4.1 (a) $x(n)=\frac{e^{j\frac{2\pi}{3}n}+e^{-j\frac{2\pi}{3}n}}{2}+\frac{e^{j\frac{3\pi}{7}n}-e^{-j\frac{3\pi}{7}n}}{2j}$

$N=21$, $A_7=A_{14}=\frac{1}{2}$, $A_3=\frac{1}{2j}$, $A_{18}=-\frac{1}{2j}$

(c) $N=4$

$A_k=\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}x[n]e^{-j\frac{\pi}{2}kn}$

$=\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}e^{-j\frac{\pi}{2}kn}-\frac{1}{8j}\sum_{n=0}^{3}e^{j\frac{\pi n}{4}}e^{-j\frac{\pi}{2}kn}+\frac{1}{8j}\sum_{n=0}^{3}e^{-j\frac{\pi n}{4}}e^{-j\frac{\pi}{2}kn}$

$=\frac{1}{4}\frac{1-e^{-j2\pi k}}{1-e^{-j\frac{\pi}{2}k}}-\frac{1}{8j}\frac{1-e^{4(-j\frac{\pi}{2}k+j\frac{\pi}{4})}}{1-e^{-j\frac{\pi}{2}k+j\frac{\pi}{4}}}+\frac{1}{8j}\frac{1-e^{4(-j\frac{\pi}{2}k-j\frac{\pi}{4})}}{1-e^{-j\frac{\pi}{2}k-j\frac{\pi}{4}}}$

$(k=1,2,3)$

$A_0=\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}x[n]=\frac{1}{4}(1+1-\frac{\sqrt{2}}{2}+1-\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{3-\sqrt{2}}{4}$

(e) $N=6$

$A_k=\frac{1}{6}\sum_{n=0}^{5}x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

$=\frac{1}{6}\sum_{n=0}^{3}e^{-j\frac{\pi}{3}kn}$

$=\frac{1}{6}\frac{1-e^{-j\frac{4}{3}\pi k}}{1-e^{j\frac{\pi}{3}k}}$ $(k=1,2,3,4,5)$

$A_0=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

4.4 (a) $x(n-n_0)=\sum_{k=\langle N\rangle}\dot{A}_k e^{j\frac{2\pi k(n-n_0)}{N}}$

$=\sum_{k=\langle N\rangle}e^{-j\frac{2\pi kn_0}{N}}\dot{A}_k e^{j\frac{2\pi kn}{N}}$

$\therefore A_k=e^{-j\frac{2\pi kn_0}{N}}\dot{A}_k$

(c) $x^*(-n)=\left(\sum_{k=\langle N\rangle}\dot{A}_k e^{j\frac{2\pi k(-n)}{N}}\right)^*$

$=\sum_{k=\langle N\rangle}\dot{A}_k^* e^{j\frac{2\pi kn}{N}}$

$\therefore A_k=\dot{A}_k^*$