

# Contents

## Clase 2: Operaciones con Polinomios: Suma, Resta, Multiplicación y División

### Objetivos de la Clase:

- Realizar sumas y restas de polinomios, identificando y combinando términos semejantes.
- Multiplicar polinomios utilizando la propiedad distributiva.
- Dividir polinomios utilizando la división larga.
- Comprender el concepto de división sintética como una herramienta para dividir polinomios por binomios lineales.

### Contenido Teórico Detallado:

#### • Suma y Resta de Polinomios:

- Recordatorio: Un polinomio es una expresión algebraica de la forma  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ , donde los  $a_i$  son coeficientes y  $n$  es un entero no negativo (grado del polinomio).
- Términos semejantes: Son términos que tienen la misma variable elevada al mismo exponente (ej:  $3x^2$  y  $-5x^2$  son términos semejantes).
- Para sumar o restar polinomios, se combinan los términos semejantes. Esto implica sumar o restar los coeficientes de los términos semejantes y mantener la misma variable y exponente.
- Ejemplo:  $(2x^3 + 5x^2 - 3x + 1) + (x^3 - 2x^2 + 4x - 5) = (2+1)x^3 + (5-2)x^2 + (-3+4)x + (1-5) = 3x^3 + 3x^2 + x - 4$

#### • Multiplicación de Polinomios:

- Se utiliza la propiedad distributiva: cada término de un polinomio se multiplica por cada término del otro polinomio.
- Después de multiplicar, se simplifica combinando términos semejantes.
- Ejemplo:  $(x + 2)(3x - 1) = x(3x - 1) + 2(3x - 1) = 3x^2 - x + 6x - 2 = 3x^2 + 5x - 2$

#### • División de Polinomios: División Larga

- Es un método similar a la división larga de números.
- Pasos:
  1. Ordenar el dividendo (el polinomio que se va a dividir) y el divisor (el polinomio por el que se divide) en orden descendente de exponentes.
  2. Dividir el primer término del dividendo entre el primer término del divisor. El resultado es el primer término del cociente.
  3. Multiplicar el divisor por el primer término del cociente.
  4. Restar el resultado del paso anterior al dividendo.
  5. Bajar el siguiente término del dividendo.
  6. Repetir los pasos 2-5 hasta que el grado del residuo sea menor que el grado del divisor.
- Resultado:  $\text{Dividendo} = (\text{Divisor} * \text{Cociente}) + \text{Residuo}$

#### • División Sintética (Introducción):

- Es una forma abreviada de la división larga, que se utiliza cuando el divisor es un binomio lineal de la forma  $(x - c)$ .
- La división sintética es más eficiente que la división larga para este tipo de divisores. La explicaremos a detalle en la siguiente clase.

### Ejemplos/Casos de Estudio:

1. **Suma:** Sumar los polinomios  $P(x) = 4x^4 - 3x^2 + 6x - 5$  y  $Q(x) = -2x^4 + 5x^3 - x + 2$ 
  - Solución:  $P(x) + Q(x) = (4-2)x^4 + 5x^3 + (-3)x^2 + (6-1)x + (-5+2) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 5x - 3$

2. **Resta:** Restar el polinomio  $Q(x) = x^3 - 7x + 3$  del polinomio  $P(x) = 5x^3 + 2x^2 - 4x + 1$

- Solución:  $P(x) - Q(x) = (5-1)x^3 + 2x^2 + (-4-(-7))x + (1-3) = 4x^3 + 2x^2 + 3x - 2$

3. **Multipliación:** Multiplicar los polinomios  $(2x + 3)$  y  $(x^2 - x + 4)$

- Solución:  $(2x + 3)(x^2 - x + 4) = 2x(x^2 - x + 4) + 3(x^2 - x + 4) = 2x^3 - 2x^2 + 8x + 3x^2 - 3x + 12 = 2x^3 + x^2 + 5x + 12$

4. **División Larga:** Dividir el polinomio  $x^3 + 2x^2 - x - 2$  entre  $(x + 1)$

- Solución: 

$x^2 + x - 2$	$x + 1$	$ $	$x^3 + 2x^2 - x - 2$	$-(x^3 + x^2)$	
-----			$x^2 - x$	$-(x^2 + x)$	-----
$-2x - 2$			$-(-2x - 2)$		0
- Cociente:  $x^2 + x - 2$ , Residuo: 0

### Problemas Prácticos/Ejercicios con Soluciones:

1. Sumar los polinomios:  $(7x^2 - 4x + 5) + (-3x^2 + 2x - 1)$

- Solución:  $4x^2 - 2x + 4$

2. Restar los polinomios:  $(6x^3 + x - 8) - (2x^3 - 5x^2 + 3)$

- Solución:  $4x^3 + 5x^2 + x - 11$

3. Multiplicar los polinomios:  $(x - 4)(2x + 1)$

- Solución:  $2x^2 - 7x - 4$

4. Dividir usando división larga:  $(2x^3 - 5x^2 + x + 2) / (x - 2)$

- Solución: Cociente:  $2x^2 - x - 1$ , Residuo: 0

5. Multiplicar los polinomios:  $(x^2 + 2x - 1)(x + 3)$

- Solución:  $x^3 + 5x^2 + 5x - 3$

### Materiales Complementarios Recomendados:

- Libros de álgebra universitaria (consultar índice para los temas de polinomios y operaciones).
- Videos en línea sobre división larga de polinomios (Khan Academy, YouTube).
- Ejercicios resueltos de polinomios en sitios web de matemáticas.