Contents

Clase 3: Congruencia de Triángulos

Objetivos:

- Comprender el concepto de congruencia de triángulos.
- Identificar y aplicar los criterios de congruencia de triángulos (LAL, ALA, LLL).
- Utilizar la congruencia de triángulos para demostrar propiedades geométricas y resolver problemas.
- Diferenciar congruencia de semejanza (tema que se abordará en la próxima clase).

Contenido Teórico Detallado:

- **Definición de Congruencia:** Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. Esto significa que sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son iguales. Si ΔABC es congruente con ΔDEF, se denota como ΔABC   ΔDEF.
- **Elementos Correspondientes:** Es crucial identificar correctamente los elementos correspondientes (ángulos y lados) al establecer la congruencia. El orden de los vértices en la notación de congruencia indica qué vértices y, por lo tanto, qué lados y ángulos son correspondientes.
- **Criterios de Congruencia:** Existen tres criterios principales que permiten determinar si dos triángulos son congruentes sin necesidad de verificar todos los seis elementos (tres lados y tres ángulos).
  - **LAL (Lado-Ángulo-Lado):** Si dos lados y el ángulo comprendido entre ellos en un triángulo son respectivamente congruentes con dos lados y el ángulo comprendido entre ellos en otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.
    - *Ejemplo:* Si AB = DE, BAC = EDF, y AC = DF, entonces ΔABC   ΔDEF por el criterio LAL.
  - **ALA (Ángulo-Lado-Ángulo):** Si dos ángulos y el lado comprendido entre ellos en un triángulo son respectivamente congruentes con dos ángulos y el lado comprendido entre ellos en otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.
    - *Ejemplo:* Si ABC = DEF, AB = DE, y BAC = EDF, entonces ΔABC   ΔDEF por el criterio ALA.
  - **LLL (Lado-Lado-Lado):** Si los tres lados de un triángulo son respectivamente congruentes con los tres lados de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.
    - *Ejemplo:* Si AB = DE, BC = EF, y AC = DF, entonces ΔABC   ΔDEF por el criterio LLL.
- **CPC (Corresponding Parts of Congruent Triangles are Congruent):** Esta abreviatura significa "Las partes correspondientes de triángulos congruentes son congruentes". Una vez que se ha demostrado que dos triángulos son congruentes, se puede concluir que todos los demás lados y ángulos correspondientes también son congruentes.

Ejemplos o Casos de Estudio:

1. **Caso de Estudio LAL:** Se tiene dos triángulos, ΔABC y ΔXYZ. AB = 5 cm, BAC = 60°, AC = 8 cm. XY = 5 cm, YXZ = 60°, y XZ = 8 cm. ¿Son congruentes los triángulos?
   - *Solución:* Sí, ΔABC   ΔXYZ por el criterio LAL.
2. **Caso de Estudio ALA:** Se tiene dos triángulos, ΔPQR y ΔSTU. QPR = 45°, PQ = 7 cm, PQR = 75°. TSU = 45°, ST = 7 cm, UST = 75°. ¿Son congruentes los triángulos?
   - *Solución:* Sí, ΔPQR   ΔSTU por el criterio ALA.

3. **Caso de Estudio LLL:** Se tiene dos triángulos, ΔLMN y ΔUVW. LM = 4 cm, MN = 6 cm, LN = 7 cm. UV = 4 cm, VW = 6 cm, UW = 7 cm. ¿Son congruentes los triángulos?

    - *Solución:* Sí, ΔLMN   ΔUVW por el criterio LLL.

Problemas Prácticos o Ejercicios con Soluciones:

1. **Problema:** En la figura, AB = CD y BC = DA. Demostrar que ΔABC   ΔCDA.

    - *Solución:*
        - AB = CD (Dado)
        - BC = DA (Dado)
        - AC = AC (Lado común)
        - Por lo tanto, ΔABC   ΔCDA por el criterio LLL.

2. **Problema:** Dado que A   D, y AB   DE, ¿qué condición adicional se necesita para probar que ΔABC   ΔDEF usando el criterio ALA?

    - *Solución:* Necesitamos que B   E. Entonces, ΔABC   ΔDEF por el criterio ALA.

3. **Problema:** En la figura, AO = CO y BO = DO. Demostrar que ΔAOB   ΔCOD.

    - *Solución:*
        - AO = CO (Dado)
        - BO = DO (Dado)
        - AOB = COD (Ángulos opuestos por el vértice)
        - Por lo tanto, ΔAOB   ΔCOD por el criterio LAL.

4. **Problema:** En la siguiente figura, AD es bisectriz del ángulo BAC y AD es perpendicular a BC. Demuestra que ΔABD es congruente a ΔACD.

    Solución: * AD es bisectriz del ángulo BAC (dado) => BAD   CAD * AD es perpendicular a BC (dado) => ADB   ADC = 90° * AD = AD (lado común) * Por lo tanto, ΔABD   ΔACD por el criterio ALA.

Materiales Complementarios Recomendados:

- Videos explicativos sobre congruencia de triángulos en plataformas como Khan Academy o YouTube.
- Libros de texto de geometría de nivel universitario (capítulos sobre congruencia).
- Ejercicios interactivos online para practicar la aplicación de los criterios de congruencia.
- Documentos PDF con demostraciones geométricas que utilizan la congruencia.

Nota: Esta clase se centra en la congruencia. La próxima clase abordará la semejanza de triángulos y la diferencia clave entre congruencia y semejanza.