

Contents

Clase 2: Técnicas Estadísticas para el Análisis de Resultados de Simulación	1
---	---

“markdown

Clase 2: Técnicas Estadísticas para el Análisis de Resultados de Simulación

Objetivos de la clase:

- Comprender las técnicas estadísticas fundamentales utilizadas en el análisis de resultados de simulación.
- Aplicar intervalos de confianza para evaluar la precisión de las estimaciones obtenidas de la simulación.
- Utilizar pruebas de hipótesis para comparar diferentes configuraciones o escenarios simulados.
- Interpretar los resultados del análisis de varianza (ANOVA) para identificar factores significativos que afectan el rendimiento del sistema.

Contenido Teórico:

1. Intervalos de Confianza:

Los intervalos de confianza proporcionan un rango de valores dentro del cual se espera que se encuentre el verdadero valor de un parámetro poblacional (como la media o la varianza) con un cierto nivel de confianza. En simulaciones, usamos intervalos de confianza para estimar con qué precisión hemos determinado, por ejemplo, el tiempo de espera promedio de un cliente.

- **Cálculo del Intervalo de Confianza:** Para la media de una población, el intervalo de confianza se calcula típicamente como:

$$\text{Intervalo de Confianza} = \text{Media Muestral} \pm (\text{Valor Crítico} * \text{Error Estándar})$$

Donde: * **Media Muestral** es el promedio de los resultados de la simulación. * **Valor Crítico** es el valor de la distribución t de Student o la distribución normal estándar correspondiente al nivel de confianza deseado (ej. 95%). Se usa la distribución t cuando el tamaño de la muestra es pequeño (generalmente < 30) y la desviación estándar de la población es desconocida. * **Error Estándar** es la desviación estándar de la muestra dividida por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra: $\text{Error Estándar} = \text{Desviación Estándar} / \sqrt{n}$

- **Interpretación:** Un intervalo de confianza del 95% significa que si repitiéramos la simulación muchas veces, el 95% de los intervalos de confianza calculados contendrían el verdadero valor de la media poblacional.
- **Ejemplo:** Si simulamos un sistema de colas 30 veces y obtenemos un tiempo de espera promedio de 5 minutos con una desviación estándar de 1 minuto, podemos calcular un intervalo de confianza del 95%. Si utilizamos una distribución t de Student (con 29 grados de libertad) el valor crítico es aproximadamente 2.045. El error estándar es $1/\sqrt{30} \approx 0.183$. El intervalo de confianza sería $5 \pm (2.045 * 0.183) = 5 \pm 0.375$, es decir, (4.625, 5.375) minutos.

2. Pruebas de Hipótesis:

Las pruebas de hipótesis se utilizan para determinar si hay evidencia suficiente para rechazar una hipótesis nula sobre un parámetro poblacional. En simulaciones, las pruebas de hipótesis permiten comparar dos o más configuraciones de un sistema y determinar si las diferencias observadas son estadísticamente significativas o simplemente resultado de la variabilidad aleatoria.

- **Hipótesis Nula (H_0):** Es la afirmación que se asume como verdadera a menos que haya evidencia en contra (ej. "No hay diferencia significativa entre las medias de dos configuraciones").
- **Hipótesis Alternativa (H_1):** Es la afirmación que se intenta demostrar (ej. "Hay una diferencia significativa entre las medias de dos configuraciones").
- **Nivel de Significancia (α):** Es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera (error tipo I). Comúnmente se usa un nivel de significancia de 0.05 (5%).

- **Valor P:** Es la probabilidad de obtener resultados tan extremos como los observados, asumiendo que la hipótesis nula es verdadera. Si el valor P es menor que el nivel de significancia ($P < \alpha$), se rechaza la hipótesis nula.
- **Tipos de Pruebas de Hipótesis:**
 - **Prueba t:** Se utiliza para comparar las medias de dos grupos independientes o relacionados.
 - **Prueba Chi-cuadrado:** Se utiliza para analizar datos categóricos y determinar si hay una asociación entre dos variables.
- **Ejemplo:** Queremos comparar el throughput de dos configuraciones de una línea de ensamblaje. Simulamos cada configuración 20 veces. La Configuración A tiene un throughput promedio de 100 unidades/hora con una desviación estándar de 10 unidades/hora, y la Configuración B tiene un throughput promedio de 105 unidades/hora con una desviación estándar de 12 unidades/hora. Realizamos una prueba t para comparar las medias. Si el valor P resultante es 0.03 (menor que $\alpha = 0.05$), rechazamos la hipótesis nula y concluimos que la Configuración B tiene un throughput significativamente mayor que la Configuración A.

