OŠ BATA BULIĆ

RADNA SVESKA ZA 8. RAZRED

3. maj 2020.

Verica Mihajlović Vićentijević Nastavnica matematike vericavicent@gmail.com

Sadržaj

1	Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate				
	1.1	Metod	da zamene	. 1	
		1.1.1	Podsetnik	. 1	
		1.1.2	Zadaci	. 1	
	1.2	Metod	la suprotnih koeficijenata	. 2	
		1.2.1	Podsetnik	. 2	
		1.2.2	Zadaci	. 2	
	1.3	Prime	ena sistema jednačina sa dve nepoznate		
		1.3.1	Zadaci		
2	Valj	/aljak (Cilindar)			
		2.0.1	Podsetnik	. 3	
		2.0.2	Zadaci	. 3	
	2.1	Površi	ina valjka	. 4	
		2.1.1	Podsetnik	. 4	
		2.1.2	Zadaci	. 4	
	2.2	Zapre	mina valjka	. 4	
		2.2.1	Podsetnik	. 4	
		2.2.2	Zadaci	. 4	
3	Kup	Ćupa			
		3.0.1	Podsetnik	. 4	
		3.0.2	Zadaci	. 5	
	3.1	Površi	ina kupe	. 5	
		3.1.1	Podsetnik	. 5	
		3.1.2	Zadaci	. 5	
	3.2	Zapre	mina kupe	. 5	
		3.2.1	Podsetnik		
		3.2.2	Zadaci	. 6	

1 Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate

1.1 Metoda zamene

1.1.1 Podsetnik

- Ako dva sistema linearnih jednačina imaju jednake skupove rešenja, onda su ta dva sustema ekvivalentna.
- Ako sistem linearnih jednačina s dve nepoznate nema rešenja onda je to nemoguć sistem.
- Ako sistem linearnih jednačina s dve nepoznate ima beskonačno mnogo rešenja (jednačine u sistemu su međusobno ekvivalentne) onda je to **neodređen sistem**.
- Sistem linearnih jednačina s dve nepoznate je **određen sistem** ako ima tačno jedno rešenje.

1.1.2 Zadaci

1. Da li je par brojeva x = -2, y = 1 rešenje nekog od sistema jednačina:

a)
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x - y = -7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = 2\\ -2x + 3y = 7 \end{cases}$$

2. Reši sisteme jednačina metodom zamene:

a)
$$\begin{cases} -x + 2y = 4\\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = 2\\ 2x + 5y = -2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

1.2 Metoda suprotnih koeficijenata

1.2.1 Podsetnik

- Princip sabiranja jednačina: Ako se jedna jednačina sistema zameni zbirom dveju jednačina tog sistema, dobija se ekvivalentan sistem.
- Ključni potez u rešavanju sistema je eliminacija jedne nepoznate tako što sabiramo suprotne brojeve.

1.2.2 Zadaci

1. Rešiti sistem metodom suprotnih koeficijenata:

a) Rešen primer:
$$\begin{cases} 9x - 7y = 2\\ 3x + 8y = 11 \end{cases}$$

Da bismo dobili suprotne koeficijente uz nepoznatu x množimo drugu jednačinu sa -3 (obeleženu sa (b)).

$$\begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a) \\ 3x + 8y = 11 & (b) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a') = (a) \\ -9x - 24y = -33 & (b') = (b) \cdot (-3) \end{cases}$$

Sada drugu jednačinu (b') zamenimo sa zbirom jednačina sistema (a') + (b').

$$\iff \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a'') = (a') \\ -31y = -31 & (b'') = (a') + (b') \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 9x - 7y = 2 & (a''') = (a'') \\ y = 1 & (b''') = (b'') \cdot (-\frac{1}{31}) \end{cases}$$

I na kraju zamenimo y iz jednačine (b''') u jednačinu (a''')

$$\iff \begin{cases} 9x - 7 \cdot 1 = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = 13 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -3x + 2y = 23\\ 10x + 4y = -34 \end{cases}$$

2. Grafičkom metodom reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} 3x + y = -1\\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

3. Metodom suprotnih koeficijenata reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 18\\ 9x - 5y = 3 \end{cases}$$

4. Metodom zamene promenljive reši sistem jednačina:

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{5} + 2y = 3\\ 3x + \frac{4y-5}{6} - 9 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

1.3 Primena sistema jednačina sa dve nepoznate

1.3.1 Zadaci

- 1. Količnik dva broja je 13, a njihov zbir je 42. Koji su to brojevi?
- 2. Obim pravougaonika je 48cm, a odnos stranica je 2:5. Odredi stranice pravougaonika.
- 3. Sofija je starija od svog brata Jovana pet godina. Za četiri godine Sofija će biti duplo starija od svog brata. Koliko godina ima Sofija a koliko njen brat Jovan.

