Contents

json { "course_title": "Matemáticas Básicas - Nivelación", "modules": [{ "module_num": "1", "module_title": "Conjuntos y Sistemas Numéricos", "objectives": ["Comprender la teoría intuitiva de conjuntos y sus operaciones.", "Identificar y aplicar las propiedades de los números reales y fraccionarios.", "Comprender y aplicar los conceptos de valor absoluto y distancia en la recta numérica."], "content_outline": "Teoría de conjuntos, operaciones entre conjuntos, sistemas numéricos, propiedades de los números reales, recta numérica, valor absoluto y distancia.", "class_notes": { "class_num": "1", "introduction": "Este módulo introduce los conceptos fundamentales de la teoría de conjuntos y los sistemas numéricos, sentando las bases para el estudio posterior del álgebra y el cálculo.", "theory": "Un **conjunto** es una colección bien definida de objetos, llamados **elementos**. Un conjunto puede ser finito o infinito. La **unión** de dos conjuntos A y B (A B) contiene todos los elementos que están en A, en B o en ambos. La **intersección** (A B) contiene los elementos comunes a A y B. El **complemento** (A') contiene todos los elementos que no están en A (relativo a un conjunto universal). La **diferencia** (A - B) contiene los elementos que están en A pero no en B.\n\nLos **números reales** comprenden todos los números racionales e irracionales y pueden representarse en la **recta numérica**. El **valor absoluto** de un número es su distancia al cero, denotado |x|. La **distancia** entre dos puntos a y b en la recta numérica es |a - b|.", "challenges": [{ "problem": "Dados los conjuntos A = {1, 2, 3, 4} y B = {3, 4, 5, 6}, hallar A B, A B, A - B y B - A.", "solution": "A B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, A B = {3, 4}, A - B = {1, 2}, B - A = {5, 6}" }, { "problem": "Resolver la desigualdad |x - 2| < 3.", "solution": "-3 < x - 2 < 3 => -1 < x < 5. La solución es el intervalo (-1, 5)." }, { "problem": "¿Cuál es la diferencia entre un número racional y un número irracional? Proporciona ejemplos de cada uno.", "solution": "Un número racional puede expresarse como una fracción p/q, donde p y q son enteros y q 0 (ej. 1/2, 3, -4/5). Un número irracional no puede expresarse como una fracción exacta (ej. √2, , e)." }] } }, { "module_num": "2", "module_title": "Álgebra Básica", "objectives": ["Simplificar expresiones algebraicas utilizando las leyes de los exponentes.", "Realizar operaciones con polinomios: suma, resta, multiplicación y división.", "Aplicar el teorema del residuo, del factor y de los ceros racionales para encontrar raíces de polinomios.", "Factorizar polinomios utilizando productos notables."], "content_outline": "Exponentes y radicales, leyes de exponentes, polinomios, operaciones entre polinomios, raíces de polinomios, teorema del residuo, teorema del factor, teorema de los ceros racionales, productos notables y factorización.", "class_notes": { "class_num": "1", "introduction": "Este módulo se enfoca en las herramientas básicas del álgebra, incluyendo la manipulación de exponentes, radicales y polinomios, así como la factorización y la resolución de ecuaciones polinómicas.", "theory": "**Leyes de los exponentes:** x^m * x^n = x^(m+n), (x^m)^n = x^(m*n), x^m / x^n = x^(m-n), x^(-n) = 1/x^n.\n\nUn **polinomio** es una expresión algebraica de la forma a_n*x^n + a_(n-1)*x^(n-1) + ... + a_1*x + a_0. La **división larga** y la **división sintética** son métodos para dividir polinomios. El **teorema del residuo** establece que el residuo de dividir un polinomio P(x) entre (x - c) es P(c). El **teorema del factor** establece que (x - c) es un factor de P(x) si y solo si P(c) = 0.\n\n**Productos notables:** (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, (a + b)(a - b) = a^2 - b^2.", "challenges": [{ "problem": "Simplificar la expresión (x^3 * y^2)^2 / (x^2 * y^3).", "solution": "(x^6 * y^4) / (x^2 * y^3) = x^4 * y" }, { "problem": "Dividir el polinomio P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1 entre (x - 1). Usar división sintética.", "solution": "Aplicando la división sintética, el cociente es x^2 - x y el residuo es -1." }, { "problem": "Factorizar el polinomio x^2 - 5x + 6.", "solution":

"(x - 2)(x - 3)"   }   ]   }   },   {   "module_num": "3",
"module_title": "Ecuaciones y Desigualdades",   "objectives": ["Resolver
ecuaciones lineales y cuadráticas.",   "Graficar líneas rectas y circunferencias en
el plano cartesiano.",   "Resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2.",   "Resolver
desigualdades, incluyendo aquellas con valor absoluto."   ],   "content_outline":
"Ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas, plano cartesiano, línea recta, circunferencia,
sistemas 2x2, desigualdades, desigualdades con valor absoluto.",   "class_notes": {
"class_num": "1",   "introduction": "Este módulo se enfoca en la resolución de
ecuaciones y desigualdades, así como en la representación gráfica de líneas rectas y
circunferencias, proporcionando las habilidades necesarias para resolver problemas algebraicos
y geométricos.",   "theory": "Una **ecuación lineal** tiene la forma ax + b = 0.
