

数值分析 code5 说明文档

张奇 PB19000093

April 4, 2022

1 问题描述

本次实验要求，用复化的Simpson积分公式和梯形积分公式结算下面积分，

$$\int_0^4 \sin x dx.$$

其中复化的区间个数按照 $n = 2^k, k = 1, \dots, 12$ 来计算，并且利用 $\text{order} = \frac{\log(\varepsilon_0/\varepsilon_1)}{\log(N_1/N_0)}$ 来计算收敛阶，以固定的格式输出。

2 算法原理

本实验只需实现计算Simpson复化积分和梯形积分即可，若选取的节点为 $\{x_i\}_{i=0}^n$ ，那么梯形积分公式为

$$\int_{x_0}^{x_n} f \cong \sum_{i=1}^n h_i (f(x_{i-1}) + f(x_i)) / 2, h_i = x_i - x_{i-1}.$$

以及Simpson积分公式，

$$\int_{x_0}^{x_n} f \cong \sum_{i=1}^n h_i (f(x_{i-1}) / 6 + f(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}) / 3 + f(x_i) / 6), h_i = x_i - x_{i-1}.$$

3 编程实现

设计两个函数，求解，

- double splined_line(double f(double), double l, double r, int n)
- double splined_simpson(double f(double), double l, double r, int n)

4 编译环境

- Ubuntu20.4LTS, g++9.4.0
- 编译命令+运行: ./run main

5 结果分析



N	Simpson误差	order	梯形误差	order
2	0.0104085	--	0.591851	--
4	0.000591731	4.13668	0.140156	2.0782
8	3.61551e-05	4.03267	0.0345953	2.01839
16	2.24708e-06	4.00808	0.00862171	2.00453
32	1.40246e-07	4.00201	0.00215374	2.00113
64	8.76234e-09	4.0005	0.00053833	2.00028
128	5.47599e-10	4.00012	0.000134576	2.00007
256	3.42228e-11	4.00009	3.36436e-05	2.00002
512	2.14073e-12	3.99878	8.41087e-06	2
1024	1.35669e-13	3.97994	2.10272e-06	2
2048	6.21725e-15	4.44767	5.25679e-07	2
4096	1.55431e-15	2	1.3142e-07	2

Figure 1: 实验结果

分析

- Simpson积分收敛要比梯形积分要好。
- Simpson积分的收敛阶会出现不稳定情况。