3. Análisis de Varianza (ANOVA):

ANOVA se utiliza para comparar las medias de tres o más grupos. En simulaciones, se puede utilizar para determinar si diferentes niveles de un factor (ej. número de servidores, políticas de enrutamiento) tienen un efecto significativo en el rendimiento del sistema.

- **Lógica:** ANOVA divide la variabilidad total de los datos en diferentes fuentes de variación (ej. variación entre grupos, variación dentro de grupos). Si la variación entre grupos es significativamente mayor que la variación dentro de grupos, se concluye que al menos un grupo es diferente de los demás.
- **Tabla ANOVA:** Los resultados de ANOVA se presentan en una tabla que incluye las sumas de cuadrados (SS), los grados de libertad (df), los cuadrados medios (MS), la estadística F y el valor P.
- **Interpretación:** Un valor P pequeño ($P < \alpha$) indica que hay una diferencia significativa entre las medias de al menos dos grupos. Para determinar qué grupos son diferentes, se pueden realizar pruebas post-hoc (ej. prueba de Tukey, prueba de Bonferroni).
- **Ejemplo:** Queremos evaluar el impacto de tres diferentes algoritmos de enrutamiento en el tiempo de respuesta de una red. Simulamos la red con cada algoritmo 15 veces. Realizamos un ANOVA y obtenemos un valor P de 0.01. Esto indica que al menos dos algoritmos de enrutamiento tienen tiempos de respuesta significativamente diferentes. Luego, realizamos una prueba de Tukey para identificar qué algoritmos son significativamente diferentes entre sí.

Ejemplos/Casos de Estudio:

1. **Simulación de un Hospital:** Se simula el flujo de pacientes en un hospital para optimizar la asignación de recursos. Se utilizan intervalos de confianza para estimar el tiempo de espera promedio de los pacientes en la sala de emergencias y determinar si los cambios en la programación del personal tienen un impacto significativo en este tiempo. También, se usan pruebas de hipótesis para comparar el tiempo de espera promedio antes y después de la implementación de un nuevo sistema de triage.
2. **Simulación de una Cadena de Suministro:** Se simula una cadena de suministro para evaluar el impacto de diferentes estrategias de gestión de inventario. Se utiliza ANOVA para determinar si diferentes niveles de stock de seguridad tienen un efecto significativo en el nivel de servicio y los costos totales.

Problemas Prácticos/Ejercicios con Soluciones:

1. **Ejercicio:** Simula un sistema de colas M/M/1 con una tasa de llegada de 10 clientes por hora y una tasa de servicio de 12 clientes por hora. Realiza 20 réplicas de la simulación y calcula un intervalo de confianza del 90% para el número promedio de clientes en el sistema. Interpreta los resultados.

Solución: (Se requiere ejecutar la simulación para obtener los datos. Aquí se muestra un ejemplo hipotético.) Supongamos que después de 20 réplicas, el número promedio de clientes en el sistema es de 4.5 con una desviación estándar de 1.5. El error estándar sería $1.5/\sqrt{20} = 0.335$. Usando una distribución t con 19 grados de libertad, el valor crítico para un intervalo de confianza del 90% es aproximadamente 1.729. El intervalo de confianza sería $4.5 \pm (1.729 * 0.335) = 4.5 \pm 0.579$, es decir, (3.921, 5.079) clientes. Con un 90% de confianza, el número promedio de clientes en el sistema se encuentra entre 3.921 y 5.079.

2. **Ejercicio:** Diseña una simulación para comparar dos políticas de despacho en un almacén (FIFO vs. LIFO). Ejecuta la simulación para cada política y realiza una prueba t para determinar si hay una diferencia significativa en el tiempo promedio de entrega. Define las hipótesis nula y alternativa.

Solución: * Hipótesis Nula (H0): No hay diferencia significativa en el tiempo promedio de entrega entre las políticas FIFO y LIFO. * Hipótesis Alternativa (H1): Hay una diferencia significativa en el tiempo promedio de entrega entre las políticas FIFO y LIFO. (Especificar si es de un sentido o dos sentidos)

(Para completar la solución, se necesita ejecutar la simulación y realizar la prueba t con los datos obtenidos. El resultado de la prueba t (valor P) determinará si se rechaza o no la hipótesis nula.)

Materiales Complementarios Recomendados:

- **Libros:**
 - "Simulation Modeling and Analysis" de Averill M. Law.
 - "Discrete-Event System Simulation" de Jerry Banks et al.
- **Artículos:**
 - Buscar artículos sobre análisis estadístico de resultados de simulación en revistas especializadas como "ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation" o "IIE Transactions".
- **Software:**
 - Documentación de las herramientas de simulación utilizadas (ej. Arena, AnyLogic, Simio).
 - Tutoriales de software estadístico (ej. R, Python con bibliotecas como SciPy y Statsmodels). ““