

SPRAWOZDANIE

Układy współrzędnych na elipsoidzie

Autor:

Weronika Hebda 311532

Politechnika Warszawska

Wydział: Geodezji i Kartografii

Kierunek: Geoinformatyka

Przedmiot: Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

Spis treści

1. Wstęp teoretyczny	3
1.1. Układ współrzędnych geodezyjnych – $\phi\lambda h$	3
1.2. Układ współrzędnych prostokątnych przestrzennych – xyz.	3
1.3. Układ pomiarowy horyzontalny geodezyjny – neu.....	4
2. Cel ćwiczenia.....	4
3. Przebieg ćwiczenia	4
3.1. Przygotowanie danych	4
3.2. Skrypt obliczający	5
4. Wyniki	7
5. Wnioski.....	8

1. Wstęp teoretyczny

Ze względu na nierówny kształt Ziemi konieczne było wprowadzenie globalnego uśrednienia tego kształtu, w celu zgodności pomiarów geodezyjnych i systemów nawigacji satelitarnych. Taki model zwany jest matematycznie elipsoidą obrotową spłaszczoną. Ważne jest, aby elipsoida miała oś obrotu zgodną z ziemską oraz odchyłki od powierzchni były jak najmniejsze. Obecnie stosuje się model elipsoidy GRS80 o parametrach:

$a = 6\,378\,137\text{ m}$ – półoś równikowa

$e^2 = 0.00669437999013$ – pierwszy mimośród

Stosuje się różne układy odniesienia na elipsoidzie:

1.1. Układ współrzędnych geodezyjnych – $\phi\lambda h$.

Jest to podstawowy układ do pomiarów geodezyjnych. Położenie jest definiowane przez trzy wartości:

- Szerokość geodezyjna ϕ – jest to kąt nachylenia prostej normalnej (prostopadłą) do powierzchni elipsoidy, przechodzącej przez dany punkt a płaszczyznę równika. Waha się od 0° do 90° .
- Długość geodezyjna λ – jest to kąt dwuścienny między ustalonym południkiem 0 (Greenwich w Wielkiej Brytanii) a danym południkiem. Waha się od 0° do 180° .
- Wysokość h – jest to odległość punktu wzdłuż prostej normalnej do powierzchni elipsoidy.

1.2. Układ współrzędnych prostokątnych przestrzennych – xyz .

Inaczej nazywany jest układem kartezjańskim. Jest to układ, w którym środkiem jest geometryczny środek elipsoidy. Przyjmuje on trzy współrzędne punktu w przestrzeni trójwymiarowej:

- płaszczyzna xy pokrywa się z płaszczyzną równika
- oś z pokrywa się z osią obrotu Ziemi, a jej wartości rosną w kierunku bieguna północnego.

Do transformacji współrzędnych z układu geodezyjnego do kartezjańskiego używa się następujących wzorów:

$$x = (N + h)\cos\phi\cos\lambda$$

$$y = (N + h)\cos\phi\sin\lambda$$

$$z = [N(1 - e^2) + h]\sin\phi$$

1.3. Układ pomiarowy horyzontalny geodezyjny – neu.

Inaczej jest zwany układem topocentrycznym. Jest to układ lokalny, w którym środek układu jest obrócony i przyłożony do danego punktu na powierzchni Ziemi.

- oś n (north) – jest skierowana na północ. Wartości rosną w kierunku bieguna północnego.
- oś e (east) – skierowana jest na wschód.
- oś u (up) – jest to wysokość nad danym punktem

Do transformacji współrzędnych między układami używa się następujących wzorów:

$$\begin{bmatrix} n_{ij} \\ e_{ij} \\ u_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi \cos\Lambda & -\sin\Lambda & \cos\phi \cos\Lambda \\ -\sin\phi \sin\Lambda & \cos\Lambda & \cos\phi \sin\Lambda \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

Gdzie środkowa macierz jest macierzą obrotu, a ostatnia to przyrosty między mierzonym punktem a początkiem układu.

2. Cel ćwiczenia

Ćwiczenie polegało na zapoznaniu się z różnymi układami współrzędnych oraz ich konwersji na przykładzie uzyskanych współrzędnych lotniska i samolotu w danym szeregu czasowym.

