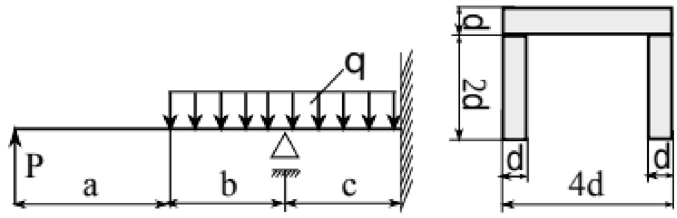
Projekt 2 - Modelowanie zagadnień lepkich za pomocą szeregu Prony

Michał Siodła
13M5 P02
22.04.2025

Rozpatrywany przykład:



$a = 1$ m	$b = 1$ m	$c = 2$ m
$P = 2$ kN	$M = 0$ Nm	$q = 500$ N/m
$d = 3$ cm		
$\varrho = 1350\ \mathrm{kg/m^3}$	$E = 3,1$ GPa	$\nu = 0,25$

1. Obliczenia analityczne:

$$\underset{E = 3,1\ \mathrm{GPa}}{E_0} \qquad \underset{\nu = 0,25}{\nu_0}$$

Czas [h]	Odkształcenie [%]	Naprężenie [MPa]
10	ε_1 0.26	σ_1 6.20
100	ε_2 0.29	σ_2 6.52

$$g = \frac{G(t)}{G_0}, \qquad g \epsilon (0,1)$$

$$G(t) = \frac{E(t)}{2[1 + \nu(t)]}$$

$$G_0 = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)}$$

$$E_0 = 3,1\ [GPa] = 3,1 * 10^9\ [Pa]$$

$$\nu_0 = 0,25\ [-]$$

$$E(t) = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}$$
$$\nu(t) = 0{,}5\ [-]$$

$$\sigma_2 = 6{,}52\ [MPa] = 6{,}52 * 10^6\ [Pa]$$
$$\varepsilon_2 = 0{,}29\ [\%] = 0{,}29 * 10^{-2}\ [-]$$

$$g = \frac{G(t)}{G_0} = \frac{\frac{\frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}}{2[1+\nu(t)]}}{\frac{E_0}{2(1+\nu_0)}} = \frac{\frac{\frac{6{,}52 * 10^6}{0{,}29 * 10^{-2}}}{2(1+0{,}5)}}{\frac{3{,}1 * 10^9}{2(1+0{,}25)}} = 0.604375\ [-]$$

Współczynnik modułów ścinania: $\boldsymbol{g = 0.604375}\ [-]$

$$\tau = \frac{\eta(t)}{E(t)}$$

$$E(t) = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}$$
$$\eta(t) = \frac{\sigma_2}{\dot{\varepsilon}}$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{t_2 - t_1}$$

$$\sigma_2 = 6{,}52\ [MPa] = 6{,}52 * 10^6\ [Pa]$$
$$\varepsilon_2 = 0{,}29\ [\%] = 0{,}29 * 10^{-2}\ [-]$$
$$\varepsilon_1 0{,}26\ [\%] = 0{,}26 * 10^{-2}\ [-]$$

