

## Лабораторная работа №2

## Вариант 7

**Задача:**

Компания «Гига» владеет тремя складами S1, S2, S3 вместимостью 30, 10 и 50 тыс. тонн соответственно. Фиксированные затраты на подготовку к использованию каждого склада составляют 25, 50 и 45 тыс. у.е. соответственно. Первый склад можно расширить за счет использования подземного хранилища на 20 тыс. тонн с дополнительными затратами 1 тыс. у.е. за тонну. При необходимости имеется возможность открыть еще два склада S4, S5 вместимостью 20 и 30 тыс. тонн с затратами на подготовку 15 и 25 тыс. у.е. соответственно. В настоящий момент в «Гигу» обратились три компании K1, K2, K3 для хранения 20, 60 и 40 тыс. тонн. Компания «Гига» забирает грузы у клиентов и привозит их на склады, транспортные затраты на доставку приводятся в табл.

Транспортные затраты на доставку

	K1	K2	K3
S1	3	7	4
S2	2	6	8
S3	9	3	4
S4	5	6	4
S5	7	3	9

Требуется разместить грузы всех клиентов с минимальными суммарными затратами. Нужно ли открывать дополнительные склады? Постройте математическую модель. Найдите оптимальное решение задачи.

**Построение модели:**

Пусть в таблице транспортные затраты на доставку указаны в тыс. у.е. за 1 тонну груза.

Введем переменные:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{если склад } i \text{ используется, } i = \overline{1,5} \\ 0, & \text{если склад } i \text{ не используется} \end{cases}$$

$x_{ij}, i = \overline{1,6}, j = \overline{1,3}$  – количество груза компании  $j$ , которое хранится на складе  $i$

$x_{6j}$  - количество груза компании  $j$ , хранящееся на 1 складе дополнительно (при расширении)

$z$  - общее количество груза (в тыс. тонн), хранящееся на складе 1 дополнительно (при расширении)

Параметры:

$$b_i, i = \overline{1,6} - \text{вместительность склада } i,$$

$b_6$  – дополнительная вместительность 1 склада (при расширении)

$f_i, i = \overline{1,5}$  – фиксированные затраты на подготовку склада  $i$

$1 * z$  - затраты на расширение склада 1 (в задаче эта величина зависит от количества груза, который будет там храниться).

$c_{ij}, i = \overline{1,5}, j = \overline{1,3}$  - транспортные затраты на перевозку тонны груза компании  $j$  на склад  $i$ .  $c_{1j}$  также выражает затраты на перевозку груза компании  $j$  дополнительно на склад 1 при его расширении.

$p_j, j = \overline{1,3}$  – общее количество груза компании  $j$  (тыс. тонн), который необходимо разместить.

Получаем следующую модель:

$$\begin{aligned} \min & \left( z + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij} p_j + \sum_{i=1}^5 f_i y_i + \sum_{j=1}^3 c_{1j} x_{6j} \right) \\ & \sum_{j=1}^3 x_{ij} p_j \leq b_i y_i, \quad i = \overline{1,5} \\ & \sum_{i=1}^6 x_{ij} p_j = p_j, \quad j = \overline{1,3} \\ & \sum_{j=1}^3 x_{6j} p_j \leq b_6 \\ & \sum_{j=1}^3 x_{6j} p_j = z \\ & y_i \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1,5} \\ & 0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1,6}, j = \overline{1,3} \end{aligned}$$

Файл lab2.mod

```
param n, integer, >0;
param m, integer, >0;
param f {1..n}, >0;
param b {1..n+1}, >0;
param c {1..n,1..m};
param product_weight {1..m}, >0;
var x {1..n+1,1..m}, >=0;
var y {1..n}, binary;
var z, >= 0;
minimize totalcost: z + sum{i in 1..n, j in 1..m} (c[i,j]*x[i,j]*product_weight[j]) +
sum{i in 1..n} (f[i]*y[i]) + sum{j in 1..m} (c[1,j]*x[n+1,j]);
subject to additional_warehouse_limit: sum{j in 1..m} x[n+1,j]*product_weight[j] <=
b[n+1];
```

```

subject to additional_warehouse_used_capacity: sum{j in 1..m}
x[n+1,j]*product_weight[j] == z;
subject to completed_order {j in 1..m}: sum{i in 1..n+1} x[i,j] * product_weight[j]
== product_weight[j];
subject to used_capacity {i in 1..n}: sum{j in 1..m} x[i,j] * product_weight[j] <=
b[i]*y[i]

```

Файл lab2.dat

```

param n := 5;
param m := 3;
param : b :=
1 30
2 10
3 50
4 20
5 30
6 20
;
param : f :=
1 25
2 50
3 45
4 15
5 25
;
param : product_weight :=
1 20
2 60
3 40
;
param : c :=
1 1 3
1 2 7
1 3 4
2 1 2
2 2 6
2 3 8
3 1 9
3 2 3
3 3 4
4 1 5
4 2 6
4 3 4
5 1 7
5 2 3
5 3 9
;

```

Файл lab2.run

```

reset;
model lab2.mod;
data lab2.dat;
option solver cplex;
solve;
display totalcost;
display y;
display x;
display z;

```

## Вывод программы:

CPLEX 22.1.1.0: optimal integer solution; objective 437  
18 MIP simplex iterations  
0 branch-and-bound nodes  
totalcost = 437

```
y [*] :=  
1 1  
2 0  
3 1  
4 0  
5 1  
;
```

```
x :=  
1 1 1  
1 2 0  
1 3 0.25  
2 1 0  
2 2 0  
2 3 0  
3 1 0  
3 2 0.666667  
3 3 0.25  
4 1 0  
4 2 0  
4 3 0  
5 1 0  
5 2 0.333333  
5 3 0  
6 1 0  
6 2 0  
6 3 0.5  
;
```

z = 20

Получили следующие результаты:

Используем 1, 3 и 5 склады, 1 склад расширяем.

На первом складе хранится весь груз компании 1 (20 тыс. тонн) и  $x_{13} = 0,25$  груза компании 3 (10 тыс. тонн). На третьем складе хранится  $x_{32} = 0,666667$  груза компании 2 (40 тыс. тонн) и  $x_{33} = 0,25$  груза компании 3 (10 тыс. тонн). На 5 складе хранится  $x_{52} = 0,333333$  груза компании 2 (20 тыс. тонн). После расширения склада 1 там также дополнительно хранится  $x_{63} = 0,5$  груза компании 3, т.е. 20 тыс. тонн.

Суммарные затраты:  $f(x, y, z) = 437$  тыс. у.е.