Una **ecuación cuadrática** tiene la forma ax^2 + bx + c = 0. La **fórmula cuadrática**
es x = (-b ± √(b^2 - 4ac)) / (2a).\n\nLa **ecuación de una línea recta** es y = mx +
b, donde m es la pendiente y b es la intersección con el eje y. La **ecuación de una
circunferencia** con centro (h, k) y radio r es (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2.\n\nUna
desigualdad se resuelve encontrando el conjunto de valores que satisfacen la condición
dada. Las **desigualdades con valor absoluto** requieren considerar casos separados para
valores positivos y negativos.",   "challenges": [{   "problem":
"Resolver la ecuación 2x + 3 = 7.",   "solution": "2x = 4 => x = 2"   },
{   "problem": "Resolver la ecuación x^2 - 4x + 3 = 0.",   "solution":
"(x - 1)(x - 3) = 0 => x = 1 o x = 3"   },   {   "problem":
"Resolver la desigualdad |2x - 1| < 5.",   "solution": "-5 < 2x - 1 < 5 => -4
< 2x < 6 => -2 < x < 3"   }   ]   }   },   {   "module_num":
"4",   "module_title": "Geometría y Modelamiento",   "objectives": ["Comprender
los conceptos básicos de ángulos y rectas.",   "Clasificar triángulos y conocer sus
propiedades.",   "Aplicar los criterios de congruencia y semejanza de triángulos.",
"Calcular áreas y perímetros de figuras planas y volúmenes de sólidos.",   "Modelar
problemas mediante ecuaciones."   ],   "content_outline": "Ángulos y rectas,
triángulos, congruencia y semejanza de triángulos, área y perímetro de figuras planas,
volumen y área superficial de sólidos, modelado mediante ecuaciones.",   "class_notes":
{   "class_num": "1",   "introduction": "Este módulo cubre los fundamentos
de la geometría euclidiana, incluyendo ángulos, triángulos, figuras planas y sólidos,
y proporciona habilidades de modelado matemático.",   "theory": "Un **ángulo**
es la medida de la rotación entre dos líneas que se intersectan. Los **triángulos** se
clasifican según sus ángulos (agudo, recto, obtuso) y sus lados (escaleno, isósceles,
equilátero). **Congruencia** significa que dos figuras tienen el mismo tamaño y forma.
