

Contents

Clase 5: Recta Numérica y Desigualdades	1
---	---

Clase 5: Recta Numérica y Desigualdades

Objetivos de la clase:

- Comprender la representación de los números reales en la recta numérica.
- Definir y trabajar con intervalos en la recta numérica.
- Resolver desigualdades lineales y representarlas en la recta numérica.
- Aplicar las propiedades de las desigualdades para su resolución.

Contenido Teórico Detallado:

1. La Recta Numérica:

- Es una representación gráfica de los números reales como puntos en una línea recta.
- El punto central representa el cero (0).
- Los números positivos se ubican a la derecha del cero, y los números negativos a la izquierda.
- Cada número real tiene una posición única en la recta numérica, y viceversa. Esto establece una correspondencia biunívoca.
- La recta numérica facilita la visualización de la magnitud relativa de los números reales y la relación de orden entre ellos.
- **Intervalos:**
 - Un intervalo es un subconjunto de la recta numérica. Representa un conjunto de números reales comprendidos entre dos extremos.
 - **Intervalo Abierto:** $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$. No incluye los extremos a y b . Se representa con paréntesis en la recta numérica (o con círculos sin rellenar).
 - **Intervalo Cerrado:** $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$. Incluye los extremos a y b . Se representa con corchetes en la recta numérica (o con círculos rellenos).
 - **Intervalo Semiabierto (o Semirrecta):** $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ o $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$. Incluye uno de los extremos, pero no el otro.
 - **Intervalos Infinitos:** $(a, \infty) = \{x \mid x > a\}$, $[-a, \infty) = \{x \mid x \geq -a\}$, $(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$, $(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$, $(-\infty, \infty) =$ (toda la recta numérica).
- **Desigualdades Lineales:**
 - Una desigualdad lineal es una expresión matemática que relaciona dos expresiones lineales usando los símbolos: $<$ (menor que), $>$ (mayor que), \leq (menor o igual que), \geq (mayor o igual que).
 - Ejemplos: $2x + 3 < 7$, $-x + 5 \geq 2x - 1$.
- **Propiedades de las Desigualdades:**
 - **Adición/Sustracción:** Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$ y $a - c < b - c$ (sumar o restar el mismo número a ambos lados no cambia la desigualdad).
 - **Multiplicación/División por un número positivo:** Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$ y $a/c < b/c$ (multiplicar o dividir por un número positivo no cambia la desigualdad).
 - **Multiplicación/División por un número negativo:** Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$ y $a/c > b/c$ (multiplicar o dividir por un número negativo *invierte* la desigualdad).
 - **Transitiva:** Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.

- **Resolución de Desigualdades Lineales:**

- El objetivo es aislar la variable en un lado de la desigualdad.
- Se utilizan las propiedades de las desigualdades para realizar operaciones algebraicas en ambos lados, manteniendo la equivalencia.
- Es crucial recordar invertir el sentido de la desigualdad al multiplicar o dividir por un número negativo.

- **Representación Gráfica de Soluciones:**

- La solución de una desigualdad se representa gráficamente en la recta numérica.
- Se utiliza un paréntesis (o círculo sin rellenar) para indicar que un extremo no está incluido, y un corchete (o círculo relleno) para indicar que sí lo está.
- Se sombrea la región de la recta numérica que corresponde a los valores que satisfacen la desigualdad.

Ejemplos y Casos de Estudio:

1. **Ejemplo de Intervalo:** Representar el intervalo $[-2, 5)$ en la recta numérica.

- Se dibuja una recta numérica.
- Se marcan los puntos -2 y 5.
- Se coloca un corchete en -2 (porque está incluido) y un paréntesis en 5 (porque no está incluido).
- Se sombrea la región entre -2 y 5.
- **Caso de Estudio: Temperatura:** La temperatura en un refrigerador debe mantenerse entre 2°C y 8°C . Representar este rango como un intervalo.
- El rango de temperatura se puede representar como el intervalo cerrado $[2, 8]$.
- **Resolución de Desigualdad:** Resolver la desigualdad $3x - 5 > 4$ y representar la solución en la recta numérica.
- $3x - 5 > 4$
- $3x > 9$ (sumar 5 a ambos lados)
- $x > 3$ (dividir por 3 a ambos lados)
- La solución es el intervalo $(3, \infty)$.
- En la recta numérica, se coloca un paréntesis en 3 y se sombrea la región a la derecha.
- **Resolución de Desigualdad con Negativo:** Resolver la desigualdad $-2x + 1 \leq 7$ y representar la solución en la recta numérica.
- $-2x + 1 \leq 7$
- $-2x \leq 6$ (restar 1 a ambos lados)
- $x \geq -3$ (dividir por -2 a ambos lados y *invertir* la desigualdad)
- La solución es el intervalo $[-3, \infty)$.
- En la recta numérica, se coloca un corchete en -3 y se sombrea la región a la derecha.

Problemas Prácticos o Ejercicios con Soluciones:

1. **Representar los siguientes intervalos en la recta numérica:**

- a) $(-1, 4)$ *Solución: Paréntesis en -1 y 4, sombreado entre ellos.*
- b) $[0, 7]$ *Solución: Corchetes en 0 y 7, sombreado entre ellos.*

- c) $(-\infty, 2]$ Solución: Flecha hacia la izquierda desde 2, corchete en 2.
- d) $[3, \infty)$ Solución: Flecha hacia la derecha desde 3, corchete en 3.

2. Resolver las siguientes desigualdades y representar la solución en la recta numérica:

- a) $2x + 1 < 5$ Solución: $x < 2$, intervalo $(-\infty, 2)$
- b) $-3x + 4 \geq 10$ Solución: $x \leq -2$, intervalo $(-\infty, -2]$
- c) $4x - 7 > 2x + 3$ Solución: $x > 5$, intervalo $(5, \infty)$
- d) $5 - x \leq 8$ Solución: $x \geq -3$, intervalo $[-3, \infty)$

3. Escribir la desigualdad que corresponde a los siguientes intervalos:

- a) $(2, \infty)$ Solución: $x > 2$
- b) $(-\infty, -1]$ Solución: $x \leq -1$
- c) $[-5, 3)$ Solución: $-5 \leq x < 3$
- d) $(-4, 0]$ Solución: $-4 < x \leq 0$

Materiales Complementarios Recomendados:

- **Libros de texto de Álgebra:** Cualquier libro de texto de álgebra de nivel universitario cubrirá estos temas con detalle.
- **Khan Academy:** Ofrece videos y ejercicios gratuitos sobre desigualdades y la recta numérica. <https://www.khanacademy.org/math/algebra/one-variable-linear-inequalities>
- **Symbolab:** Calculadora online que puede resolver desigualdades paso a paso y representarlas gráficamente. <https://www.symbolab.com/solver/inequality-calculator>