SPRAWOZDANIE

Rozwiązywanie zadań geodezyjnych na elipsoidzie obrotowej.

Autor:

Weronika Hebda 311532

Politechnika Warszawska

Wydział: Geodezji i Kartografii

Kierunek: Geoinformatyka

Przedmiot: Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

Spis treści

1. Wstęp teoretyczny. 3
2. Cel ćwiczenia. 3
3. Przebieg ćwiczenia. 3
4. Wyniki 5
5. Wnioski 6

1. Wstęp teoretyczny.

W Polskiej kartografii na przestrzeni lat stosowało się różne układy odniesienia między innymi:

- Odwzorowanie Gaussa-Krügera
- Układ 1992 (PL-1992) – odwzorowanie równokątne, odwzorowanie G-K, ale w pasie 10^o obejmującym całą Polskę.
- Układ 2000 (PL-2000) – podzielony na 4 strefy z różnymi południkami osiowymi.

Jednakże każde odwzorowanie posiada pewne zniekształcenie. Zwiększa się ono wraz z dystansem od południka osiowego danego układu, na którym wynosi 1 (brak zniekształceń).

2. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia było przeprowadzenie przeliczeń współrzędnych geodezyjnych wg elipsoidy GRS80 sześciu punktów na współrzędne w trzech różnych układach oraz policzenie elementarnej skali długości i zniekształceń na 1km. Dodatkowo należało wyliczyć pole prostokąta z czterech punktów oraz obliczenie skali pól powierzchni i zniekształceń na 1ha.

Do wykonania ćwiczenia użyto języka programowania Python w wersji 3.10 w środowisku PyCharm Community Edition.

3. Przebieg ćwiczenia.

Wybrano sześć punktów, których współrzędne geodezyjne obliczono w poprzednim zadaniu:

φA = 50° 15′ 00" λA = 20° 45′ 00"

φB = 50° 00′ 00" λB = 20° 45′ 00"

φC = 50° 15′ 00" λC = 21° 15′ 00"

φD = 50° 00′ 00" λD = 21° 15′ 00"

φE = 50° 07′ 30.97362" λE = 21° 00′ 2.34392" – punkt środkowy

φS = 50° 07′ 30" λS = 21° 00′ 00" – punkt średniej szerokości

Najpierw zaimplementowano funkcję przeliczającą współrzędne φ λ na x_{gk} i y_{gk}, ponieważ są one potrzebne do obliczania współrzędnych innych układów.

```
sigma = a * (A0 * m.radians(fi) - A2 * m.sin(m.radians(2 * fi)) + A4 * m.sin(m.radians(4 * fi)) - A6 * m.sin(
    m.radians(6 * fi)))
fi = m.radians(fi)
t = m.tan(fi)
ni2 = e2b * ((m.cos(fi)) ** 2)
L0 = 19 * m.pi / 180  # w radianach
lam = m.radians(lam)
l = lam - L0
N = a / (m.sqrt(1 - e2 * (m.sin(fi)) ** 2))

xgk = sigma + ((l ** 2) / 2) * N * m.sin(fi) * m.cos(fi) * (
            1 + (l ** 2 / 12) * (m.cos(fi) ** 2) * (5 - t ** 2 + 9 * ni2 + 4 * (ni2 ** 2)) + ((l ** 4) / 360) * (
                (m.cos(fi)) ** 4) * (61 - 58 * (t ** 2) + (t ** 4) + 270 * (ni2) - 330 * (ni2) * (t ** 2)))
ygk = l * N * m.cos(fi) * (1 + ((l ** 2) / 6) * ((m.cos(fi)) ** 2) * (1 - (t ** 2) + (ni2)) + ((l ** 4) / 120) * (
            (m.cos(fi)) ** 4) * (5 - 18 * (t ** 2) + (t ** 4) + 14 * (ni2) - 58 * (ni2) * (t ** 2)))
```

Rysunek 1. Obliczanie współrzędnych w odwzorowaniu Gaussa-Krügera.