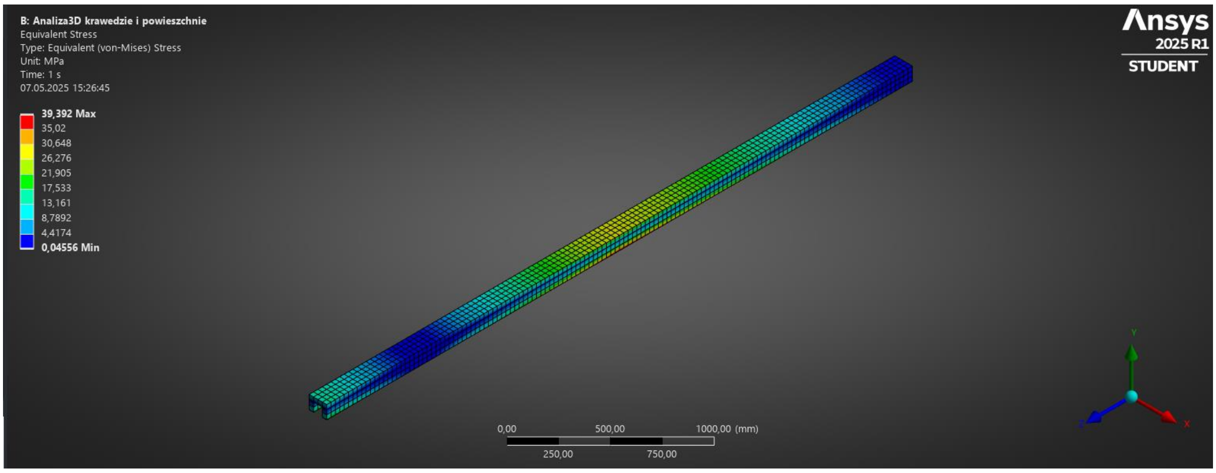
Lepkość dynamiczna: $\eta(t) = \frac{\sigma_2}{\dot{\varepsilon}} = \frac{6{,}52*10^6}{\frac{0{,}29*10^{-2} - 0{,}26*10^{-2}}{(100-10)*3600}} = 7{,}0416 * 10^{15}[Pa * s]$

$$\tau = \frac{\eta(t)}{E(t)} = \frac{\frac{\sigma_2}{\dot{\varepsilon}}}{\frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\frac{\sigma_2}{\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{t_2 - t_1}}}{\frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\frac{6{,}52 * 10^6}{\frac{0{,}29 * 10^{-2} - 0{,}26 * 10^{-2}}{(100-10) * 3600}}}{\frac{6{,}52 * 10^6}{0{,}29 * 10^{-2}}} = 3{,}132 * 10^6\ [s]$$

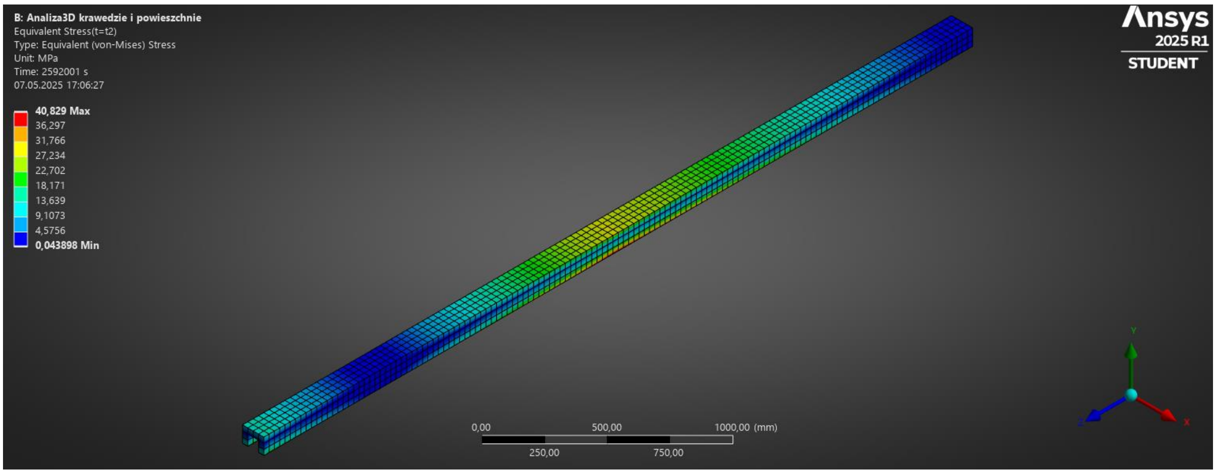
Czas relaksacji: $\boldsymbol{\tau = 3{,}132 * 10^6\ [s]}$

Obliczenia pozwoliły na uzyskanie niezbędnych do analizy wartości lepkości dynamicznej oraz elementów szeregu Prony. Lepkość dynamiczna wyniosła $\eta = 7{,}0416 * 10^{15}[Pa * s]$, Czas relaksacji $\tau = 3{,}132 * 10^6\ [s]$ i współczynnik modułów ścinania $g = 0.604375\ [-]$.

