

赛马次数

有 25 匹马和 5 条赛道，赛马过程无法进行计时，只能知道相对快慢。问最少需要几场赛马可以知道前 3 名。

先把 25 匹马分成 5 组，进行 5 场赛马，得到每组的排名。再将每组的第 1 名选出，进行 1 场赛马，按照这场的排名将 5 组先后标为 A、B、C、D、E。可以知道，A 组的第 1 名就是所有 25 匹马的第 1 名。而第 2、3 名只可能在 A 组的 2、3 名，B 组的第 1、2 名，和 C 组的第 1 名，总共 5 匹马，让这 5 匹马再进行 1 场赛马，前两名就是第 2、3 名。所以总共是 $5+1+1=7$ 场赛马。

A 组：1, **2**, **3**, 4, 5

B 组：**1**, **2**, 3, 4, 5

C 组：**1**, 2, 3, 4, 5

D 组：1, 2, 3, 4, 5

E 组：1, 2, 3, 4, 5

用绳子计时 15 分钟

给定两条绳子，每条绳子烧完正好一个小时，并且绳子是不均匀的。问要怎么准确测量 15 分钟。

- 点燃第一条绳子 R1 两头的同时，点燃第二条绳子 R2 的一头；
- 当 R1 烧完，正好过去 30 分钟，而 R2 还可以再烧 30 分钟；
- 点燃 R2 的另一头，15 分钟后，R2 将全部烧完。

九球称重

有 9 个球，其中 8 个球质量相同，有 1 个球比较重。要求用 2 次天平，找出比较重的那个球。

将这些球均分成 3 个一组共 3 组，选出 2 组称重，如果 1 组比较重，那么重球在比较重的那 1 组；如果 1 组重量相等，那么重球在另外 1 组。

对比较重的那 1 组的 3 个球再分成 3 组，重复上面的步骤。

药丸称重

有 20 瓶药丸，其中 19 瓶药丸质量相同为 1 克，剩下一瓶药丸质量为 1.1 克。瓶子中有无数个药丸。要求用一次天平找出药丸质量 1.1 克的药瓶。

可以从药丸的数量上来制造差异：从第 i 瓶药丸中取出 i 个药丸，然后一起称重。可以知道，如果第 i 瓶药丸重 1.1 克/粒，那么称重结果就会比正常情况下重 $0.1 * i$ 克。

得到 4 升的水

有两个杯子，容量分别为 5 升和 3 升，水的供应不断。问怎么用这两个杯子得到 4 升的水。

可以理解为用若干个 5 和 3 做减法得到 4。

- 不能从 3 做减法得到 4，那么只能从 5 做减法得到 4，即最后一个运算应该为 $5 - 1 = 4$ ，此时问题转换为得到 1 升的水；
- 1 升的水可以由 3 做减法得到， $3 - 2 = 1$ ，此时问题转换为得到 2 升的水；
- $5 - 3 = 2$ 。

扔鸡蛋

一栋楼有 100 层，在第 N 层或者更高扔鸡蛋会破，而第 N 层往下则不会。给 2 个鸡蛋，求 N ，要求最差的情况下扔鸡蛋的次数最少。

可以将楼层划分成多个区间，第一个鸡蛋 $E1$ 用来确定 N 属于哪个区间，第二个鸡蛋 $E2$ 按顺序遍历该区间找到 N 。那么问题就转换为怎么划分区间满足最坏情况下扔鸡蛋次数最少。

$E1$ 需要从第一个区间开始遍历到最后一个区间。如果按等大小的方式划分区间，即 $E2$ 的遍历次数固定。那么最坏的情况是 N 在最后一个区间，此时 $E1$ 遍历的次数最多。为了使最坏情况下 $E1$ 和 $E2$ 总共遍历的次数比较少，那么后面的区间大小要比前面的区间更小。具体来说， $E1$ 每多遍历一次， $E2$ 要少遍历一次，才使得 N 无论在哪个区间，总共遍历的次数一样。设第一个区间大小为 X ，那么第二个区间的大小为 $X-1$ ，以此类推。那么 $X + (X-1) + (X-2) + \dots + 1 = 100$ ，得到 $X(X+1)/2 = 100$ ，即 $X = 14$ 。