Ze względu na ten sam południk osiowy w odwzorowaniu Gaussa-Krügera i układzie 1992 (19°), od razu wykonano przeliczenie na tenże układ.

```
m01992 = 0.9993
X1992 = m01992 * xgk - 5300000
Y1992 = m01992 * ygk + 500000
```

Rysunek 2. Przeliczanie współrzędnych Gaussa-Krügera na układ PL-1992.

Przeliczenie na układ 2000 wykonano w ten sam sposób, lecz z uwzględnieniem południka osiowego odpowiedniej strefy. Napisano funkcję obliczającą, w której strefie znajduje się dany punkt.

```
def strefa(lam):
    if lam >= 22.5:
        return 8,24
    elif lam >= 19.5:
        return 7,21
    elif lam >= 16.5:
        return 6,18
    else:
        return 5,15
```

Rysunek 3. Funkcja obliczająca numer strefy oraz jej południk osiowy.

Mając współrzędne punktów w postaci kartezjańskiej, obliczono pola powierzchni. Pole elipsoidalne zaczerpnięto z poprzedniego zadania.

```
#obliczanie pól powierzchni
Pelipsoidalne = 994265196.074311
print("Pole elipsoidalne:", Pelipsoidalne,"m²")
PGK = Polygon([(Axgk,Aygk),(Bxgk,Bygk),(Dxgk,Dygk),(Cxgk,Cygk),(Axgk,Aygk)])
print("Pole G-K:",PGK.area,"m²")
P2000 = Polygon([(Ax2000,Ay2000),(Bx2000,By2000),(Dx2000,Dy2000),(Cx2000,Cy2000),(Ax2000,Ay2000)])
print("Pole 2000:",P2000.area,"m²")
P1992 = Polygon([(Ax1992,Ay1992),(Bx1992,By1992),(Dx1992,Dy1992),(Cx1992,Cy1992),(Ax1992,Ay1992)])
print("Pole 1992:",P1992.area,"m²",'\n')
```

Rysunek 4. Obliczanie pól korzystając z biblioteki shapely.

Następnie poprzez zastosowanie odwrotnego Gaussa-Krügera, obliczono elementarną skalę długości dla poszczególnych punktów oraz skalę kwadratową dla pól.

```
fi2,lam2 = gk2filam(xgk,ygk)

N = a / (m.sqrt(1 - e2 * (m.sin(fi2)) ** 2))
M = (a * (1 - e2)) / m.sqrt((1 - e2 * m.sin(fi2) ** 2) ** 3)
R = m.sqrt(M*N)

mgk = 1 + (ygk**2)/(2*(R**2)) + ygk**4/(24*(R**4))
m1992 = mgk * m01992

mgk_2 = mgk**2
m92_2 = mgk_2 * 0.9993**2
```

Rysunek 6. Obliczanie elementarnej skali długości dla układu PL-1992.

```
fi2,lam2 = gk2filam(xgk,ygk)
N = a / (m.sqrt(1 - e2 * (m.sin(fi2)) ** 2))
M = (a * (1 - e2)) / m.sqrt((1 - e2 * m.sin(m.radians(fi2)) ** 2) ** 3)
R = m.sqrt(M * N)

mgk = 1 + (ygk ** 2) / (2 * (R ** 2)) + ygk ** 4 / (24 * (R ** 4))
m2000 = mgk * m02000

mgk_2 = mgk**2
m2000_2 = mgk_2 * 0.999923**2
```

Rysunek 5. Obliczanie elementarnej skali długości dla układu PL-2000.

