

SPRAWOZDANIE

Transformacja współrzędnych.

Autor:

Weronika Hebda 311532

Politechnika Warszawska

Wydział: Geodezji i Kartografii

Kierunek: Geoinformatyka

Przedmiot: Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

1. Wstęp teoretyczny

Oprócz elipsoidy GRS80 istnieją jeszcze inne rozwiązania. W Polsce do pewnego czasu używało się elipsoidy Krasowskiego, która ma swój punkt przyłożenia w Puławie.

2. Cel ćwiczenia

Ćwiczenie polegało na transformacji współrzędnych φ λ sześciu punktów z elipsoidy GRS80 na współrzędne φ λ elipsoidy Krasowskiego przy wykorzystaniu algorytmu Hirvonena oraz transformacji Bursy-Wolfa.

Do wykonania ćwiczenia użyto języka programowania Python w wersji 3.10 w środowisku PyCharm Community Edition.

3. Przebieg ćwiczenia

Na początku wprowadzono współrzędne punktów z poprzedniego zadania:

$$\varphi A = 50^\circ 15' 00'' \quad \lambda A = 20^\circ 45' 00''$$

$$\varphi B = 50^\circ 00' 00'' \quad \lambda B = 20^\circ 45' 00''$$

$$\varphi C = 50^\circ 15' 00'' \quad \lambda C = 21^\circ 15' 00''$$

$$\varphi D = 50^\circ 00' 00'' \quad \lambda D = 21^\circ 15' 00''$$

$$\varphi E = 50^\circ 07' 30.97362'' \quad \lambda E = 21^\circ 00' 2.34392'' \text{ – punkt środkowy}$$

$$\varphi S = 50^\circ 07' 30'' \quad \lambda S = 21^\circ 00' 00'' \text{ – punkt średniej szerokości}$$

Za wysokość przyjęto:

$$h = 0 \text{ m}$$

Oraz wprowadzono parametry dwóch elipsoid:

```
#elipsoida krasowskiego
a = 6378245
e2 = 0.0066934215520

#elipsoida grs80
a80=6378137
e280=0.00669437999013
```

Rysunek 1. Parametry elipsoid.

Aby przeprowadzić transformację na inną elipsoidę należy sprowadzić współrzędne geodezyjne na współrzędne kartezjańskie (x,y,z). Wykorzystano do tego algorytm z zadania 3. Następnie zaimplementowano funkcję transformującą:

```
def transformacja(x, y, z):
    x0 = -33.4297
    y0 = 146.5746
    z0 = 76.2865
    kappa = 0.8407728 * 10 ** -6
    Ex = np.deg2rad(-0.35867 / 3600)
    Ey = np.deg2rad(-0.05283 / 3600)
    Ez = np.deg2rad(0.84354 / 3600)
    macierz = np.array([[kappa, Ez, -Ey],
                        [-Ez, kappa, Ex],
                        [Ey, -Ex, kappa]])
    macierz_p = np.array([x, y, z])
    macierz_0 = np.array([x0, y0, z0])
    macierz_nowychwspol = macierz_p + macierz @ macierz_p + macierz_0
    return macierz_nowychwspol
```

Rysunek 2. Funkcja transformująca Bursy-Wolfa.

Następnie zaimplementowano algorytm Hirvonena, który przelicza współrzędne x,y,z na φ λ wykorzystując parametry elipsoidy Krasowskiego.

```
def Hirvonen(x, y, z, e2, a):
    r = (x ** 2 + y ** 2) ** 0.5
    fi = np.arctan((z / r) * (1 - e2) ** -1)

    n = a / m.sqrt(1 - e2 * np.sin(fi) ** 2)
    h = r / np.cos(fi) - n
    fi2 = np.arctan((z / r) * (1 - e2 * (n / (n + h)))) ** -1)
    sek = np.deg2rad(0.00005 / 3600)
    while abs(fi2 - fi) >= sek:
        fi = fi2
        n = a / m.sqrt(1 - e2 * np.sin(fi) ** 2)
        h = r / np.cos(fi) - n
        fi2 = np.arctan((z / r) * (1 - e2 * (n / (n + h)))) ** -1)
    n = a / m.sqrt(1 - e2 * np.sin(fi2) ** 2)
    h = r / np.cos(fi2) - n
    lam = np.arctan(y / x)
    return fi2, lam, h
```

Rysunek 3. Algorytm Hirvonena.