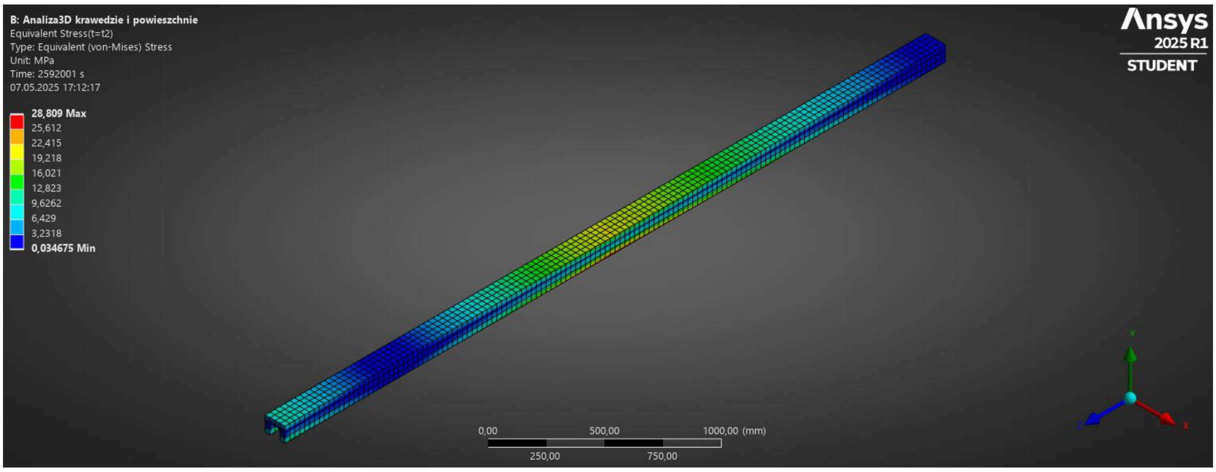
2. Wyniki analizy w programie ANSYS



Rys.1 wartość maksymalnego naprężenia HMH po przyłożeniu obciążeń (dla czasu t = 0)



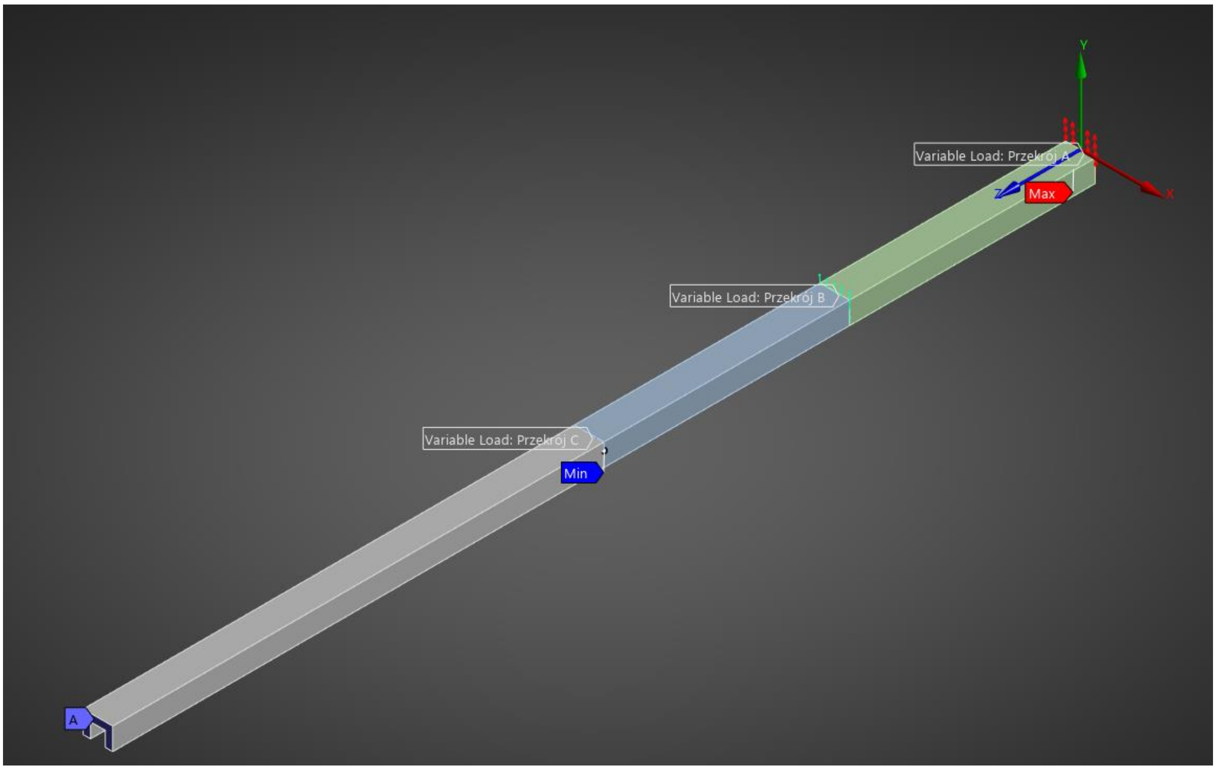
Rys.2 wartość maksymalnego naprężenia HMH dla zadanych przemieszczeń (dla czasu t = t2) bez własności lepkich