2 Valjak (Cilindar)

2.0.1 Podsetnik

- **Poprečni presek valjka** (krug) dobija se kao presek valjka i ravni koja je paralelna sa osnovom valjka.
- Normalni presek valjka (pravougaonik) dobija se kao presek valjka i ravni normalne na osnovu valjka.
- Osni presek valjka je normalni presek valjka koji sadrži osu valjka.
- Ako je osni presek kvadrat, onda imamo ravnostrani valjak

$$H = 2r$$

2.0.2 Zadaci

- 1. Obim osnove valjka je 47,1cm. Dijagonala osnog preseka je 17cm. Kolika je površina osnog preseka? ($\pi=3,14$)
- 2. Površina osnove ravnostranog valjka je 78, $5cm^2$. Kolika je visina valjka? ($\pi = 3, 14$)

2.1 Površina valjka

2.1.1 Podsetnik

- P - površina valjka, B - površina osnove valjka, M - površina omotača:

$$B = r^2 \pi$$

$$M = 2r\pi h$$

$$P = 2B + M$$

.

2.1.2 Zadaci

1. Pravougaonik stranica 2dm i 3dm rotira jednom oko manje stranice, a drugi put oko veće stranice. Uporedi površine tako dobijenih cilindara.

2.2 Zapremina valjka

2.2.1 Podsetnik

• V - zapremina valjka, B - površina osnove valjka, H - visina valjka:

$$B = r^2 \pi$$

$$V = BH$$

.

2.2.2 Zadaci

- 1. Površina valjka je $48\pi cm^2$, a površina njegovog omotača je $30\pi cm^2$. Kolika je zapremina valjka? $(\pi=3,14)$
- 2. Površina osnog preseka valjka je $64\pi cm^2$, a obim osnove je jednak visini. Izračunaj zapreminu i površinu valjka.
- 3. Valjak zapremine $1413cm^3$ ima poprečni presek 56, $52cm^2$. Izračunaj površinu valjka. $(\pi=3,14)$

3 Kupa

3.0.1 Podsetnik

 \bullet Osni presek kupe je jednakokraki trougao površine Q=rHgde je r poluprečnik osnove a H je visina kupe.

• Kupa čiji je osni presek jednakostranični trougao naziva se **ravnostrana kupa** kod koje važi sledeće:

$$s = 2r$$

gde je s izvodnica kupe.

$$H = r\sqrt{3}$$

3.0.2 Zadaci

- 1. Osni presek kupe ima jedan unutrašnji ugao od 120°. Visina kupe je 1,5dm. Odredi prečnik osnove i izvodnicu kupe.
- 2. Obim osnog preseka ravnostrane kupe je 42cm. Izračunaj obim osnove kupe. Računaj $\pi=\frac{22}{7}.$

3.1 Površina kupe

3.1.1 Podsetnik

• Površina kupe:

$$P = B + M$$

gde su $B = r^2 \pi$ i $M = \pi rs$.

3.1.2 Zadaci

- 1. Visina prave kupe je 12cm, a izvodnica 13cm. Kolika je površina kupe?
- 2. Jednakostranični trougao stranice 20cm rotira oko svoje visine. Kolika je površina dobijene kupe?

3.2 Zapremina kupe

3.2.1 Podsetnik

• Zapremina kupe:

$$V = \frac{1}{3}BH$$

gde su $B = r^2 \pi$ i H visina kupe.

• Zapremina ravnostrane kupe:

$$V = \frac{1}{3}r^3\pi\sqrt{3}$$

gde je $H = r\sqrt{3}$ visina kupe.

3.2.2 Zadaci

- 1. Površina osnove kupe je $9\pi cm^2,$ a obim osnog preseka 16cm. Izračaj zapreminu i površinu kupe?
- 2. Ako se omotač kupe razvije u ravan, dobija se kružni isečak prečnika 30cm, sa centralnim uglom 120° . Izračunaj zapreminu kupe?
- 3. Zidarski visak je metalna kupa obima baze 16,7cm i izvodnice 6,5cm. Gustina metala je 7,5 $\frac{g}{cm^3}$. Izračunaj masu viska. $(\pi=3,14)$