Należało pobrać dane:

- przeliczyć na układ współrzędnych prostokątnych przestrzennych(xyz) względem elipsoidy GRS80.
- określić współrzędne w układzie topocentrycznym (neu) względem lotniska.
- przeliczyć współrzędne (neu) na odległość skośną, azymuty i odległość zenitalną samolotu.
- określić moment gdy samolot zniknie pod horyzontem względem lotniska startowego.
- przedstawić wyniki na wykresach.

Wybrano dane lotu DLH1350 z Portu lotniczego Frankfurt (FRA) do Portu lotniczego Warszawa Lotnisko Chopina (WAW), które pobrano ze strony flightaware.com, a do wykonania ćwiczenia użyto środowiska MATLAB.

3. Przebieg ćwiczenia

3.1. Przygotowanie danych

Z zakładki Flight Track Log pobrano tabele z danymi, które wymagały obróbki. Skorzystano z programu MS Excel, wybrano kolumny z szerokością geograficzną, długością oraz wysokością i zapisano dane w formie pliku tekstowego (danelotu2.txt).

3.2. Skrypt obliczający

Na początku wczytano parametry elipsoidy GRS80 oraz dane lotu z pliku tekstowego, jednocześnie rozdzielając je na inne macierze. Przyjęto również współrzędne $\phi\lambda h$ lotniska początkowego (FRA), które pobrano z Internetu: (https://pl.wikipedia.org/wiki/Port_lotniczy_Frankfurt)

```
4 clear;
5 a=6378137;
6 e2=0.00669437999013;
7
8 %wsp samolotu
9 macierzDane= load('danelotu2.txt');
10 phi=macierzDane(:,1);
11 lambda=macierzDane(:,2);
12 h=macierzDane(:,3);
13 rows = size(macierzDane, 1);
14
15 %wsp lotniska
16 phiB=50.033333;
17 lambdaB=8.570556;
18 hB=111;
```

Rysunek 1. Wczytanie i ustalenie danych.

Następnie korzystając ze wzorów z treści teoretycznej utworzono funkcje odpowiedzialne za transformacje współrzędnych między układami: najpierw na współrzędne prostokątne, a potem na topograficzne.

```
79 % geo to xyz
80 function [x,y,z] = geo2xyz(fi, lam, h, a, e2)
81     N = a./sqrt(1-e2.*sind(fi).^2);
82     x = (N+h).* cosd(fi) .* cosd(lam);
83     y = (N + h) .* cosd(fi) .* sind(lam);
84     z = (N.*(1-e2)+h).*sind(fi);
85 end
86
87 %xyz to neu
88 function [n,e,u] = xyz2neu(fi,lam,xA,yA,zA,xB,yB,zB)
89     %macierz obrotu z wykorzystaniem współrzędnych lotniska
90     T = [-sind(fi).*cosd(lam) -sind(lam) cosd(fi).*cosd(lam);
91         -sind(fi).*sind(lam) cosd(lam) cosd(fi).*sind(lam);
92         cosd(fi) 0 sind(fi)];
93     T=T';
94
95     %wspl samolotu - wspl lotniska
96     D = [xA - xB;yA - yB;zA - zB];
97
98     neu = T*D;
99     n = neu(1);
100    e = neu(2);
101    u = neu(3);
102 end
```

Rysunek 2. Funkcje transformujące współrzędne do innych układów.

Używając powyższych funkcji przekształcono wczytane współrzędne, a przy transformacji na współrzędne neu przyjęto współrzędne lotniska startowego za środek układu.

```

20 %wspolrzedne xyz samolotu
21 [xs,ys,zs] = geo2xyz(phi,lambda,h,a,e2);
22 %wspolrzedne xyz lotniska
23 [xl,y1,z1] = geo2xyz(phiB,lambdaB,hB,a,e2);
24
25 %xyz to neu
26 for i = 1:rows
27     [n(i),e(i),u(i)] = xyz2neu(phiB,lambdaB,xs(i),ys(i),zs(i),xl,y1,z1);
28 end

```

Rysunek 3. Przeliczanie współrzędnych na inne układy.

