Thème : limites de fonctions réelles Série 6

Exercice 1

Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{4-\sqrt{16+h}}{h}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1+x^2}}{x^2}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\cos(\frac{1}{x})$

Exercice 2

La fonction signe

$$f : x \longmapsto \begin{cases} -1 & \text{si} \quad x<0 \\ 1 & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

a-t-elle une limite en 0 ?

Exercice 3

Étudier la limite à gauche et la limite à droite de x_0 de la fonction $f(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = x - \lfloor x \rfloor \quad x_0 = 0$ où $\lfloor\ \rfloor$ désigne la fonction partie entière

b) $\displaystyle g(x) = \frac{3\cdot \mid x-2 \mid}{x-2}, \quad x_0 = 2$

c) $\displaystyle h(x) = \arctan(\frac{1}{x}) \quad x_0 = 0$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes ; si elle n'existe pas expliquer pourquoi:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}$

c) $\displaystyle\lim_{t\to 1} \frac{\sqrt[3]{t}-1}{t-1}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin(2x)}{x+\sin(3x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^2-1}+x$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^3-1}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(1+x^3)}{x+1}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to 1+} \frac{1}{x} - \frac{2}{\lfloor x \rfloor}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^2-3x+2}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^3-x^2-x-2}{x^3-8}$

Exercice 5

Calculer, si elles existent, les limites suivantes en distinguant s'il le faut les cas $+\infty$ et $-\infty$:

a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x^3 - 7x + 1}{3x^3 - 2x^2}$

b) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{6x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 - 27}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 3x + 4}}{4x + 5}$

d) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x^2 - x - 1}{(x-1)(|x| - 2)}$

e) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \sqrt{x^2 - 4x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

f) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sin(x)}{x}$