
TE 3

Nom:

Prénom:

- Durée : 90 minutes
- Les téléphones et les machines à calculer sont interdits.
- Aucun formulaire n'est autorisé.

Exercice 1 (9 pts). Considérons la fonction réelle f définie par $f(x) = \frac{1}{1 + 4x^2}$.

- Déterminer le domaine de définition de la fonction f .
- Esquisser le graphe de f .
- Déterminer analytiquement les coordonnées des points du graphe de f dont la distance à l'origine est minimale.

Exercice 2 (6 pts). On considère la fonction réelle $f(x) = x^k \ln(x)$ où $k \in \mathbb{Z}$.
Déterminer la ou les valeurs du paramètre k de telle sorte que le graphe de f possède un point d'inflexion d'abscisse $x = e^{-\frac{7}{12}}$.

Exercice 3 (14 pts). Soit la fonction

$$f(x) = \frac{\ln(x^3)}{x}$$

- Donner le domaine de définition de f .
- Calculer f' , étudier son signe et préciser sur quels intervalle f est croissante ou décroissante.
- Calculer f'' , étudier son signe et préciser sur quels intervalle f est convexe ou concave.
- Donner le(s) abscisse(s) éventuelle(s) de(s) point(s) d'inflexion de f .
- Trouver le(s) asymptote(s) éventuelle(s) de f .
- Tracer le graphe de f .

Exercice 4 (6 pts). Soit la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 5 & -7 & 5 \\ 7 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

La matrice A est-elle inversible? si oui, calculer son inverse en utilisant la méthode des cofacteurs.

Exercice 5 (8 pts). Pour quelles valeurs du paramètre t , le système suivant est-il régulier, et dans ce cas calculer x_2 en utilisant la méthode de Cramer ?

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ -tx_1 + 2t^2x_2 + 4x_3 = 4 \\ -x_1 + 2tx_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$