

Contents

Clase 1: Introducción al Álgebra Básica: Exponentes, Radicales y Polinomios (Parte 1)	1
---	---

Clase 1: Introducción al Álgebra Básica: Exponentes, Radicales y Polinomios (Parte 1)

Objetivos de la Clase:

- Comprender y aplicar las leyes de los exponentes en la simplificación de expresiones algebraicas.
- Introducir el concepto de radicales y su relación con los exponentes fraccionarios.
- Definir polinomios e identificar sus componentes (términos, coeficientes, grados).
- Realizar operaciones básicas (suma y resta) con polinomios.

Contenido Teórico Detallado:

1. Exponentes:

- **Definición:** Un exponente indica cuántas veces una base se multiplica por sí misma. Por ejemplo, x^n significa $x * x * \dots * x$ (n veces).
- **Leyes de los Exponentes:**
 - **Producto de potencias con la misma base:** $x^m * x^n = x^{(m+n)}$
 - * *Explicación:* Cuando multiplicamos potencias con la misma base, sumamos los exponentes.
 - * *Ejemplo:* $2^3 * 2^2 = 2^{(3+2)} = 2^5 = 32$
 - **Potencia de una potencia:** $(x^m)^n = x^{(m*n)}$
 - * *Explicación:* Cuando elevamos una potencia a otra potencia, multiplicamos los exponentes.
 - * *Ejemplo:* $(3^2)^3 = 3^{(2*3)} = 3^6 = 729$
 - **Cociente de potencias con la misma base:** $x^m / x^n = x^{(m-n)}$ (siempre y cuando x no sea cero)
 - * *Explicación:* Cuando dividimos potencias con la misma base, restamos los exponentes.
 - * *Ejemplo:* $5^4 / 5^2 = 5^{(4-2)} = 5^2 = 25$
 - **Exponente cero:** $x^0 = 1$ (siempre y cuando x no sea cero)
 - * *Explicación:* Cualquier número (excepto cero) elevado a la potencia cero es igual a 1.
 - * *Ejemplo:* $7^0 = 1$
 - **Exponente negativo:** $x^{(-n)} = 1/x^n$ (siempre y cuando x no sea cero)
 - * *Explicación:* Un exponente negativo indica el recíproco de la base elevada al exponente positivo.
 - * *Ejemplo:* $4^{(-2)} = 1/4^2 = 1/16$

2. Radicales:

- **Definición:** Un radical es la raíz de un número. El símbolo $\sqrt{}$ indica la raíz cuadrada. En general, $\sqrt[n]{x}$ denota la raíz n -ésima de x .
- **Relación con Exponentes Fraccionarios:** $\sqrt[n]{x} = x^{(1/n)}$
 - *Explicación:* Los radicales pueden expresarse como exponentes fraccionarios.
 - *Ejemplo:* $\sqrt{9} = 9^{(1/2)} = 3$
 - $8 = 8^{(1/3)} = 2$
- **Simplificación de Radicales:** Buscar factores que sean potencias perfectas del índice del radical. Por ejemplo, $\sqrt{8} = \sqrt{4*2} = \sqrt{4} * \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

3. Polinomios:

- **Definición:** Un polinomio es una expresión algebraica que consiste en la suma de términos, donde cada término es el producto de una constante (coeficiente) y una variable elevada a una potencia entera no negativa.

