

Contents

Módulo 3: Clase 2 - Ecuaciones Cuadráticas: Factorización y Completación de Cuadrados . .	1
---	---

Módulo 3: Clase 2 - Ecuaciones Cuadráticas: Factorización y Completación de Cuadrados

1. Objetivos de la clase:

- Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando el método de factorización.
- Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando el método de completación de cuadrados.
- Comparar la efectividad de los métodos de factorización, completación de cuadrados y la fórmula cuadrática en diferentes tipos de ecuaciones cuadráticas.

2. Contenido Teórico Detallado:

2.1. Factorización de Ecuaciones Cuadráticas:

La factorización es un método para resolver ecuaciones cuadráticas que implica expresar el polinomio cuadrático $ax^2 + bx + c$ como el producto de dos binomios. Este método es particularmente útil cuando la ecuación cuadrática se puede factorizar fácilmente.

• Proceso:

1. Igualar la ecuación cuadrática a cero: $ax^2 + bx + c = 0$.
2. Factorizar el polinomio cuadrático en dos binomios: $(px + q)(rx + s) = 0$.
3. Igualar cada factor a cero y resolver para x : $px + q = 0$ y $rx + s = 0$.

• Ejemplo:

Resolver la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$.

1. Factorizamos el polinomio: $(x - 2)(x - 3) = 0$.
2. Igualamos cada factor a cero: $x - 2 = 0$ y $x - 3 = 0$.
3. Resolvemos para x : $x = 2$ y $x = 3$.

Por lo tanto, las soluciones de la ecuación son $x = 2$ y $x = 3$.

- **Casos especiales:** Diferencia de cuadrados ($a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$) y trinomio cuadrado perfecto ($a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ o $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$) facilitan la factorización.

2.2. Completación de Cuadrados:

La completación de cuadrados es un método general para resolver ecuaciones cuadráticas que transforma la ecuación en una forma que permite extraer la raíz cuadrada directamente. Es especialmente útil cuando la ecuación no se factoriza fácilmente.

• Proceso:

1. Dividir ambos lados de la ecuación por a (si $a \neq 1$) para obtener la forma $x^2 + (b/a)x + (c/a) = 0$.
2. Mover el término constante al lado derecho: $x^2 + (b/a)x = -c/a$.
3. Sumar $(b/2a)^2$ a ambos lados de la ecuación para completar el cuadrado: $x^2 + (b/a)x + (b/2a)^2 = -c/a + (b/2a)^2$.
4. Factorizar el lado izquierdo como un cuadrado perfecto: $(x + b/2a)^2 = -c/a + (b/2a)^2$.
5. Tomar la raíz cuadrada de ambos lados: $x + b/2a = \pm\sqrt{-c/a + (b/2a)^2}$.
6. Resolver para x : $x = -b/2a \pm \sqrt{-c/a + (b/2a)^2}$.

• Ejemplo:

Resolver la ecuación $x^2 + 6x + 5 = 0$.

1. Mover el término constante: $x^2 + 6x = -5$.
2. Completar el cuadrado: Sumar $(6/2)^2 = 9$ a ambos lados: $x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$.

3. Factorizar: $(x + 3)^2 = 4$.
4. Tomar la raíz cuadrada: $x + 3 = \pm 2$.
5. Resolver para x : $x = -3 \pm 2$.

Por lo tanto, las soluciones son $x = -1$ y $x = -5$.

2.3. Comparación de Métodos:

- **Factorización:** Más rápido y sencillo cuando la ecuación se factoriza fácilmente. No siempre aplicable.
- **Completación de Cuadrados:** Siempre aplicable, pero puede ser más laborioso que la factorización. Es la base para derivar la fórmula cuadrática.
- **Fórmula Cuadrática:** Siempre aplicable y directo, pero puede requerir más cálculos.

3. Ejemplos y Casos de Estudio:

- **Ejemplo 1 (Factorización):**

Resolver $2x^2 + 7x + 3 = 0$.

Solución: $(2x + 1)(x + 3) = 0$. Por lo tanto, $x = -1/2$ o $x = -3$.

- **Ejemplo 2 (Completación de Cuadrados):**

Resolver $3x^2 - 12x + 6 = 0$.

1. Dividir por 3: $x^2 - 4x + 2 = 0$.
2. Mover el término constante: $x^2 - 4x = -2$.
3. Completar el cuadrado: $x^2 - 4x + 4 = -2 + 4$.
4. Factorizar: $(x - 2)^2 = 2$.
5. Tomar la raíz cuadrada: $x - 2 = \pm\sqrt{2}$.
6. Resolver: $x = 2 \pm \sqrt{2}$.

4. Problemas Prácticos y Ejercicios con Soluciones:

1. Factorización:

- a) $x^2 + 8x + 15 = 0$ (Solución: $x = -3$, $x = -5$)
- b) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ (Solución: $x = 3$, $x = -1/2$)

2. Completación de Cuadrados:

- a) $x^2 - 2x - 8 = 0$ (Solución: $x = 4$, $x = -2$)
- b) $2x^2 + 4x - 1 = 0$ (Solución: $x = (-2 \pm \sqrt{6})/2$)

3. Indica qué método (factorización, completación de cuadrados o fórmula cuadrática) sería más eficiente para resolver cada ecuación:

- a) $x^2 - 9 = 0$ (Solución: Factorización - Diferencia de cuadrados)
- b) $x^2 + 4x + 1 = 0$ (Solución: Fórmula cuadrática o completación de cuadrados)
- c) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (Solución: Factorización)

5. Materiales Complementarios Recomendados:

- Videos explicativos en Khan Academy sobre factorización y completación de cuadrados.
- Ejercicios interactivos en línea sobre resolución de ecuaciones cuadráticas.
- Capítulos relevantes de libros de texto de álgebra de nivel universitario.