

Contents

Módulo 1: Conjuntos y Sistemas Numéricos - Clase 1: Introducción a la Teoría de Conjuntos

1. Objetivos de la Clase:

- Definir el concepto de conjunto y sus elementos.
- Representar conjuntos de diferentes maneras (enumeración, comprensión).
- Comprender y aplicar las operaciones básicas entre conjuntos: unión, intersección, diferencia y complemento.
- Introducir la noción de conjunto universal y conjunto vacío.

2. Contenido Teórico Detallado:

- **Definición de Conjunto:** Un conjunto es una colección bien definida de objetos distintos, considerados como un objeto en sí mismo. Estos objetos se denominan *elementos* del conjunto. La "bien definición" implica que debe existir un criterio claro para determinar si un objeto pertenece o no al conjunto.
- **Notación:**
 - Los conjuntos se denotan generalmente con letras mayúsculas (A, B, C, \dots).
 - Los elementos se denotan con letras minúsculas (a, b, c, \dots).
 - La pertenencia de un elemento ' x ' a un conjunto A se denota como $x \in A$. La no pertenencia se denota como $x \notin A$.
- **Formas de Representar Conjuntos:**
 - **Enumeración (Extensión):** Listar todos los elementos del conjunto, separados por comas y encerrados entre llaves. Ejemplo: $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Si el conjunto es infinito, se pueden usar puntos suspensivos para indicar un patrón continuo. Ejemplo: $B = \{1, 2, 3, \dots\}$ (el conjunto de los números naturales).
 - **Comprensión (Intensión):** Definir el conjunto mediante una propiedad que cumplen todos sus elementos. Ejemplo: $C = \{x \mid x \text{ es un número par}\}$. Esto se lee: "C es el conjunto de todas las ' x ' tales que ' x ' es un número par". La forma general es: $\{x \mid P(x)\}$, donde $P(x)$ es una proposición que describe la propiedad que cumple ' x '.
- **Conjunto Vacío:** Es el conjunto que no contiene ningún elemento. Se denota por \emptyset o $\{\}$.
- **Conjunto Universal:** Es el conjunto que contiene todos los elementos relevantes para un contexto dado. Se denota usualmente por U . La definición del conjunto universal depende del problema o contexto específico.
- **Operaciones entre Conjuntos:**
 - **Unión (\cup):** $A \cup B$ es el conjunto que contiene todos los elementos que pertenecen a A , a B o a ambos. $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$.
 - **Intersección (\cap):** $A \cap B$ es el conjunto que contiene todos los elementos que pertenecen tanto a A como a B . $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$.
 - **Diferencia ($-$):** $A - B$ es el conjunto que contiene todos los elementos que pertenecen a A pero no a B . $A - B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$.
 - **Complemento (A'):** El complemento de A (respecto al conjunto universal U) es el conjunto que contiene todos los elementos de U que no pertenecen a A . $A' = \{x \mid x \in U \text{ y } x \notin A\}$. Es importante notar que el complemento depende del conjunto universal U que se esté considerando.

3. Ejemplos y Casos de Estudio:

- **Ejemplo 1: Representación de Conjuntos**
 - Sea A el conjunto de las vocales del alfabeto español. Por enumeración: $A = \{a, e, i, o, u\}$.

- Sea B el conjunto de los números naturales menores que 10. Por enumeración: $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Por comprensión: $B = \{x \mid x < 10\}$.

- **Ejemplo 2: Operaciones con Conjuntos**

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ y $B = \{2, 3, 5, 7\}$.
 - * $A \cap B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
 - * $A \cup B = \{3, 5, 7\}$
 - * $A - B = \{1, 9\}$
 - * $B - A = \{2\}$
 - * $A' = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

- **Ejemplo 3: Conjunto Vacío**

- Sea C el conjunto de los números pares impares. $C = \emptyset$.

4. Problemas Prácticos y Ejercicios con Soluciones:

- **Problema 1:** Dados los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{c, e, f, g\}$, hallar:

- $A \cap B$
- $A \cup B$
- $A - B$
- $B - A$

Solución: * $A \cap B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ * $A \cup B = \{c, e\}$ * $A - B = \{a, b, d\}$ * $B - A = \{f, g\}$

- **Problema 2:** Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 5\}$ y $B = \{2, 3, 5, 6\}$. Hallar:

- A'
- B'
- $(A \cap B)'$
- $(A \cup B)'$

Solución: * $A' = \{3, 6, 7, 8\}$ * $B' = \{1, 4, 7, 8\}$ * $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow (A \cap B)' = \{7, 8\}$ * $A \cup B = \{2, 5\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{1, 3, 4, 6, 7, 8\}$

- **Problema 3:** Expresa los siguientes conjuntos usando la notación de comprensión:

- El conjunto de los números enteros positivos menores que 7.
- El conjunto de los cuadrados perfectos menores que 30.

Solución: * $\{x \mid 0 < x < 7\}$ o $\{x \mid x < 7\}$ * $\{x^2 \mid x \in \mathbb{N} \text{ y } x^2 < 30\}$

5. Materiales Complementarios Recomendados:

- **Libros de Texto:** Cualquier libro de texto de introducción a la matemática discreta o álgebra.
- **Recursos en Línea:**
 - Khan Academy: Buscar temas relacionados con "conjuntos" y "teoría de conjuntos".
 - Tutoriales en YouTube sobre operaciones con conjuntos.
- **Software:** Diagramas de Venn (se verán en la siguiente clase) pueden ser construidos con herramientas online o software de diagramación.