

OŠ BATA BULIĆ

RADNA SVESKA ZA 8. RAZRED

16. maj 2020.

Verica Mihajlović Vićentijević
Nastavnica matematike
vericavicent@gmail.com

Sadržaj

1	Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate	1
1.1	Metoda zamene	1
1.1.1	Podsetnik	1
1.1.2	Zadaci	1
1.2	Metoda suprotnih koeficijenata	2
1.2.1	Podsetnik	2
1.2.2	Zadaci	2
1.3	Primena sistema jednačina sa dve nepoznate	3
1.3.1	Zadaci	3
2	Valjak (Cilindar)	3
2.0.1	Podsetnik	3
2.0.2	Zadaci	3
2.1	Površina valjka	4
2.1.1	Podsetnik	4
2.1.2	Zadaci	4
2.2	Zapremina valjka	4
2.2.1	Podsetnik	4
2.2.2	Zadaci	4
3	Kupa	4
3.0.1	Podsetnik	4
3.0.2	Zadaci	5
3.1	Površina kupe	5
3.1.1	Podsetnik	5
3.1.2	Zadaci	5
3.2	Zapremina kupe	5
3.2.1	Podsetnik	5
3.2.2	Zadaci	6
3.3	Površina i zapremina složenih obrtnih tela	6
3.3.1	Zadaci	6
4	Lopta	6
4.0.1	Podsetnik	6
4.0.2	Zadaci	6

1 Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate

1.1 Metoda zamene

1.1.1 Podsetnik

- Ako dva sistema linearnih jednačina imaju jednake skupove rešenja, onda su ta dva sistema ekvivalentna.
- Ako sistem linearnih jednačina s dve nepoznate nema rešenja onda je to **nemoguć sistem**.
- Ako sistem linearnih jednačina s dve nepoznate ima beskonačno mnogo rešenja (jednačine u sistemu su međusobno ekvivalentne) onda je to **neodređen sistem**.
- Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate je **određen sistem** ako ima tačno jedno rešenje.

1.1.2 Zadaci

1. Da li je par brojeva $x = -2$, $y = 1$ rešenje nekog od sistema jednačina:

a)
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x - y = -7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = 2 \\ -2x + 3y = 7 \end{cases}$$

2. Reši sisteme jednačina metodom zamene:

a)
$$\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2x + 5y = -2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

1.2 Metoda suprotnih koeficijenata

1.2.1 Podsetnik

- **Princip sabiranja jednačina:** Ako se jedna jednačina sistema zameni zbirom dveju jednačina tog sistema, dobija se ekvivalentan sistem.
- Ključni potez u rešavanju sistema je eliminacija jedne nepoznate tako što sabiramo suprotne brojeve.

1.2.2 Zadaci

1. Rešiti sistem metodom suprotnih koeficijenata:

a) Rešen primer:
$$\begin{cases} 9x - 7y = 2 \\ 3x + 8y = 11 \end{cases}$$

Da bismo dobili suprotne koeficijente uz nepoznatu x množimo drugu jednačinu sa -3 (obeleženu sa (b)).

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a) \\ 3x + 8y = 11 & (b) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a') = (a) \\ -9x - 24y = -33 & (b') = (b) \cdot (-3) \end{cases} \end{aligned}$$

Sada drugu jednačinu (b') zamenimo sa zbirom jednačina sistema $(a') + (b')$.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a'') = (a') \\ -31y = -31 & (b'') = (a') + (b') \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a''') = (a'') \\ y = 1 & (b''') = (b'') \cdot (-\frac{1}{31}) \end{cases} \end{aligned}$$

I na kraju zamenimo y iz jednačine (b''') u jednačinu (a''')

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} 9x - 7 \cdot 1 = 2 \\ y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = 13 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -3x + 2y = 23 \\ 10x + 4y = -34 \end{cases}$$

2. Grafičkom metodom reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

3. Metodom suprotnih koeficijenata reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 9x - 5y = 3 \end{cases}$$

4. Metodom zamene promenljive reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{5} + 2y = 3 \\ 3x + \frac{4y-5}{6} - 9 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

1.3 Primena sistema jednačina sa dve nepoznate

1.3.1 Zadaci

1. Količnik dva broja je 13, a njihov zbir je 42. Koji su to brojevi?
2. Obim pravougaonika je $48cm$, a odnos stranica je $2 : 5$. Odredi stranice pravougao-nika.
3. Sofija je starija od svog brata Jovana pet godina. Za četiri godine Sofija će biti duplo starija od svog brata. Koliko godina ima Sofija a koliko njen brat Jovan.

2 Valjak (Cilindar)

2.0.1 Podsetnik

- **Poprečni presek valjka** (krug) dobija se kao presek valjka i ravni koja je paralelna sa osnovom valjka.
- **Normalni presek valjka** (pravougaonik) dobija se kao presek valjka i ravni normalne na osnovu valjka.
- **Osni presek valjka** je normalni presek valjka koji sadrži osu valjka.
- Ako je osni presek kvadrat, onda imamo **ravnostrani valjak**

$$H = 2r$$

2.0.2 Zadaci

1. Obim osnove valjka je $47,1cm$. Dijagonala osnog preseka je $17cm$. Kolika je površina osnog preseka? ($\pi = 3,14$)
2. Površina osnove ravnostranog valjka je $78,5cm^2$. Kolika je visina valjka? ($\pi = 3,14$)

2.1 Površina valjka

2.1.1 Podsetnik

- P - površina valjka, B - površina osnove valjka, M - površina omotača:

$$B = r^2\pi$$

$$M = 2r\pi h$$

$$P = 2B + M$$

.

