Thème: Rappels Série 1

Exercice 1

Factoriser

a)
$$a^2 - b^2$$

$$a) u - b$$

b)
$$a^3 - b^3$$

c)
$$a^3 + b^3$$

d)
$$a^4 - b^4$$

Exercice 2

Développer et/ou simplifier les expressions suivantes:

a)
$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

b)
$$(\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}})^2$$

c)
$$(\sqrt[3]{4} - 1)^3$$

d)
$$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$$

e)
$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$$

f)
$$\sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}$$

g)
$$(\frac{1+\sqrt{m}}{2})(1-\frac{1+\sqrt{m}}{2})$$

Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes:

a)
$$x^{3}y - xy^{3}$$

b)
$$x^4 - xy^4$$

c)
$$a^4 + b^4$$

d)
$$x^3 + 6x - 7$$

Exercice 4

Simplifier les fractions suivantes:

a)
$$\frac{b^4 \ a \ y}{a^2 b^3 \ x \ y}$$

b)
$$\frac{a x y - b x y}{a b - b^2}$$
 c) $\frac{a - 3}{2a^2 - 18}$

c)
$$\frac{a-3}{2a^2-18}$$

d)
$$\frac{(a+b)^2(a^3-b^3)}{(a^2-b^2)^2}$$

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes:

a)
$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

b)
$$-3t^2 + t + 10 = 0$$

c)
$$4y^2 + 9 = 0$$

d)
$$\sqrt{x+11} = \sqrt{x^2-9}$$

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes:

$$a) \ \frac{1}{x+1} \leqslant -1$$

b)
$$\frac{1}{x-2} > 2$$

c)
$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{x}{x-1}$$

$$d) \frac{1-2x}{x+1} \leqslant 1$$

e)
$$|x - 2| \ge 3$$

$$f) \mid \frac{1 - 2x}{x + 1} \mid \leqslant 1$$

Exercice 7

Simplifier les expressions suivantes:

a)
$$\frac{a-x}{a^2 - ax - \frac{(a-x)^2}{1-\frac{a}{x}}}$$

d)
$$\frac{2x+1}{x^2+4x+4} - \frac{6x}{x^2-4} + \frac{3}{x-2}$$

b)
$$\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$$

e)
$$\frac{2-x}{(x+1)^2(x+2)(x-4)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)^2}$$

c)
$$\frac{\frac{3}{x-1} - \frac{2}{1-x^2}}{x-1}$$

f)
$$\frac{1}{(x+1)^2(x^2+1)} + \frac{1}{x^4-1}$$

Exercice 8

a) Vérifier cette identité

$$2^{4n+2} + 1 = (2^{2n+1} - 2^{n+1} + 1)(2^{2n+1} + 2^{n+1} + 1).$$

b) En déduire une factorisation de $2^{58} + 1$

Exercice 9

Calculer la valeur de

$$\frac{2}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} + \frac{2}{\sqrt{3}+1+\sqrt{2}}$$

Exercice 10

Vérifier les égalités suivantes

a)
$$\sqrt{4+\sqrt{12}} = 1+\sqrt{3}$$

d)
$$\frac{1-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 5-3\sqrt{3}$$

b)
$$\sqrt{9-4\sqrt{2}} = \sqrt{8}-1$$

e)
$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 4$$

c)
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$$

f)
$$\frac{3}{2-\sqrt{5}} = -6-3\sqrt{5}$$