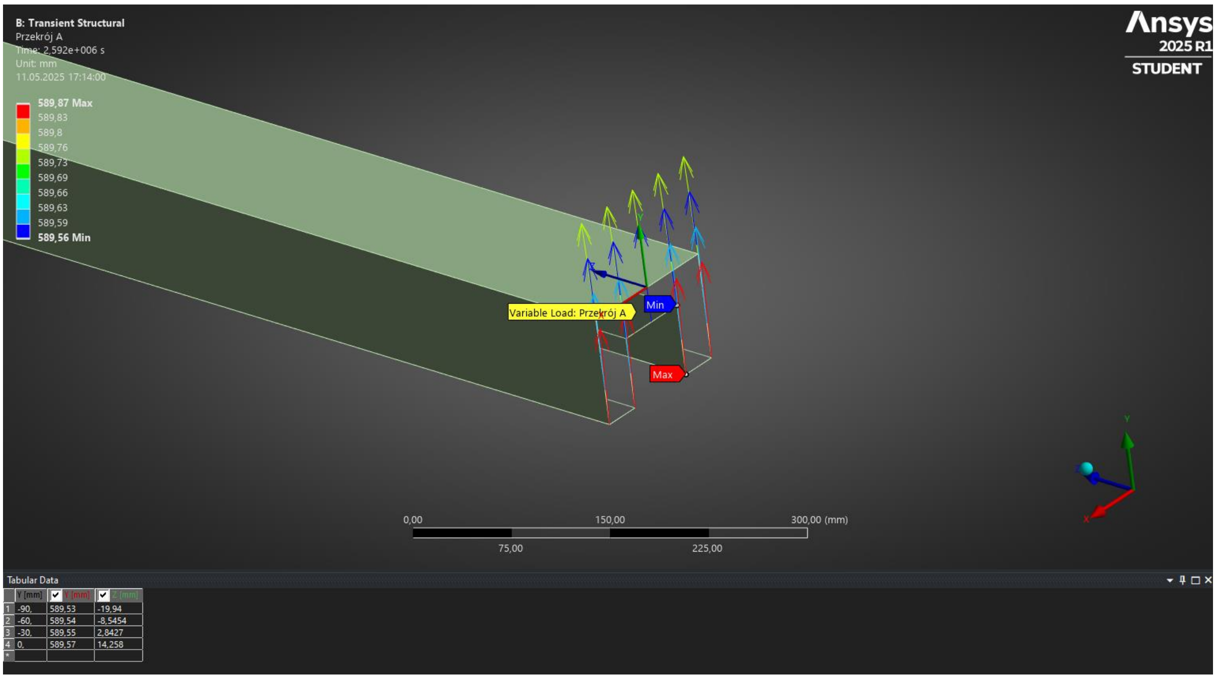
Rys.3 wartość maksymalnego naprężenia HMH dla zadanych przemieszczeń (dla czasu t = t2) z własnościami lepkimi

Początkowo model obciążony siłami zewnętrznymi wykazywał naprężenia na poziomie 39,392 [MPa]. Po zamianie obciążeń na odpowiadające im przemieszczenia wartość naprężenia zmieniła się i wyniosła 40,829 [MPa]. Różnica względem pierwotnej wartości wynosi około 3,5 [%], wynika ona z niedokładnej transformacji obciążeń na wartości przemieszczeń. W analizie oparto się na wartościach przemieszczenia w osi y oraz z zmierzonych w trzech charakterystycznych punktach dla każdej z tych osi. Użycie większej ilości punków oraz wszystkich osi mogło by zniwelować występującą niedokładność.

