

Contents

Clase 3: El Plano Cartesiano y la Línea Recta	1
---	---

Clase 3: El Plano Cartesiano y la Línea Recta

1. Objetivos Específicos:

- Comprender el concepto del plano cartesiano y su utilidad para representar puntos y figuras geométricas.
- Graficar puntos en el plano cartesiano.
- Determinar la ecuación de una línea recta a partir de dos puntos o de la pendiente y un punto.
- Interpretar la pendiente de una recta y su relación con la inclinación.
- Identificar rectas paralelas y perpendiculares a partir de sus pendientes.

2. Contenido Teórico Detallado:

- **El Plano Cartesiano:**
 - Definición: El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas perpendiculares que se intersectan en un punto llamado origen (0, 0). La recta horizontal es el eje x (abscisas) y la recta vertical es el eje y (ordenadas).
 - Cuadrantes: El plano cartesiano se divide en cuatro cuadrantes, numerados en sentido antihorario, comenzando en la esquina superior derecha.
 - Coordenadas de un Punto: Cada punto en el plano cartesiano se representa mediante un par ordenado (x, y), donde x es la abscisa (distancia horizontal desde el origen) e y es la ordenada (distancia vertical desde el origen).
- **La Línea Recta:**
 - Ecuación General: La ecuación general de una línea recta es $Ax + By + C = 0$, donde A, B, y C son constantes, y A y B no son ambos cero.
 - Ecuación Pendiente-Intercepto: La forma más común de la ecuación de una línea recta es $y = mx + b$, donde:
 - * m es la pendiente de la recta, que representa la razón de cambio de y con respecto a x . Es decir, $m = (\text{cambio en } y) / (\text{cambio en } x) = \Delta y / \Delta x$. La pendiente indica la inclinación de la recta.
 - * b es la ordenada al origen (y-intercept), el punto donde la recta cruza el eje y (es decir, cuando $x = 0$).
 - Cálculo de la Pendiente: Si se conocen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) sobre la recta, la pendiente se calcula como: $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$.
 - Ecuación Punto-Pendiente: Si se conoce un punto (x_1, y_1) sobre la recta y su pendiente m , la ecuación de la recta es: $y - y_1 = m(x - x_1)$.
 - Rectas Paralelas: Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente ($m_1 = m_2$).
 - Rectas Perpendiculares: Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es -1 ($m_1 * m_2 = -1$). Esto significa que la pendiente de una recta es el negativo del inverso de la pendiente de la otra recta ($m_2 = -1/m_1$).

3. Ejemplos y Casos de Estudio:

- **Ejemplo 1: Graficando Puntos:**
 - Graficar los puntos A(2, 3), B(-1, 4), C(-3, -2), y D(4, -1) en el plano cartesiano.
 - *Solución:* Simplemente ubica cada punto según sus coordenadas x e y.
- **Ejemplo 2: Calculando la Pendiente:**
 - Encontrar la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1, 2) y (4, 8).
 - *Solución:* $m = (8 - 2) / (4 - 1) = 6 / 3 = 2$.
- **Ejemplo 3: Ecuación Pendiente-Intercepto:**

- Hallar la ecuación de la recta con pendiente 3 y ordenada al origen -2.
- *Solución:* $y = 3x - 2$.

• **Ejemplo 4: Ecuación Punto-Pendiente:**

- Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, 5) y tiene una pendiente de -1.
- *Solución:* $y - 5 = -1(x - 2) \Rightarrow y - 5 = -x + 2 \Rightarrow y = -x + 7$.

• **Ejemplo 5: Rectas Paralelas y Perpendiculares:**

- Determinar si las rectas $y = 2x + 3$ y $y = 2x - 1$ son paralelas.
- *Solución:* Ambas rectas tienen la misma pendiente ($m = 2$), por lo tanto, son paralelas.
- Determinar si las rectas $y = 3x + 2$ y $y = (-1/3)x - 4$ son perpendiculares.
- *Solución:* La pendiente de la primera recta es 3 y la pendiente de la segunda recta es $-1/3$. Como $3 * (-1/3) = -1$, las rectas son perpendiculares.

4. Problemas Prácticos con Soluciones:

- Problema:** Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (0, -2) y (3, 4).
 - *Solución:* Primero, calcula la pendiente: $m = (4 - (-2)) / (3 - 0) = 6 / 3 = 2$. Luego, usa la forma punto-pendiente con el punto (0, -2): $y - (-2) = 2(x - 0) \Rightarrow y + 2 = 2x \Rightarrow y = 2x - 2$.
- Problema:** Determinar la ecuación de una recta que es paralela a $y = -x + 5$ y que pasa por el punto (1, 1).
 - *Solución:* La recta paralela tendrá la misma pendiente, $m = -1$. Usando la forma punto-pendiente: $y - 1 = -1(x - 1) \Rightarrow y - 1 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 2$.
- Problema:** Encontrar la ecuación de una recta que es perpendicular a $y = (1/2)x - 3$ y que pasa por el punto (-2, 3).
 - *Solución:* La pendiente de la recta perpendicular será el negativo del inverso de $1/2$, que es -2. Usando la forma punto-pendiente: $y - 3 = -2(x - (-2)) \Rightarrow y - 3 = -2(x + 2) \Rightarrow y - 3 = -2x - 4 \Rightarrow y = -2x - 1$.
- Problema:** Grafica la recta $3x + 2y = 6$.
 - *Solución:* Primero, reescribe la ecuación en la forma pendiente-intercepto: $2y = -3x + 6 \Rightarrow y = (-3/2)x + 3$. La pendiente es $-3/2$ y la ordenada al origen es 3. Grafica el punto (0, 3) y luego usa la pendiente para encontrar otro punto (por ejemplo, mueve 2 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo). Traza la línea que pasa por esos dos puntos.
- Problema:** Determina si los puntos A(1, 2), B(3, 6) y C(5, 10) son colineales (están en la misma línea recta).
 - *Solución:* Calcula la pendiente entre A y B: $m = (6 - 2) / (3 - 1) = 4 / 2 = 2$. Calcula la pendiente entre B y C: $m = (10 - 6) / (5 - 3) = 4 / 2 = 2$. Como las pendientes son iguales, los puntos son colineales.

5. Materiales Complementarios Recomendados:

- Videos explicativos sobre el plano cartesiano y la ecuación de la recta en Khan Academy.
- Ejercicios interactivos en línea para practicar la graficación de puntos y rectas.
- Textos de álgebra y geometría analítica para profundizar en los conceptos teóricos.
- Software de graficación (e.g., GeoGebra) para visualizar las rectas y comprender mejor sus propiedades.