Przeprowadzono również dodatkowe obliczenia liczące odległość skośną (s), kąt zenitalny (z), azymuty (azymut) oraz moment kiedy samolot zniknie pod horyzontem. Ze względu na uwzględnienie ćwiartek wprowadzono poprawki w liczeniu azymutów.

```

29
30 %odleglosc skosna
31 s = sqrt(n.^2+e.^2+u.^2);
32
33 %odleglosc zenitalna
34 z = acosd(u./s);
35
36 %okreslanie momentu zajscia pod horyzont
37 for i = 1:rows
38     idx = find(z >= 90);
39     break
40 end
41
42 %azymuty
43 azymut = atand(e./n);
44 for i = 1:rows
45     if n(i) > 0 && e(i) < 0
46         azymut(i) = azymut(i) + 360;
47     elseif n(i) < 0 && e(i) > 0
48         azymut(i) = azymut(i) + 180;
49     elseif n(i) < 0 && e(i) < 0
50         azymut(i) = azymut(i) + 180;
51     elseif azymut(i) > 360
52         azymut(i) = azymut(i) - 360;
53     end
54 end

```

Rysunek 4. Obliczanie odległości skośnej, kąta zenitalnego, azymutów oraz momentu zajścia samolot pod horyzont

Następnie zajęto się reprezentacją graficzną współrzędnych. Użyto do tego wbudowanych funkcji matlaba: geoscatter i plot3.

```

55
56 %rysowanie trasy we współrzędnych geodezyjnych
57 geoscatter(phi,lambda,5,'r');
58
59 %we wspolrzednych nue
60 figure;
61 %wyswietlanie punktu za którym zachodzi za horyzontem
62 plot3(n,e,u, 'o-','MarkerFaceColor','red','MarkerEdgeColor','red','MarkerIndices',idx(1,1))
63 title('Trasa lotu w układzie topocentrycznym (n,e,u)');
64 xlabel('n');
65 ylabel('e');
66 zlabel('u');
67 grid on
68
69 %we wspolrzednych xyz
70 figure;
71 plot3(xs,ys,zs);
72 title('Trasa lotu w układzie kartezjańskim (x,y,z)');
73 xlabel('x');
74 ylabel('y');
75 zlabel('z');
76 grid on

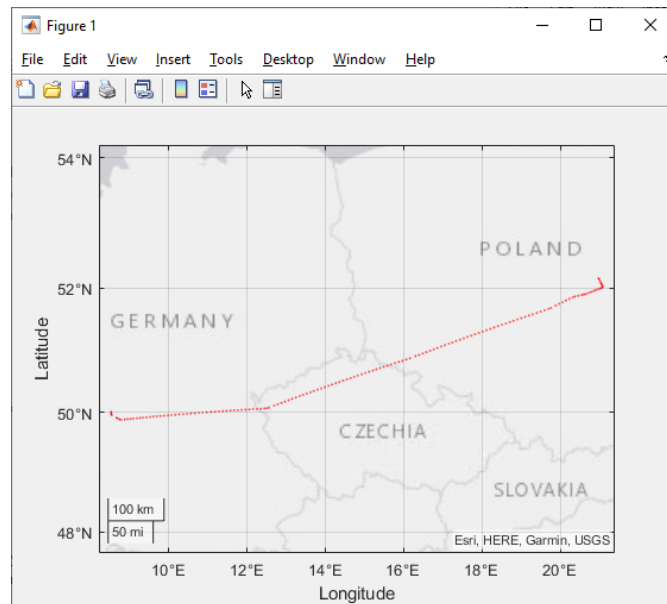
```

Rysunek 5. Rysowanie współrzędnych.

4. Wyniki

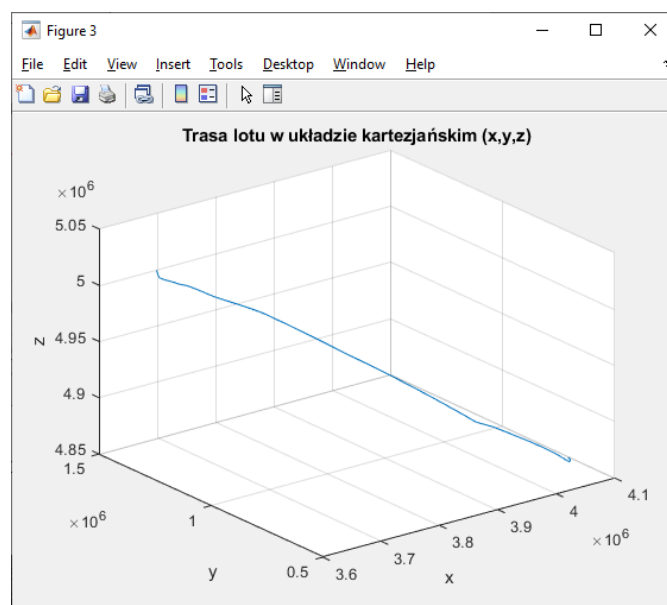
Wskutek wprowadzonych funkcji uzyskano trzy wykresy reprezentujące trasę samolotu w trzech różnych układach współrzędnych.