Przy użyciu wszystkich funkcji przeliczono początkowe współrzędne oraz wyświetlono wyniki z dokładnością do 1 mm.

4. Wyniki

```
Współrzędne punktu A (phi, lambda, h) na elipsoidzie GRS80: 50° 15' 0.00000'' 20° 45' 0.00000'' 0 m
Współrzędne punktu B (phi, lambda, h) na elipsoidzie GRS80: 50° 00' 0.00000'' 20° 45' 0.00000'' 0 m
Współrzędne punktu C (phi, lambda, h) na elipsoidzie GRS80: 50° 15' 0.00000'' 21° 15' 0.00000'' 0 m
Współrzędne punktu D (phi, lambda, h) na elipsoidzie GRS80: 50° 00' 0.00000'' 21° 15' 0.00000'' 0 m
Współrzędne punktu E (phi, lambda, h) na elipsoidzie GRS80: 50° 07' 30.97362'' 21° 00' 2.34392'' 0 m
Współrzędne punktu S (phi, lambda, h) na elipsoidzie GRS80: 50° 07' 30.00000'' 21° 00' 0.00000'' 0 m

Współrzędne punktu A (x,y,z) na elipsoidzie GRS80: 3821451.636 m, 1447818.511 m, 4880617.060 m
Współrzędne punktu B (x,y,z) na elipsoidzie GRS80: 3841408.348 m, 1455379.433 m, 4862789.038 m
Współrzędne punktu C (x,y,z) na elipsoidzie GRS80: 3808671.687 m, 1481111.416 m, 4880617.060 m
Współrzędne punktu D (x,y,z) na elipsoidzie GRS80: 3828561.659 m, 1488846.203 m, 4862789.038 m
Współrzędne punktu E (x,y,z) na elipsoidzie GRS80: 3825030.691 m, 1468341.587 m, 4871733.878 m
Współrzędne punktu S (x,y,z) na elipsoidzie GRS80: 3825068.930 m, 1468306.394 m, 4871714.592 m

Współrzędne punktu A (x,y,z) na elipsoidzie Krasowskiego: 3821428.590 m, 1447942.188 m, 4880698.989 m
Współrzędne punktu B (x,y,z) na elipsoidzie Krasowskiego: 3841385.346 m, 1455503.065 m, 4862870.960 m
Współrzędne punktu C (x,y,z) na elipsoidzie Krasowskiego: 3808648.767 m, 1481235.173 m, 4880699.050 m
Współrzędne punktu D (x,y,z) na elipsoidzie Krasowskiego: 3828538.782 m, 1488969.916 m, 4862871.021 m
Współrzędne punktu E (x,y,z) na elipsoidzie Krasowskiego: 3825007.730 m, 1468465.282 m, 4871815.834 m
Współrzędne punktu S (x,y,z) na elipsoidzie Krasowskiego: 3825045.969 m, 1468430.089 m, 4871796.548 m

Współrzędne punktu A (phi, lambda, h) na elipsoidzie Krasowskiego: 50° 15' 1.05526'' 20° 45' 6.24968'' -32.367 m
Współrzędne punktu B (phi, lambda, h) na elipsoidzie Krasowskiego: 50° 00' 1.06531'' 20° 45' 6.21437'' -32.499 m
Współrzędne punktu C (phi, lambda, h) na elipsoidzie Krasowskiego: 50° 15' 1.02603'' 21° 15' 6.24111'' -31.536 m
Współrzędne punktu D (phi, lambda, h) na elipsoidzie Krasowskiego: 50° 00' 1.03620'' 21° 15' 6.20584'' -31.664 m
Współrzędne punktu E (phi, lambda, h) na elipsoidzie Krasowskiego: 50° 07' 32.01927'' 21° 00' 8.57170'' -32.015 m
Współrzędne punktu S (phi, lambda, h) na elipsoidzie Krasowskiego: 50° 07' 31.04570'' 21° 00' 6.22775'' -32.016 m
```

Rysunek 4. Wyniki

5. Wnioski

- 5.1. Dzięki punktowi styczności dwóch elipsoid transformacja współrzędnych z jedną na drugą jest bardzo łatwa.
- 5.2. Współrzędne punktów na dwóch elipsoidach różnią w sekundach.
- 5.3. Współrzędne punktów na elipsoidzie Krasowskiego są większe niż na elipsoidzie GRS80.