

OŠ BATA BULIĆ

---

## **RADNA SVESKA ZA 8. RAZRED**

---

16. maj 2020.

Verica Mihajlović Vićentijević  
Nastavnica matematike  
[vericavicent@gmail.com](mailto:vericavicent@gmail.com)

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate</b>	<b>1</b>
1.1	Metoda zamene . . . . .	1
1.1.1	Podsetnik . . . . .	1
1.1.2	Zadaci . . . . .	1
1.2	Metoda suprotnih koeficijenata . . . . .	2
1.2.1	Podsetnik . . . . .	2
1.2.2	Zadaci . . . . .	2
1.3	Primena sistema jednačina sa dve nepoznate . . . . .	3
1.3.1	Zadaci . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Valjak (Cilindar)</b>	<b>3</b>
2.0.1	Podsetnik . . . . .	3
2.0.2	Zadaci . . . . .	3
2.1	Površina valjka . . . . .	4
2.1.1	Podsetnik . . . . .	4
2.1.2	Zadaci . . . . .	4
2.2	Zapremina valjka . . . . .	4
2.2.1	Podsetnik . . . . .	4
2.2.2	Zadaci . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Kupa</b>	<b>4</b>
3.0.1	Podsetnik . . . . .	4
3.0.2	Zadaci . . . . .	5
3.1	Površina kupe . . . . .	5
3.1.1	Podsetnik . . . . .	5
3.1.2	Zadaci . . . . .	5
3.2	Zapremina kupe . . . . .	5
3.2.1	Podsetnik . . . . .	5
3.2.2	Zadaci . . . . .	6
3.3	Površina i zapremina složenih obrtnih tela . . . . .	6
3.3.1	Zadaci . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Lopta</b>	<b>6</b>
4.1	Podsetnik . . . . .	6
4.1.1	Zadaci . . . . .	6

# 1 Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate

## 1.1 Metoda zamene

### 1.1.1 Podsetnik

- Ako dva sistema linearnih jednačina imaju jednake skupove rešenja, onda su ta dva sistema ekvivalentna.
- Ako sistem linearnih jednačina s dve nepoznate nema rešenja onda je to **nemoguć sistem**.
- Ako sistem linearnih jednačina s dve nepoznate ima beskonačno mnogo rešenja (jednačine u sistemu su međusobno ekvivalentne) onda je to **neodređen sistem**.
- Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate je **određen sistem** ako ima tačno jedno rešenje.

### 1.1.2 Zadaci

1. Da li je par brojeva  $x = -2$ ,  $y = 1$  rešenje nekog od sistema jednačina:

a) 
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x - y = -7 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = 2 \\ -2x + 3y = 7 \end{cases}$$

2. Reši sisteme jednačina metodom zamene:

a) 
$$\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2x + 5y = -2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

## 1.2 Metoda suprotnih koeficijenata

### 1.2.1 Podsetnik

- **Princip sabiranja jednačina:** Ako se jedna jednačina sistema zameni zbirom dveju jednačina tog sistema, dobija se ekvivalentan sistem.
- Ključni potez u rešavanju sistema je eliminacija jedne nepoznate tako što sabiramo suprotne brojeve.

### 1.2.2 Zadaci

1. Rešiti sistem metodom suprotnih koeficijenata:

a) Rešen primer: 
$$\begin{cases} 9x - 7y = 2 \\ 3x + 8y = 11 \end{cases}$$

Da bismo dobili suprotne koeficijente uz nepoznatu  $x$  množimo drugu jednačinu sa  $-3$  (obeleženu sa  $(b)$ ).

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a) \\ 3x + 8y = 11 & (b) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a') = (a) \\ -9x - 24y = -33 & (b') = (b) \cdot (-3) \end{cases} \end{aligned}$$

Sada drugu jednačinu  $(b')$  zamenimo sa zbirom jednačina sistema  $(a') + (b')$ .

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a'') = (a') \\ -31y = -31 & (b'') = (a') + (b') \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a''') = (a'') \\ y = 1 & (b''') = (b'') \cdot (-\frac{1}{31}) \end{cases} \end{aligned}$$

I na kraju zamenimo  $y$  iz jednačine  $(b''')$  u jednačinu  $(a''')$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7 \cdot 1 = 2 \\ y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = 13 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} -3x + 2y = 23 \\ 10x + 4y = -34 \end{cases}$$

2. Grafičkom metodom reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

3. Metodom suprotnih koeficijenata reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 9x - 5y = 3 \end{cases}$$

4. Metodom zamene promenljive reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{5} + 2y = 3 \\ 3x + \frac{4y-5}{6} - 9 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

## 1.3 Primena sistema jednačina sa dve nepoznate

### 1.3.1 Zadaci

1. Količnik dva broja je 13, a njihov zbir je 42. Koji su to brojevi?
2. Obim pravougaonika je  $48cm$ , a odnos stranica je  $2 : 5$ . Odredi stranice pravougao-nika.
3. Sofija je starija od svog brata Jovana pet godina. Za četiri godine Sofija će biti duplo starija od svog brata. Koliko godina ima Sofija a koliko njen brat Jovan.

## 2 Valjak (Cilindar)

### 2.0.1 Podsetnik

- **Poprečni presek valjka** (krug) dobija se kao presek valjka i ravni koja je paralelna sa osnovom valjka.
- **Normalni presek valjka** (pravougaonik) dobija se kao presek valjka i ravni normalne na osnovu valjka.
- **Osni presek valjka** je normalni presek valjka koji sadrži osu valjka.
- Ako je osni presek kvadrat, onda imamo **ravnostrani valjak**

$$H = 2r$$

### 2.0.2 Zadaci

1. Obim osnove valjka je  $47,1cm$ . Dijagonala osnog preseka je  $17cm$ . Kolika je površina osnog preseka? ( $\pi = 3,14$ )
2. Površina osnove ravnostranog valjka je  $78,5cm^2$ . Kolika je visina valjka? ( $\pi = 3,14$ )

## 2.1 Površina valjka

### 2.1.1 Podsetnik

- $P$  - površina valjka,  $B$  - površina osnove valjka,  $M$  - površina omotača:

$$B = r^2\pi$$

$$M = 2r\pi h$$

$$P = 2B + M$$

.