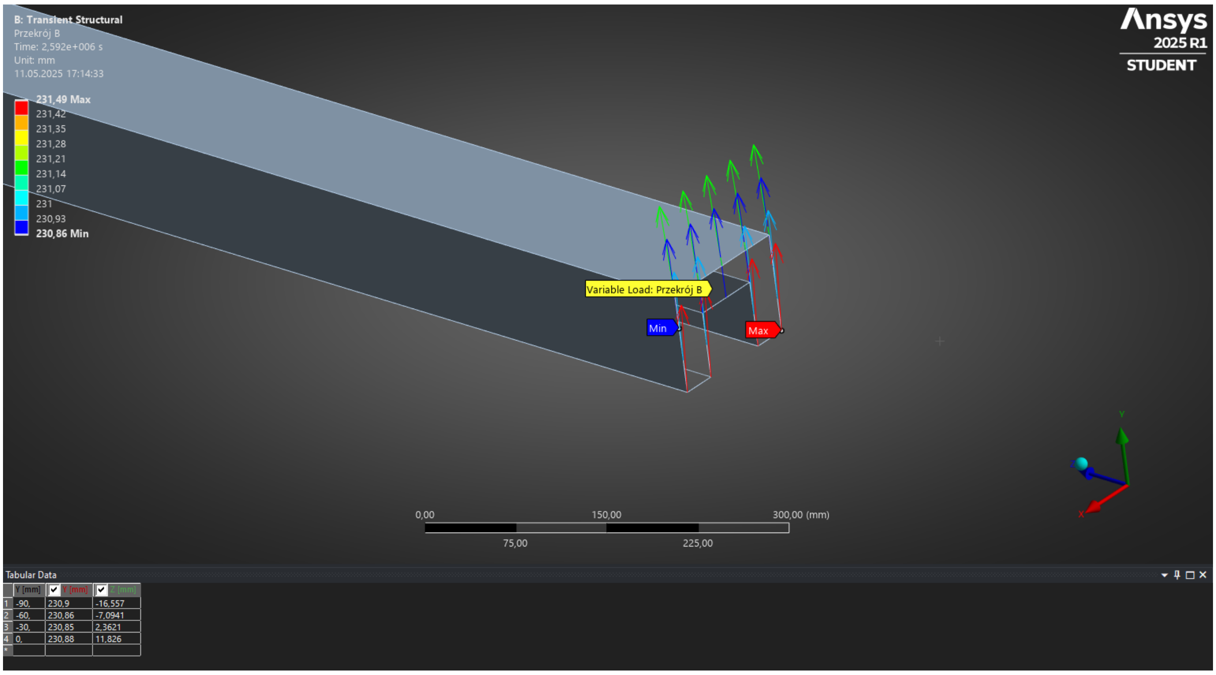
Wartości umieszczone w tabelach widocznych na Rys.5, Rys.6 i Rys.7 są zapisane względem lokalnego układu współrzędnych widocznego na Rys.4