- *Forma general:* $a_n x^n + a_{(n-1)} x^{(n-1)} + \dots + a_1 x + a_0$
- **Componentes de un Polinomio:**
 - **Términos:** Cada parte de la expresión separados por signos de suma o resta (ej: $3x^2$, $-5x$, 7).
 - **Coefficientes:** Los números que multiplican a las variables (ej: 3 , -5 , 7). El término constante (ej: 7) también es un coeficiente.
 - **Grado:** El mayor exponente de la variable en el polinomio (ej: en $3x^2 - 5x + 7$, el grado es 2).
- **Tipos de Polinomios:**
 - **Monomio:** Un término (ej: $5x^3$).
 - **Binomio:** Dos términos (ej: $2x + 3$).
 - **Trinomio:** Tres términos (ej: $x^2 - 4x + 1$).
- **Operaciones con Polinomios:**
 - **Suma:** Se suman los términos semejantes (términos con la misma variable y exponente).
 - * *Ejemplo:* $(2x^2 + 3x - 1) + (x^2 - x + 4) = (2x^2 + x^2) + (3x - x) + (-1 + 4) = 3x^2 + 2x + 3$
 - **Resta:** Se restan los términos semejantes. Es importante distribuir el signo negativo correctamente.
 - * *Ejemplo:* $(4x^3 - 2x + 5) - (x^3 + x - 2) = (4x^3 - x^3) + (-2x - x) + (5 + 2) = 3x^3 - 3x + 7$

Ejemplos/Casos de Estudio:

1. **Simplificación de Expresiones con Exponentes:**
 - $(2a^2b^3)^3 * (a^{-1}b^2) = 8a^6b^9 * a^{-1}b^2 = 8a^{(6-1)}b^{(9+2)} = 8a^5b^{11}$
2. **Simplificación de Radicales:**
 - $\sqrt{(27x^3y^5)} = \sqrt{(9 * 3 * x^2 * x * y^4 * y)} = \sqrt{(9x^2y^4)} * \sqrt{(3xy)} = 3xy^2\sqrt{(3xy)}$
3. **Suma de Polinomios:**
 - Sean $P(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x - 1$ y $Q(x) = -2x^4 + x^3 + 4x^2 - x + 3$. Calcular $P(x) + Q(x)$.
 - $P(x) + Q(x) = (5x^4 - 2x^4) + x^3 + (-3x^2 + 4x^2) + (2x - x) + (-1 + 3) = 3x^4 + x^3 + x^2 + x + 2$
4. **Resta de Polinomios:**
 - Sean $P(x) = 3x^3 - x + 7$ y $Q(x) = x^2 + 2x - 4$. Calcular $P(x) - Q(x)$.
 - $P(x) - Q(x) = 3x^3 - x + 7 - (x^2 + 2x - 4) = 3x^3 - x^2 - x - 2x + 7 + 4 = 3x^3 - x^2 - 3x + 11$

Problemas Prácticos/Ejercicios con Soluciones:

1. Simplificar: $(a^4b^{(-2)}c^0) / (a^2b^3)$
 - *Solución:* $(a^4b^{(-2)} * 1) / (a^2b^3) = a^{(4-2)}b^{(-2-3)} = a^2b^{(-5)} = a^2 / b^5$
2. Simplificar: $\sqrt{(18a^5b^2)}$
 - *Solución:* $\sqrt{(9 * 2 * a^4 * a * b^2)} = \sqrt{(9a^4b^2)} * \sqrt{(2a)} = 3a^2b\sqrt{(2a)}$
3. Sumar los polinomios: $(7x^2 - 4x + 5) + (-3x^2 + 2x - 1)$
 - *Solución:* $(7x^2 - 3x^2) + (-4x + 2x) + (5 - 1) = 4x^2 - 2x + 4$
4. Restar los polinomios: $(2x^3 + 5x - 3) - (x^3 - 2x^2 + x + 1)$
 - *Solución:* $2x^3 + 5x - 3 - x^3 + 2x^2 - x - 1 = (2x^3 - x^3) + 2x^2 + (5x - x) + (-3 - 1) = x^3 + 2x^2 + 4x - 4$
5. Escribir un polinomio de grado 3 con coeficientes enteros.
 - *Solución:* Existen infinitas soluciones. Un ejemplo es $2x^3 + x^2 - 5x + 3$

Materiales Complementarios Recomendados:

- Libros de álgebra básica (revisar la bibliografía del syllabus).
- Sitios web con tutoriales y ejercicios resueltos (Khan Academy, Symbolab).
- Videos explicativos sobre leyes de exponentes y polinomios en plataformas como YouTube.