Pierwszym jest trasa we współrzędnych geodezyjnych z naniesioną siatką kartograficzną oraz szkicem krajów.



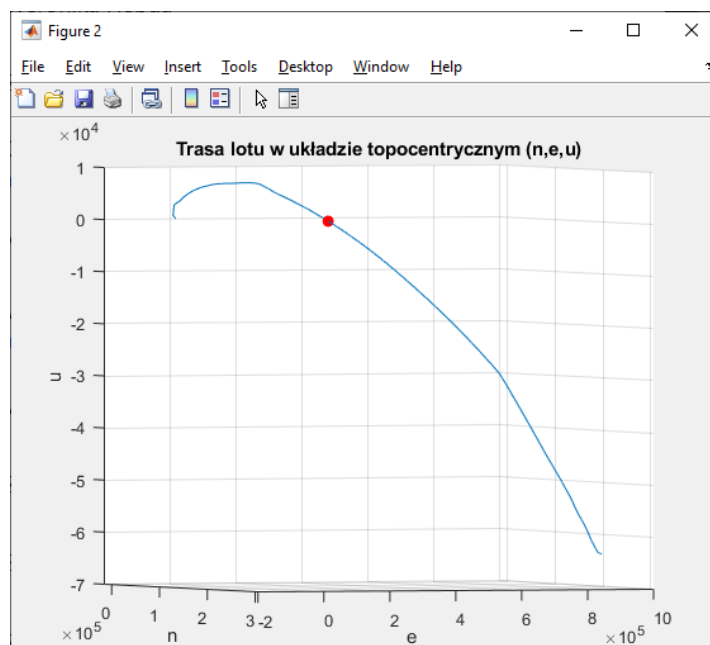
Rysunek 6. Trasa lotu w układzie współrzędnych geodezyjnym.

Następnie trasa w lotu układzie współrzędnych prostokątnych (kartezjańskim).



Rysunek 7. Trasa lotu w układzie współrzędnych prostokątnych przestrzennych.

Ostatnim wykresem jest trasa lotu w układzie topograficznym neu . Na wykresie zaznaczony jest również punkt, w którym samolot znika za horyzontem. Ten punkt można było wyznaczyć, albo poprzez wartość kąta zenitalnego (kiedy jest większy niż 90°) albo poprzez wartość współrzędnej u (kiedy zejdzie poniżej 0).



Rysunek 8. Trasa lotu w układzie pomiarowym horyzontalnym geodezyjnym.

5. Wnioski

- 5.1. Posiadając współrzędne w jednym układzie jesteśmy w stanie przeliczyć je na inne układy.
- 5.2. W reprezentacji graficznej współrzędnych w układzie kartezjańskim, zauważono, że po rzutowaniu wykresu na płaszczyznę YZ otrzymano podobny obraz jak w układzie geodezyjnym.
- 5.3. Układ geodezyjny nie potrzebuje ustalania punktu odniesienia.
- 5.4. Współrzędne układu kartezjańskiego i geodezyjnego są uniwersalne w każdym miejscu na Ziemi.
- 5.5. Zastosowanie układu topograficznego (n, e, u) jest praktyczniejsze niż układu geodezyjnego w tym ćwiczeniu, gdyż pozwala na łatwe ustalenie zniknięcia samolotu pod horyzontem, ze względu na łatwe obliczenia kąta zenitalnego oraz azymutów.
- 5.6. Zastosowanie układu topograficznego (n, e, u) jest mniej praktyczne niż układu geodezyjnego w tym ćwiczeniu, gdyż utrudnia analizę całej trasy lotu. Dodatkowo pokazuje on kierunek lotu (n, e) względem jednego punktu, co powoduje utrudnienia czytania wykresu.