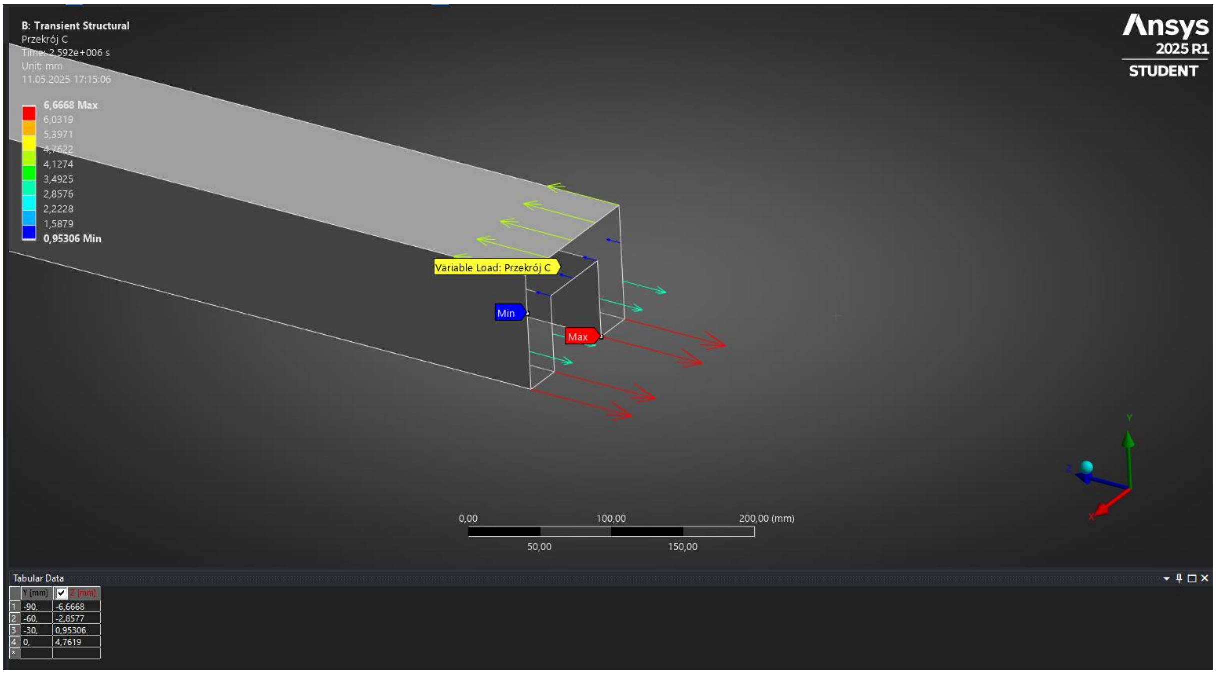
Rys.4 Mapy z wartościami składowych wektora przemieszczenia w poszczególnych przekrojach



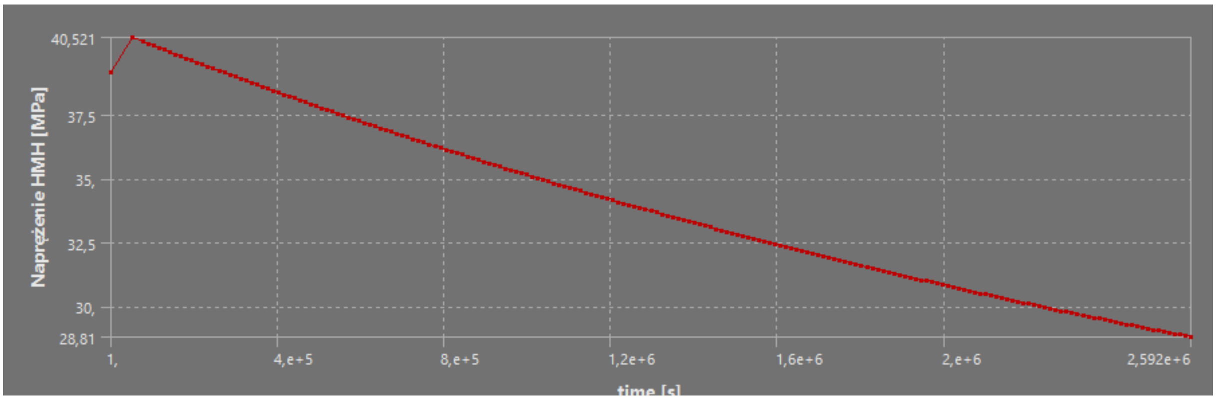
Rys.5 Zadane wartości wektora przemieszczenia w przekroju A



