

Obligatorisk øvingsoppgave TMA4101

Eplekaken (elgtungen)

Til denne oppgaven valgte jeg å bake eplekake for elgtunge-oppgaven. Jeg har ikke smakt elgtunge før, men jeg tviler på at det smaker bedre enn min eplekake. Siden jeg inviterte noen venninner over til eksamensøving, tenkte jeg det var lurt med noe jeg vet sikkert er godt.

Her har jeg funnet en generell funksjon for temperaturen, $T(t)$, med Newtons avkjølingslov:

$$\dot{T}(t) = \alpha(T(t) - T_K)$$

$$\dot{T}(t) - \alpha T(t) = -\alpha T_K$$

$$e^{-\alpha t} \dot{T}(t) - e^{-\alpha t} \alpha T(t) = -e^{-\alpha t} \alpha T_K$$

$$\frac{d}{dt}(e^{-\alpha t} T(t)) = -e^{-\alpha t} \alpha T_K$$

$$\int \frac{d}{dt}(e^{-\alpha t} T(t)) = \int -e^{-\alpha t} \alpha T_K$$

$$e^{-\alpha t} T(t) + c_1 = e^{-\alpha t} T_K + c_2$$

$$T(t) = T_K + C e^{\alpha t}$$

Etter å ha blandet smør, sukker, egg, mel, bakepulver, vaniljesukker og kanel ble kaken bakt 40 min i ovnen på 190 grader over- og undervarme. Temperaturen av kaken rett fra ovnen var 96.9 grader. Rommet derimot var 23.6 grader. Ut ifra funksjonen for temperatur fant jeg C med T_0 og T_K :

$$T_K = 23.6 \qquad T_0 = 96.9$$

$$T(0) = 23.6 + C = 96.9$$

$$C = 96.9 - 23.6$$

$$C = 73.3$$

For å finne ut av α -verdien brukte jeg verdier for $T(10)=80.3$:

$$T(10) = 23.6 + 73.3e^{10\alpha} = 80.3$$

$$\frac{80.3 - 23.6}{73.3} = e^{10\alpha}$$

$$\ln \frac{56.7}{73.3} = 10\alpha$$

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{56.7}{73.3}\right)}{10} \approx -2.568 * 10^{-2}$$

Dette er funksjonen for temperaturen til min eplekake:

$$T(t) = 23.6 + 73.3e^{-2.568*10^{-2}t}$$

Dette er en tabell med de totale temperaturmålingene som jeg tok av kaken.

Tid (min)	Temperatur (°C)
0	96.9
5	91.9
10	80.3
15	74.7
20	67.1
25	60.1
35	54.7
45	51.0
55	44.2
65	39.0
75	34.6
85	32.5
95	30.7
105	27.9
115	27.3
135	24.8
200	23.6



Figur 1 Eplekaken som ble bakt

Videre plottet jeg en graf med de målte verdiene og en med temperaturfunksjonen som jeg fant over. Filen er også vedlagt, hvis du vil kjøre koden.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def T(t):
    return 23.3 + 73.3*np.e**(-2.568e-2*t)

x_verdier = np.array([0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, 115, 135, 200])
y_verdier1 = np.array([96.9, 91.1, 80.3, 74.4, 67.1, 60.1, 54.7, 51.0, 44.2, 39.0, 34.6, 32.5, 30.7, 27.9, 26.3, 24.8, 23.6])

t_verdier = np.linspace(0, 200, 40000)
y_verdier = T(t_verdier)

plt.plot(t_verdier, y_verdier, 'r-', label = 'T(t)')
plt.plot(x_verdier, y_verdier1, 'b-', label = 'Eksperimentelle verdier')
plt.title('Plot av temperaturen til den beste eplekaken over tid')
plt.xlabel('Tid(min)')
plt.legend()
plt.ylabel('Temperatur(C)')

plt.show()
```