2.1.2 Zadaci

1. Pravougaonik stranica $2dm$ i $3dm$ rotira jednom oko manje stranice, a drugi put oko veće stranice. Uporedi površine tako dobijenih cilindara.

2.2 Zapremina valjka

2.2.1 Podsetnik

- V - zapremina valjka, B - površina osnove valjka, H - visina valjka:

$$B = r^2\pi$$

$$V = BH$$

.

2.2.2 Zadaci

1. Površina valjka je $48\pi cm^2$, a površina njegovog omotača je $30\pi cm^2$. Kolika je zapremina valjka? ($\pi = 3,14$)
2. Površina osnog preseka valjka je $64\pi cm^2$, a obim osnove je jednak visini. Izračunaj zapreminu i površinu valjka.
3. Valjak zapremine $1413cm^3$ ima poprečni presek $56,52cm^2$. Izračunaj površinu valjka. ($\pi = 3,14$)

3 Kupa

3.0.1 Podsetnik

- Osni presek kupe je jednakokraki trougao površine $Q = rH$ gde je r poluprečnik osnove a H je visina kupe.

- Kupa čiji je osni presek jednakostranični trougao naziva se **ravnostrana kupa** kod koje važi sledeće:

$$s = 2r$$

gde je s izvodnica kupe.

$$H = r\sqrt{3}$$

3.0.2 Zadaci

1. Osni presek kupe ima jedan unutrašnji ugao od 120° . Visina kupe je $1,5dm$. Odredi prečnik osnove i izvodnicu kupe.
2. Obim osnog preseka ravnostrane kupe je $42cm$. Izračunaj obim osnove kupe. Računaj $\pi = \frac{22}{7}$.

3.1 Površina kupe

3.1.1 Podsetnik

- Površina kupe:

$$P = B + M$$

gde su $B = r^2\pi$ i $M = \pi rs$.

3.1.2 Zadaci

1. Visina prave kupe je $12cm$, a izvodnica $13cm$. Kolika je površina kupe?
2. Jednakostranični trougao stranice $20cm$ rotira oko svoje visine. Kolika je površina dobijene kupe?

3.2 Zapremina kupe

3.2.1 Podsetnik

- Zapremina kupe:

$$V = \frac{1}{3}BH$$

gde su $B = r^2\pi$ i H visina kupe.

- Zapremina ravnostrane kupe:

$$V = \frac{1}{3}r^3\pi\sqrt{3}$$

gde je $H = r\sqrt{3}$ visina kupe.

3.2.2 Zadaci

1. Površina osnove kupe je $9\pi\text{cm}^2$, a obim osnog preseka 16cm . Izračaj zapreminu i površinu kupe?
2. Ako se omotač kupe razvije u ravan, dobija se kružni isečak prečnika 30cm , sa centralnim uglom 120° . Izračunaj zapreminu kupe?
3. Zidarski visak je metalna kupa obima baze $16,7\text{cm}$ i izvodnice $6,5\text{cm}$. Gustina metala je $7,5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Izračunaj masu viska. ($\pi = 3,14$)

3.3 Površina i zapremina složenih obrtnih tela

3.3.1 Zadaci

1. Izračunaj površinu i zapreminu tela, koje nastaje obrtanjem jednostraničnog trougla oko visine. Obim trougla je 3 dm .
2. Kvadrat površine $2\frac{1}{4}\text{ dm}^2$ rotira oko svoje dijagonale. Izračunaj površinu i zapreminu dobijenog tela.
3. Izračunaj površinu tela, koje nastaje obrtanjem oko hipotenuze pravouglog jednakokrakog trougla katete 6 cm .

4 Lopta

4.0.1 Podsetnik

- Površina lopte (površina sfere):

$$P = 4r^2\pi$$

gde je r poluprečnik lopte.

- Presek lopte sa najvećim poluprečnikom je **veliki krug** lopte.
- Površ polulopte obrazuju veliki krug i polovina sfere, pa je njena površina $P = 3r^2\pi$.
- Zapremina lopte:

$$V = \frac{4}{3}r^3\pi$$

4.0.2 Zadaci

1. Izračunaj površinu i zapreminu lopte ako je poluprečnik $r = 2\sqrt{3}\text{ cm}$.
2. Zapremina polulopte je $452,16\text{ cm}^3$. Izračunaj površinu velikog kruga. ($\pi = 3,14$)
3. Polukrug obima $77,1\text{ cm}$ obrće se oko svoje simetrale. Kolika je zapremina dobijenog tela?

4. Ravan, koja je od centra lopte udaljena 5 cm , seče loptu po krugu, čiji je poluprečnik za 1 cm manji od poluprečnika lopte. Izračunaj zapreminu lopte.