

---

**TE 2**

---

**Nom:**

**Prénom:**

- Durée : 90 minutes
- Les téléphones et les machines à calculer sont interdits.
- Aucun formulaire n'est autorisé.

**Exercice 1** (8 pts). Donner la valeur exacte de chaque expression:

a)  $\sin(-\frac{5\pi}{6})$

c)  $\cos(\arcsin(-\frac{1}{\sqrt{2}}))$

b)  $\arctan(-\frac{1}{\sqrt{3}})$

d)  $\arcsin(\sin(-4))$

**Exercice 2** (9 pts). Calculer les dérivées des fonctions suivantes et simplifier les résultats:

a)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{4x+1},$

b)  $g(x) = \ln((1 + \cos(x))^2),$

c)  $h(x) = e^{-x^2}(x^3 + 4 \ln(7x)).$

**Exercice 3** (9 pts). Calculer les limites suivantes

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln(x)}{1 - \sqrt{2x - x^2}},$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1 - x^2}{\sin(\pi x)} \right),$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 5x}).$

**Exercice 4** (5 pts). Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & 3 \\ a^2 & b^2 & 9 \end{pmatrix}.$

a) Calculer  $|A|$ .

b) Si  $a = 2$  pour quelles valeurs de  $b$  le déterminant de  $A$  est-il nul?

**Exercice 5** (9 pts). On considère la matrice

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) Calculer  $\mathbb{A}^2$ .

b) Écrire  $\mathbb{A}^2$  comme combinaison linéaire de  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{I}_3$ , c.-à-d. trouver deux coefficients réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que  $\mathbb{A}^2 = \alpha \mathbb{A} + \beta \mathbb{I}_3$ .

c) Dédurre du point précédent que  $\mathbb{A}$  est inversible et donner son inverse.