Uwzględniając skale, obliczono zniekształcenia dystansu na 1km oraz w przypadku pól, dla 1ha.

```
for i in range(0,6):
    K_gk = (mgk[i] - 1) * 1000
    Kgk.append(round(K_gk,3))
    K_92 = (m92[i] - 1) * 1000
    K92.append(round(K_92,3))
    K_20 = (m2000[i] - 1) * 1000
    K2000.append(round(K_20,3))
```

Rysunek 8. Obliczanie zniekształceń dla współrzędnych.

```
for i in range(0,6):
    Kgk2 = (mgk_2[i] - 1) * 10000
    Kgk_2.append("{:.3f}".format(Kgk2))
    K922 = (m92_2[i] - 1) * 10000
    K92_2.append("{:.3f}".format(K922))
    K202 = (m2000_2[i] - 1) * 10000
    K2000_2.append("{:.3f}".format(K202))
    mgk_2[i] = round(mgk_2[i], 6)
    m92_2[i] = round(m92_2[i], 6)
    m2000_2[i] = round(m2000_2[i], 6)
```

Rysunek 7. Obliczanie zniekształceń dla pól powierzchni.

4. Wyniki

Do przedstawienia wyników użyto programu Microsoft Excel. Wyniki podano w metrach lub m^2 z dokładnością do milimetra.

1. Zestawienie współrzędnych

	Xgk	Ygk	X2000	Y2000	X1992	Y1992
A	5570120.597	124812.228	5568256.030	7482170.562	266221.513	624724.859
B	5542315.026	125464.201	5540450.350	7482077.452	238435.405	625376.376
C	5571077.960	160469.907	5568256.030	7517829.438	267178.206	660357.578
D	5543273.892	161308.283	5540450.350	7517922.548	239393.600	661195.368
E	5556698.105	143059.987	5554353.190	7500046.555	252808.416	642959.845
S	5556666.778	143014.239	5554323.110	7500000.000	252777.111	642914.129

2. Zestawienie pól powierzchni

Pelipsoidalne	Pgk	P2000	P1992
994265196.074311	994760741.7620579	994108282.0805166	993368613.2235657

3. Elementarna skala długości i zniekształcenia 1km

	mgk	Kgk(1km)	m2000	K2000(1km)	m1992	K1992(1km)
A	1.000191	0.191	0.999927	-0.073	0.999491	-0,509
B	1.000193	0.193	0.999927	-0.073	0.999493	-0.507
C	1.000316	0.316	0.999927	-0.073	0.999616	-0.384
D	1.000319	0.319	0.999927	-0.073	0.999619	-0.381
E	1.000251	0.251	0.999923	-0.077	0.999551	-0.449
S	1.000251	0.251	0.999923	-0.077	0.999551	-0.449

3. Elementarna skala pól powierzchni i zniekształcenia 1ha

	m2gk	K2gk(1ha)	m22000	K22000(1ha)	m21992	K21992(1ha)
A	1.000383	3.825	0.999854	-1.461	0.998982	-10.175
B	1.000387	3.866	0.999854	-1.461	0.998986	-10.135
C	1.000632	6.324	0.999854	-1.461	0.999232	-7.680
D	1.000639	6.390	0.999854	-1.461	0.999239	-7.614
E	1.000503	5.026	0.999846	-1.540	0.999102	-8.976
S	1.000502	5.023	0.999846	-1.540	0.999102	-8.980

Rysunek 9. Wyniki

5. Wnioski

5.1. W każdym układzie zniekształcenia zwiększają się wraz z oddalaniem się od południka osiowego.

5.2. Współrzędne w układzie PL-2000 mają najmniejsze zniekształcenia. Powodem jest wprowadzenie różnych stref, która każda korzysta z różnego południka osiowego. Wadą tego rozwiązania jest problem z jego zmianą w trakcie przeliczania współrzędnych lub niezgodność współrzędnych z innymi strefami.

5.3. Najmniej dokładnym układem jest układ PL-1992, ponieważ obejmuje on największy obszar jednym południkiem osiowym. Zaletą jest powszechność współrzędnych.

5.4. Pole powierzchni w układzie PL-1992 jest najmniejsze.

5.5. Zniekształcenia pól w stosunku do zniekształceń długości zwiększają się proporcjonalnie.