

# Contents

## Módulo 3: Ecuaciones y Desigualdades - Clase 1: Introducción a Ecuaciones Lineales y Cuadráticas

### 1. Objetivos de la Clase:

- Comprender la definición y forma general de ecuaciones lineales y cuadráticas.
- Aprender a resolver ecuaciones lineales utilizando operaciones algebraicas básicas.
- Introducir la fórmula cuadrática como método para resolver ecuaciones cuadráticas.
- Aplicar los conceptos aprendidos en la resolución de problemas prácticos.

### 2. Contenido Teórico Detallado:

#### 2.1. Ecuaciones Lineales:

- **Definición:** Una ecuación lineal es una ecuación algebraica en la que el máximo exponente de la variable es 1. Su forma general es:  $ax + b = 0$  donde  $a$  y  $b$  son constantes, y  $x$  es la variable.
- **Resolución:** Para resolver una ecuación lineal, se busca aislar la variable  $x$  en un lado de la ecuación. Esto se logra aplicando operaciones algebraicas inversas (suma, resta, multiplicación, división) a ambos lados de la ecuación para mantener el equilibrio.
  - Restar  $b$  de ambos lados:  $ax = -b$
  - Dividir ambos lados por  $a$  (si  $a \neq 0$ ):  $x = -b/a$

#### 2.2. Ecuaciones Cuadráticas:

- **Definición:** Una ecuación cuadrática es una ecuación algebraica en la que el máximo exponente de la variable es 2. Su forma general es:  $ax^2 + bx + c = 0$  donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes, y  $x$  es la variable. Es importante notar que  $a$  no puede ser cero.
- **Fórmula Cuadrática:** La fórmula cuadrática es una herramienta fundamental para encontrar las soluciones (raíces) de una ecuación cuadrática. La fórmula es:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  La expresión dentro de la raíz cuadrada,  $b^2 - 4ac$ , se conoce como el discriminante. El discriminante determina la naturaleza de las raíces:
  - Si  $b^2 - 4ac > 0$ : Dos soluciones reales y diferentes.
  - Si  $b^2 - 4ac = 0$ : Una solución real (o dos soluciones reales idénticas).
  - Si  $b^2 - 4ac < 0$ : Dos soluciones complejas conjugadas (no reales).
- **Completando el cuadrado:** (Introducción breve, se profundizará en clases posteriores) Otra forma de resolver ecuaciones cuadráticas es "completando el cuadrado". Este método transforma la ecuación en un trinomio cuadrado perfecto, facilitando el despeje de la variable.

### 3. Ejemplos y Casos de Estudio:

#### 3.1. Ecuación Lineal:

- **Ejemplo 1:** Resolver la ecuación  $3x - 6 = 0$ 
  - Sumar 6 a ambos lados:  $3x = 6$
  - Dividir ambos lados por 3:  $x = 2$
- **Ejemplo 2:** Resolver la ecuación  $-2x + 5 = 1$ 
  - Restar 5 a ambos lados:  $-2x = -4$
  - Dividir ambos lados por -2:  $x = 2$

#### 3.2. Ecuación Cuadrática:

- **Ejemplo 1:** Resolver la ecuación  $x^2 - 5x + 6 = 0$  usando la fórmula cuadrática.
  - Identificar los coeficientes:  $a = 1$ ,  $b = -5$ ,  $c = 6$
  - Aplicar la fórmula cuadrática:  $x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 * 1 * 6}}{2 * 1}$   $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$   $x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$   $x = \frac{5 \pm 1}{2}$
  - Soluciones:  $x = \frac{5 + 1}{2} = 3$  y  $x = \frac{5 - 1}{2} = 2$
- **Ejemplo 2:** Resolver la ecuación  $2x^2 + 4x - 6 = 0$  usando la fórmula cuadrática.
  - Identificar los coeficientes:  $a = 2$ ,  $b = 4$ ,  $c = -6$

- Aplicar la fórmula cuadrática:  $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 * 2 * -6}}{2 * 2}$   $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4}$   $x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{4}$   $x = \frac{-4 \pm 8}{4}$
- Soluciones:  $x = \frac{-4 + 8}{4} = 1$  y  $x = \frac{-4 - 8}{4} = -3$

#### 4. Problemas Prácticos y Ejercicios (con Soluciones):

##### Ecuaciones Lineales:

1. Resolver:  $4x + 7 = 15$ 
  - Solución:  $x = 2$
2. Resolver:  $-3x - 2 = 10$ 
  - Solución:  $x = -4$
3. Resolver:  $(1/2)x + 3 = 5$ 
  - Solución:  $x = 4$

##### Ecuaciones Cuadráticas (usando la fórmula cuadrática):

1. Resolver:  $x^2 - 3x + 2 = 0$ 
  - Solución:  $x = 1, x = 2$
2. Resolver:  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 
  - Solución:  $x = 1/2, x = -3$
3. Resolver:  $x^2 + 4x + 4 = 0$ 
  - Solución:  $x = -2$  (solución repetida)
4. Resolver:  $x^2 + 2x + 5 = 0$ 
  - Solución:  $x = -1 + 2i, x = -1 - 2i$

#### 5. Materiales Complementarios Recomendados:

- **Libros de texto:** Cualquier libro de álgebra de nivel universitario que cubra ecuaciones lineales y cuadráticas.
- **Recursos en línea:**
  - Khan Academy: Ofrece videos y ejercicios sobre ecuaciones lineales y cuadráticas.
  - Wolfram Alpha: Permite resolver ecuaciones y visualizar soluciones paso a paso.
- **Videos:** Buscar tutoriales en YouTube sobre la resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas.

##### Próximos Pasos:

En la próxima clase, profundizaremos en las ecuaciones cuadráticas, explorando métodos alternativos de resolución como la factorización y completando el cuadrado, además de analizar el significado del discriminante.