nel dominio di interpretazione.
Ad esempio:
Dominio: $\mathbb{N}$
$A(x)$: x è negativo
$B(x)$: x ha una parte decimale diversa da 0
Un altro modo per falsificare è porre $A = B$ falsificabili.

Es. 9

Ogni insieme Z è intersezione di qualche coppia di insiemi X e Y:

$$\forall Z\ \exists X\ \exists Y\ \forall z(z \in Z \leftrightarrow (z \in X \land z \in Y))$$