### 2.1.2 Zadaci

1. Pravougaonik stranica  $2dm$  i  $3dm$  rotira jednom oko manje stranice, a drugi put oko veće stranice. Uporedi površine tako dobijenih cilindara.

## 2.2 Zapremina valjka

### 2.2.1 Podsetnik

- $V$  - zapremina valjka,  $B$  - površina osnove valjka,  $H$  - visina valjka:

$$B = r^2\pi$$

$$V = BH$$

.

### 2.2.2 Zadaci

1. Površina valjka je  $48\pi cm^2$ , a površina njegovog omotača je  $30\pi cm^2$ . Kolika je zapremina valjka? ( $\pi = 3,14$ )
2. Površina osnog preseka valjka je  $64\pi cm^2$ , a obim osnove je jednak visini. Izračunaj zapreminu i površinu valjka.
3. Valjak zapremine  $1413cm^3$  ima poprečni presek  $56,52cm^2$ . Izračunaj površinu valjka. ( $\pi = 3,14$ )

## 3 Kupa

### 3.0.1 Podsetnik

- Osni presek kupe je jednakokraki trougao površine  $Q = rH$  gde je  $r$  poluprečnik osnove a  $H$  je visina kupe.

- Kupa čiji je osni presek jednakostranični trougao naziva se **ravnostrana kupa** kod koje važi sledeće:

$$s = 2r$$

gde je  $s$  izvodnica kupe.

$$H = r\sqrt{3}$$

### 3.0.2 Zadaci

1. Osni presek kupe ima jedan unutrašnji ugao od  $120^\circ$ . Visina kupe je  $1,5dm$ . Odredi prečnik osnove i izvodnicu kupe.
2. Obim osnog preseka ravnostrane kupe je  $42cm$ . Izračunaj obim osnove kupe. Računaj  $\pi = \frac{22}{7}$ .

## 3.1 Površina kupe

### 3.1.1 Podsetnik

- Površina kupe:

$$P = B + M$$

gde su  $B = r^2\pi$  i  $M = \pi rs$ .

### 3.1.2 Zadaci

1. Visina prave kupe je  $12cm$ , a izvodnica  $13cm$ . Kolika je površina kupe?
2. Jednakostranični trougao stranice  $20cm$  rotira oko svoje visine. Kolika je površina dobijene kupe?

## 3.2 Zapremina kupe

### 3.2.1 Podsetnik

- Zapremina kupe:

$$V = \frac{1}{3}BH$$

gde su  $B = r^2\pi$  i  $H$  visina kupe.

- Zapremina ravnostrane kupe:

$$V = \frac{1}{3}r^3\pi\sqrt{3}$$

gde je  $H = r\sqrt{3}$  visina kupe.

### 3.2.2 Zadaci

1. Površina osnove kupe je  $9\pi\text{cm}^2$ , a obim osnog preseka  $16\text{cm}$ . Izračaj zapreminu i površinu kupe?
2. Ako se omotač kupe razvije u ravan, dobija se kružni isečak prečnika  $30\text{cm}$ , sa centralnim uglom  $120^\circ$ . Izračunaj zapreminu kupe?
3. Zidarski visak je metalna kupa obima baze  $16,7\text{cm}$  i izvodnice  $6,5\text{cm}$ . Gustina metala je  $7,5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ . Izračunaj masu viska. ( $\pi = 3,14$ )

## 3.3 Površina i zapremina složenih obrtnih tela

### 3.3.1 Zadaci

1. Izračunaj površinu i zapreminu tela, koje nastaje obrtanjem jednostraničnog trougla oko visine. Obim trougla je  $3\text{ dm}$ .
2. Kvadrat površine  $2\frac{1}{4}\text{ dm}^2$  rotira oko svoje dijagonale. Izračunaj površinu i zapreminu dobijenog tela.
3. Izračunaj površinu tela, koje nastaje obrtanjem oko hipotenuze pravouglog jednakokrakog trougla katete  $6\text{ cm}$ .

## 4 Lopta

### 4.0.1 Podsetnik

- Površina lopte (površina sfere):

$$P = 4r^2\pi$$

gde je  $r$  poluprečnik lopte.

- Presek lopte sa najvećim poluprečnikom je **veliki krug** lopte.
- Površ polulopte obrazuju veliki krug i polovina sfere, pa je njena površina  $P = 3r^2\pi$ .
- Zapremina lopte:

$$V = \frac{4}{3}r^3\pi$$

### 4.0.2 Zadaci

1. Izračunaj površinu i zapreminu lopte ako je poluprečnik  $r = 2\sqrt{3}\text{ cm}$ .
2. Zapremina polulopte je  $452,16\text{ cm}^3$ . Izračunaj površinu velikog kruga. ( $\pi = 3,14$ )
3. Polukrug obima  $77,1\text{ cm}$  obrće se oko svoje simetrale. Kolika je zapremina dobijenog tela?



4. Ravan, koja je od centra lopte udaljena  $5\text{ cm}$ , seče loptu po krugu, čiji je poluprečnik za  $1\text{ cm}$  manji od poluprečnika lopte. Izračunaj zapreminu lopte.