

## Ćwiczenie 4

### Symulacja zjawisk fizycznych na procesorach graficznych.

#### 1. Specyfikacja zadania

Napisz program, który wykonuje symulację wybranego zjawiska fizycznego z użyciem procesorów graficznych. Każda z grup może wybrać wariant realizacji zadania bądź zaproponować swój własny wariant po konsultacji z prowadzącym laboratorium. Dla wariantu pierwszego zadania przygotowano krótki opis algorytmiczny.

##### Wariant 1 – Zagadnienie N-ciał fizycznych.

Przedmiotem wariantu 1-go zadania jest symulacja zachowania się układu  $N$  ciał fizycznych (np. ciał niebieskich, chociażby planet), poruszających się po swoich trajektoriach w przestrzeni trójwymiarowej pod wpływem wzajemnych oddziaływań grawitacyjnych zgodnie z prawem powszechnego ciążenia sformułowanym przez Izaaka Newtona w 1687 r. Zgodnie z tym prawem każde dwa ciała materialne oddziałują na siebie wprost proporcjonalnie do iloczynu ich mas, a odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości między nimi, przy czym współczynnikiem proporcjonalności jest stała grawitacyjna  $G$ , wyznaczona w sposób empiryczny w późniejszych eksperymentach. Tzw. model podstawowy (matematyczny model ciągły) zagadnienia charakteryzuje się następującymi parametrami:

- $N$  - liczba rozpatrywanych ciał fizycznych,
- $m_i, i = 1, \dots, N$  - masy ciał fizycznych branych pod uwagę,
- $\mathbf{F}_{ij} \in \mathbf{R}^3; i, j = 1, \dots, N; i \neq j$  - siła działająca na ciało  $i$  - te pod wpływem oddziaływania grawitacyjnego, którego źródłem jest ciało  $j$  - te, siła ta jest wektorem trójwymiarowym,
- $\mathbf{r}_i \in \mathbf{R}^3; i = 1, \dots, N$  - wektor wodzący ciała  $i$  - tego, wektor ten jest wektorem trójwymiarowym, którego współrzędne określają aktualne położenie ciała  $i$  - tego w przestrzeni,
- $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \in \mathbf{R}^3; i, j = 1, \dots, N$ ; - wektor odległości pomiędzy ciałami  $i$  - tym oraz  $j$  - tym.

Zmiennymi opisowymi naszego modelu są wielkości  $m_i, \mathbf{r}_i, i = 1, \dots, N$ . Nasz model jest modelem autonomicznym, czyli nie uwzględniamy wpływu jakichkolwiek innych sił spoza układu. Ponadto zaniedbujemy w nim wszystkie inne wielkości fizyczne, jak rozmiary i kształty ciał, rozkłady mas. Ciała traktujemy jako punkty materialne. Model podstawowy naszego zagadnienia reprezentowany jest przez następujący układ równań wynikających wprost z klasycznych praw mechaniki Newtona ( $G \approx 6,672 \cdot 10^{-11}$  jest stałą grawitacji):

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_i(t)}{dt^2} = G \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_j}{|\mathbf{r}_{ij}(t)|^3} \mathbf{r}_{ij}(t), \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Analityczne rozwiązanie tego układu równań ze względu na zmienne  $\mathbf{r}_i(t), i = 1, \dots, N$  w ogólnym przypadku nie jest znane dla  $N > 3$ , wobec tego w celu wyznaczenia położenia ciał w kolejnych chwilach czasowych należy odwołać się do symulacji komputerowej.

Model symulacyjny dla zagadnienia  $N$  ciał fizycznych będzie modelem iteracyjnym, ponieważ, jak wspomniano wcześniej, zastosowanie ogólnego rozwiązania zagadnienia  $N$  ciał jest analitycznie nieznane w ogólnym przypadku. Dla modelu symulacyjnego przyjmujemy pewne uproszczenia, które pozwolą nam, bazując na dokładnych równaniach zawartych w modelu podstawowym, wygenerować równania uproszczone nadające się do zastosowania w realizacji modelu symulacyjnego. Zgodnie z powyższym zastępujemy pochodne czasowe występujące w równaniach modelu podstawowego odpowiedziami im ilorazami różnicowymi promieni wodzących ciał po wprowadzonej niezależnej, dyskretniej zmiennej czasowej  $t_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  spełniającej następujący warunek

$$\Delta t = t_{k+1} - t_k = c \approx 0, \quad (2)$$

gdzie  $c \in \mathbb{R}$  jest pewną niewielką stałą rzeczywistą. Pozostawiając analogiczne odpowiedniki wszystkich zmiennych opisowych modelu podstawowego wprowadzamy dodatkowo zmienne opisujące aktualny stan układu, są nimi wektory prędkości ciał aktualne w danej dyskretniej chwili czasowej  $t_k$ , które oznaczmy przez  $\mathbf{v}_i(t_k) \in \mathbb{R}^3$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Stąd równania użyte dla realizacji modelu symulacyjnego będą miały postać, dla  $i = 1, \dots, N$  mamy

$$\mathbf{r}_i(t_{k+1}) = \mathbf{r}_i(t_k) + \mathbf{v}_i(t_k) \cdot \Delta t + G \cdot \left[ \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_j}{|\mathbf{r}_{ij}(t_k)|^3} \mathbf{r}_{ij}(t_k) \right] \cdot \Delta t. \quad (3)$$