Semejanza significa que dos figuras tienen la misma forma, pero no necesariamente el
mismo tamaño. El **teorema de Pitágoras** establece que en un triángulo rectángulo, a^2 +
b^2 = c^2.\n\nEl **área** es la medida de la superficie de una figura. El **volumen** es
la medida del espacio ocupado por un sólido. El **modelado mediante ecuaciones** implica
traducir un problema del mundo real a una ecuación matemática.",   "challenges": [
{   "problem": "Calcular el área de un triángulo con base 10 cm y altura 5
cm.",   "solution": "Área = (1/2) * base * altura = (1/2) * 10 * 5 = 25 cm^2"
},   {   "problem": "Determinar si dos triángulos son semejantes si
tienen ángulos de 30°, 60° y 90°.",   "solution": "Sí, son semejantes porque
tienen los mismos ángulos."   },   {   "problem": "Plantear una
ecuación que represente el área de un rectángulo cuyo largo es el doble de su ancho, y
su área es de 50 cm^2.",   "solution": "Sea 'a' el ancho. Entonces el largo es
2a. El área es a * 2a = 2a^2. La ecuación es 2a^2 = 50."   }   ]   }
},   {   "module_num": "5",   "module_title": "Funciones de Variable Real",
"objectives": ["Comprender los conceptos de dominio, rango y gráfica de una
función.",   "Identificar funciones lineales, definidas a tramos y valor absoluto.",
"Determinar la simetría de una función.",   "Realizar operaciones con funciones:
álgebra y composición.",   "Encontrar la inversa de una función."   ],   "content_outline

"Funciones, dominio, rango, gráfica, funciones lineales, funciones definidas a tramos, función valor absoluto, simetría, álgebra de funciones, composición de funciones, funciones inyectivas, inversa de una función.", "class_notes": { "class_num": "1", "introduction": "Este módulo introduce el concepto de función de variable real, sus propiedades y operaciones, sentando las bases para el estudio del cálculo.", "theory": "Una **función** es una relación entre dos conjuntos, dominio y rango, donde cada elemento del dominio se asocia con un único elemento del rango. La **gráfica** de una función es la representación visual de esta relación en el plano cartesiano. Una **función lineal** tiene la forma f(x) = mx + b. Una **función definida a tramos** se define por diferentes expresiones en diferentes intervalos del dominio. La **función valor absoluto** se define como |x| = x si x 0 y |x| = -x si x < 0.\n\nUna **función par** satisface f(-x) = f(x), y su gráfica es simétrica respecto al eje y. Una **función impar** satisface f(-x) = -f(x), y su gráfica es simétrica respecto al origen. La **composición de funciones** (f o g)(x) = f(g(x)). La **inversa de una función** f^(-1)(x) satisface f(f^(-1)(x)) = x.", "challenges": [{ "problem": "Determinar el dominio y rango de la función f(x) = √(x - 2).", "solution": "Dominio: x 2. Rango: y 0." }, { "problem": "Determinar si la función f(x) = x^2 + 1 es par, impar o ninguna.", "solution": "f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x). Es par." }, { "problem": "Dadas las funciones f(x) = x + 1 y g(x) = x^2, hallar (f o g)(x).", "solution": "(f o g)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1." }] } }, { "module_num": "6", "module_title": "Trigonometría y Aplicaciones", "objectives": ["Comprender las funciones trigonométricas de ángulos.", "Aplicar la ley del seno y la ley del coseno para resolver triángulos.", "Comprender la circunferencia unitaria.", "Graficar funciones trigonométricas.", "Simplificar expresiones trigonométricas y resolver ecuaciones trigonométricas."], "content_outline": "Ángulos, funciones trigonométricas de ángulos, ley del seno, ley del coseno, circunferencia unitaria, gráficas de funciones trigonométricas, identidades trigonométricas, ecuaciones trigonométricas.", "class_notes": { "class_num": "1", "introduction": "Este módulo se enfoca en la trigonometría, sus funciones y aplicaciones en la resolución de triángulos y la simplificación de expresiones trigonométricas.", "theory": "Las **funciones trigonométricas** (seno, coseno, tangente, cosecante, secante, cotangente) relacionan los ángulos de un triángulo rectángulo con las longitudes de sus lados. La **ley del seno** establece que a/sin(A) = b/sin(B) = c/sin(C). La **ley del coseno** establece que c^2 = a^2 + b^2 - 2ab*cos(C). La **circunferencia unitaria** es una circunferencia con radio 1 centrada en el origen.\n\nLas **identidades trigonométricas** son ecuaciones que son verdaderas para todos los valores de las variables. Las **ecuaciones trigonométricas** se resuelven encontrando los ángulos que satisfacen la ecuación.", "challenges": [{ "problem": "Resolver un triángulo con a = 5, b = 7 y C = 60° usando la ley del coseno.", "solution": "c^2 = 5^2 + 7^2 - 2*5*7*cos(60°) = 25 + 49 - 35 = 39 => c = √39" }, { "problem": "Simplificar la expresión sin^2(x) + cos^2(x).", "solution": "sin^2(x) + cos^2(x) = 1 (Identidad Pitagórica)" }, { "problem": "Resolver la ecuación trigonométrica sin(x) = 1/2 para 0 x 2 .", "solution": "x = /6 o x = 5 /6" }] } }] }