Rys.6 Zadane wartości wektora przemieszczenia w przekroju B



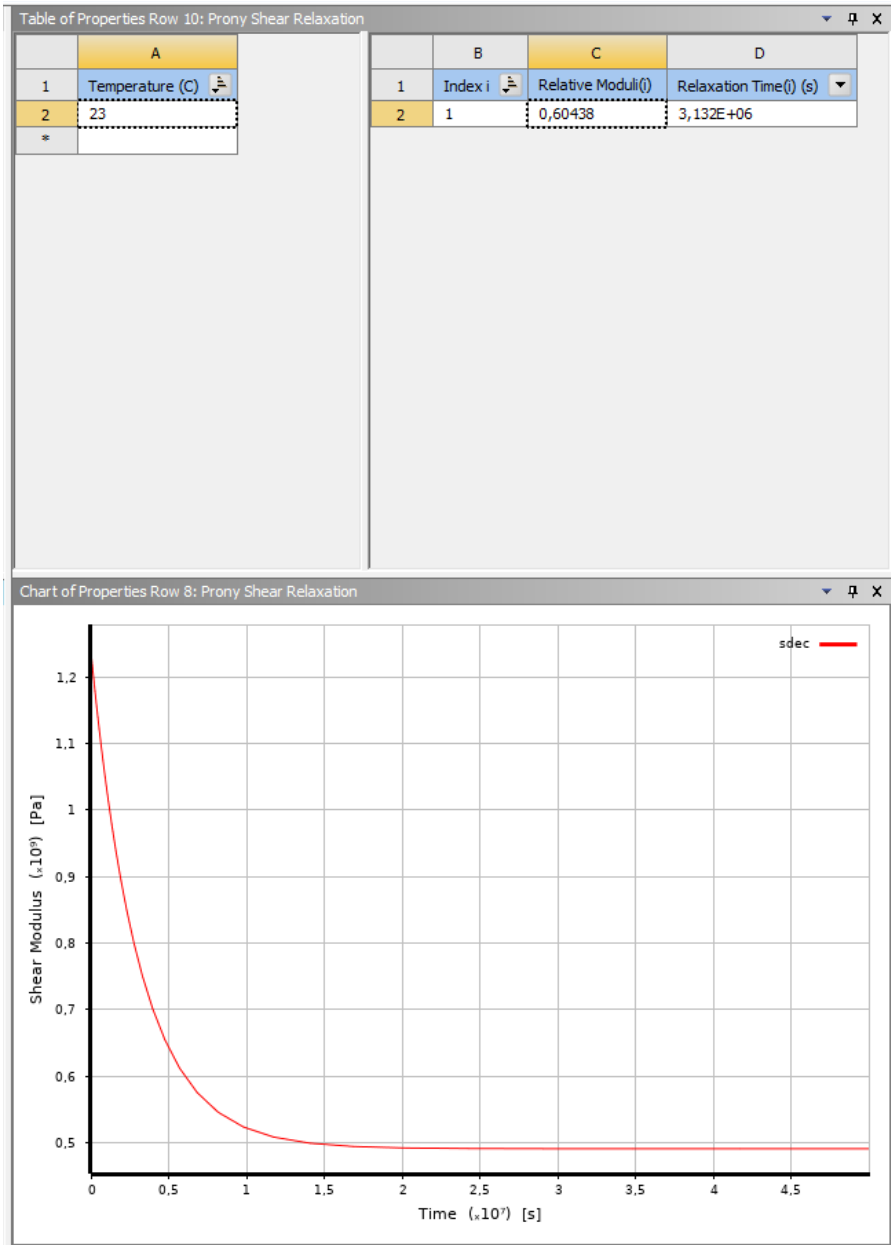
Rys.7 Zadane wartości wektora przemieszczenia w przekroju C



Rys.8 Wykres naprężenie w czasie.

Wykres obrazuje proces relaksacji modelu, czyli zjawiska w którym wartość naprężenia spada wraz z upływającym czasem przy stałym odkształceniu. Po upływie miesiąca wartość naprężenia zmalała do 28,81 [MPa] z początkowych 40,521 [MPa].

3. Własności materiałowe



Rys.9 Ustawione parametry szeregu Prony

Properties of Outline Row 3: Nowy

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	1350	kg m^-3		
4	Isotropic Elasticity				
5	Derive from	Young's Modulus and Poisson's ...			
6	Young's Modulus	3,1	GPa		
7	Poisson's Ratio	0,25			
8	Bulk Modulus	2,0667E+09	Pa		
9	Shear Modulus	1,24E+09	Pa		
10	Prony Shear Relaxation	Tabular			
11	Number of Terms	1			

Rys.10 Dane materiałowe