Korzystając z powyższych równań można sformułować algorytm symulacyjny następująco:

**1)** Dla  $i = 1, \dots, N$  wprowadź  $m_i$ ,  $\mathbf{v}_i$  oraz  $\mathbf{r}_i$

**2)** Dla  $i = 1, \dots, N$  wykonaj:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i + G \cdot \left[ \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_j}{|\mathbf{r}_{ij}|^3} \mathbf{r}_{ij} \right] \cdot \Delta t.$$

**3)** Dla  $i = 1, \dots, N$  wykonaj:  $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i \cdot \Delta t$ .

**4)** Czy zakończyć symulację? Jeśli tak to STOP, w przeciwnym razie przejdź do kroku 2).

Algorytm ten może służyć w takim razie do symulacji położeń ciał niebieskich w przestrzeni dla kolejnych chwil czasowych  $t_k$ . Im mniejsze  $\Delta t$  tym symulacja jest dokładniejsza, tzn. tym bardziej położenia zbliżają się do położeń dokładnych ciał dla przypadku ciągłego (1).

Minimalnym wymaganiem jest logowanie kolejnych położeń ciał np. do pliku tekstowego co pewien krok iteracyjny. Ilość iteracji pełnej symulacji powinna być parametrem programu. Opcjonalnie można dokonać wizualizacji symulacji z użyciem dowolnej biblioteki graficznej (np. OpenGL lub DirectX). Stałą grawitacji można wybrać jako wartość dowolną, niekoniecznie zgodną z jej rzeczywistą fizyczną wartością – jest ona bardzo mała, co może prowadzić do powstania relatywnie dużych błędów obliczeniowych podczas wykonywania kolejnych kroków.

### **Wariant 2 – Symulacja gazu doskonałego.**

Przedmiotem wariantu 2-go zadania jest symulacja gazu doskonałego na poziomie pojedynczych atomów gazu (np. wodoru składającego się z pojedynczych atomów). Korzystając z równań dynamiki gazów należy wylosować zgodnie z odpowiednim rozkładem prawdopodobieństwa początkowe prędkości i położenia molekuł gazu. Liczba symulowanych cząsteczek powinna być parametrem programu. Nie powinniśmy uwzględniać zderzeń cząsteczek (cząsteczki traktujemy jak punkty materialne) ani wpływu grawitacji (dla cząsteczek o bardzo małej masie wpływ grawitacji na ich ruch jest zaniedbywalny). Parametrami makroskopowymi programu powinna być początkowa temperatura gazu i objętość w jakiej gaz się znajduje.

Minimalnym wymaganiem jest logowanie kolejnych wartości makroskopowych temperatury, i ciśnienia gazu co pewną liczbę kroków iteracyjnych. Prędkości i położenia cząsteczek powinny być wektorami trójwymiarowymi. Opcjonalnie można dokonać wizualizacji symulacji z użyciem dowolnej biblioteki graficznej (np. OpenGL lub DirectX).

### **Wariant 3 – Symulacja rozchodzenia się fal.**

Przedmiotem wariantu 3-go zadania jest symulacja zjawiska rozchodzenia się fal w nieograniczonej przestrzeni (dwuwymiarowej). Można założyć pojedyncze początkowe wzbudzenie ośrodka w którym rozchodzi się fala bądź opcjonalnie kilka wzbudzeń początkowych. Korzystając z równania falowego można wtedy równolegle obliczyć wartości ośrodka dla wybranego wycinka całej rozpatrywanej przestrzeni.

Minimalnym wymaganiem jest logowanie kolejnych wartości ośrodka w wybranym wycinku całej przestrzeni. Opcjonalnie można dokonać wizualizacji symulacji z użyciem dowolnej biblioteki graficznej (np. OpenGL lub DirectX).

### **Wariant 4 – Dowolne zjawisko fizyczne, techniczne lub przemysłowe.**

Wariant symulacji zaproponowany przez osoby wykonujące laboratorium. Symulowane zjawisko może być dowolnym fenomenem fizycznym, technicznym lub przemysłowym, które wymaga wykonania dużej liczby niezależnych od siebie obliczeń. Przykładem może być tu symulacja natężenia ruchu drogowego (samochodowego) na ustalonej siatce skrzyżowań wykonana na poziomie mikro (tzn. na poziomie symulacji pojedynczych pojazdów).